



ANÁLISIS DEL PROCESO DE CONSTRUCCIÓN-DECONSTRUCCIÓN DE LA CATEDRAL DE TORTOSA..

Agustí Costa Jover

Dipòsit Legal: T 315-2016

ADVERTIMENT. L'accés als continguts d'aquesta tesi doctoral i la seva utilització ha de respectar els drets de la persona autora. Pot ser utilitzada per a consulta o estudi personal, així com en activitats o materials d'investigació i docència en els termes establerts a l'art. 32 del Text Refós de la Llei de Propietat Intel·lectual (RDL 1/1996). Per altres utilitzacions es requereix l'autorització prèvia i expressa de la persona autora. En qualsevol cas, en la utilització dels seus continguts caldrà indicar de forma clara el nom i cognoms de la persona autora i el títol de la tesi doctoral. No s'autoritza la seva reproducció o altres formes d'explotació efectuades amb finalitats de lucre ni la seva comunicació pública des d'un lloc aliè al servei TDX. Tampoc s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant als continguts de la tesi com als seus resums i índexs.

ADVERTENCIA. El acceso a los contenidos de esta tesis doctoral y su utilización debe respetar los derechos de la persona autora. Puede ser utilizada para consulta o estudio personal, así como en actividades o materiales de investigación y docencia en los términos establecidos en el art. 32 del Texto Refundido de la Ley de Propiedad Intelectual (RDL 1/1996). Para otros usos se requiere la autorización previa y expresa de la persona autora. En cualquier caso, en la utilización de sus contenidos se deberá indicar de forma clara el nombre y apellidos de la persona autora y el título de la tesis doctoral. No se autoriza su reproducción u otras formas de explotación efectuadas con fines lucrativos ni su comunicación pública desde un sitio ajeno al servicio TDR. Tampoco se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al contenido de la tesis como a sus resúmenes e índices.

WARNING. Access to the contents of this doctoral thesis and its use must respect the rights of the author. It can be used for reference or private study, as well as research and learning activities or materials in the terms established by the 32nd article of the Spanish Consolidated Copyright Act (RDL 1/1996). Express and previous authorization of the author is required for any other uses. In any case, when using its content, full name of the author and title of the thesis must be clearly indicated. Reproduction or other forms of for profit use or public communication from outside TDX service is not allowed. Presentation of its content in a window or frame external to TDX (framing) is not authorized either. These rights affect both the content of the thesis and its abstracts and indexes.

Agustí Costa Jover

ANÁLISIS DEL PROCESO DE
CONSTRUCCIÓN-DECONSTRUCCIÓN DE LA
CATEDRAL DE TORTOSA.

TESIS DOCTORAL

dirigida por el Dr. Josep Lluís i Ginovart
y co-dirigida por el Dr. Gerard Fortuny Anguera

Unitat Predepartamental d'Arquitectura
Grupo de investigación *Architectural Heritage*



UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

Reus 2015



UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

FAIG CONSTAR que aquest treball, titulat “Análisis del proceso de construcción-deconstrucción de la Catedral de Tortosa”, que presenta Agustí Costa Jover per a l’obtenció del títol de Doctor, ha estat realitzat sota la meva direcció a la Unitat Predepartamental d’Arquitectura d’aquesta universitat.

HAGO CONSTAR que el presente trabajo, titulado “Análisis del proceso de construcción-deconstrucción de la Catedral de Tortosa”, que presenta Agustí Costa Jover para la obtención del título de Doctor, ha sido realizado bajo mi dirección en la Unitat Predepartamental d’Arquitectura de esta universidad.

I STATE that the present study, entitled “Análisis del proceso de construcción-deconstrucción de la Catedral de Tortosa”, presented by Agustí Costa Jover for the award of the degree of Doctor, has been carried out under my supervision at the Unitat Predepartamental d’Arquitectura of this university.

Reus, 06/07/2015

Els directors de la tesi doctoral
Los directores de la tesis doctoral
Doctoral Thesis Supervisors

Josep Lluís i Ginovart

Gerard Fortuny Anguera

a la meva Mare

AGRAÏMENTS

Tradicionalment, l'elaboració d'una tesi doctoral en arquitectura ha sigut una tasca solitària. Actualment aquesta realitat està canviant, i en el meu cas he tingut el privilegi de desenvolupar aquest treball en les condicions i la intensitat amb que ho he pogut fer, envoltat de molta gent que, amb major o menor mesura, m'ha ajudat en aquest exigent però bonic camí.

En primer lloc, agrair al meu director de tesi, mentor i amic, el Dr. Josep Lluís i Ginovart, sense tu no hauria arribat fins aquí, i mai et podré agrair prou tot el viscut i après. La teva intensitat i les teves lliçons, tant de vida com d'arquitectura, m'acompanyaran sempre. Agrair també al meu co-director de tesi, el Dr. Gerard Fortuny Anguera, per la seva guia i consells en aquest món de la recerca.

També agrair al catedràtic Jose Luís González Moreno-Navarro, per la seva guia en les primers passos d'aquest treball. Al catedràtic Pere Roca Fabregat, per la seva atenció i col·laboració en l'anàlisi estructural de la catedral. Al Dr. Josep Maria Toldrà, per l'aixecament fotogramètric de les voltes de l'absis. Al Sr. (i molt aviat també Dr.) Josep Maria Puche Fontanilles, per la seva col·laboració amb l'escàner làser terrestre de la catedral. Al Dr. Blas Herrera Gómez pels seus consells i l'elaboració d'una aplicació que, tot i que finalment no apareix en aquest treball, espero permeti aprofundir en la geometria de la catedral en investigacions futures.

Un agraïment especial també als estudiants de l'Escola Tècnica Superior d'Arquitectura de Reus que han col·laborat en l'activitat del grup de recerca Architectural Heritage: Iván Fernández Pino, Glòria Moix Noriega, Gemma Daunis Pexton, Jaume Fabregat González, Mònica López Piquer, Noelia Martínez García, Anna Royo Bareng, Igone Sota Ortiz, i sobretot a aquells que han col·laborat directament en l'elaboració del material gràfic que apareix en el present treball: Ivette Martin-Moreno Fèlix, Sandra Martin Grau, Denitsa Nikolaeva Kavgadjiyska, Carmen Soler Mas, Miquel Soriano-Montagut Jené, i molt especialment a Albert Ferré Jover, pel seu suport i les seves fantàstiques vistes tridimensionals.

Agrair molt especialment també al Sr Sergio Coll Pla, per ser un gran company i amic, per la seva immensa ajuda, per les aventures viscudes i per les que vindran.

Un record també per la meva família, pels que hi son i pels que m'acompanyen en el record. Mare, gràcies pel teu infinit suport tots aquests anys. Toni, germà, gràcies per estar sempre pel que fes falta.

Finalment, agrair amb tota l'estima a la meva dona Míriam, qui ha sofert les absències que ha suposat aquest treball i pel *carinyo* i suport incondicional que sempre m'ha donat. Aviat encetem una nova etapa, gràcies per fer el viatge en mi.

AGRADECIMIENTOS

Tradicionalmente, la elaboración de una tesis doctoral en arquitectura ha sido una tarea solitaria. Actualmente esta realidad está cambiando, y en mi caso he tenido el privilegio de desarrollar este trabajo en las condiciones y la intensidad con que lo he podido hacer, rodeado de mucha gente que, con mayor o menor medida, me ha ayudado en este exigente pero bonito camino.

En primer lugar, agradecer a mi director de tesis, mentor y amigo, el Dr. José Luis y Ginovart, sin ti no habría llegado hasta aquí, y nunca te podré agradecer lo suficiente todo lo vivido y aprendido. Tu intensidad y tus lecciones, tanto de vida como de arquitectura, me acompañarán siempre. Agradecer también a mi co-director de tesis, el Dr. Gerard Fortuny Anguera, por su guía y consejos en este mundo de la investigación.

Agradecer también al catedrático José Luis González Moreno-Navarro, por su guía en los primeros pasos de este trabajo. Al catedrático Pere Roca Fabregat, por su atención y colaboración en el análisis estructural de la catedral. Al Dr. Josep Maria Toldrà, por el levantamiento fotogramétrico de las bóvedas del ábside. Al Sr. (y muy pronto también Dr.) Josep María Puche Fontanilles, por su colaboración con el escáner láser terrestre de la catedral. Al Dr. Blas Herrera Gómez, por sus consejos y la elaboración de una aplicación que, aunque finalmente no aparece en este trabajo, espero permita profundizar en la geometría de la catedral en investigaciones futuras.

Un agradecimiento especial también a los estudiantes de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Reus que han colaborado en la actividad del grupo de investigación Architectural Heritage: Iván Fernández Pino, Glòria Moix Noriega, Gemma Daunis Pexton, Jaume Fabregat González, Mónica López Piquer, Noelia Martínez García, Ana Royo Bareng, Igone Sota Ortiz, y sobre todo a aquellos que han colaborado directamente en la elaboración del material gráfico que aparece en el presente trabajo: Ivette Martín-Moreno Félix, Sandra Martin Grau, Denitsa Nikolaeva Kavgadjiyska, Carmen Soler Mas, Miquel Soriano-Montagut Jené, y muy especialmente a Albert Ferré Jover, por su apoyo y sus fantásticas vistas tridimensionales.

Agradecer muy especialmente también al Sr. Sergio Coll Pla, por ser un gran compañero y amigo, por su inmensa ayuda, por las aventuras vividas y por las que vendrán.

Un recuerdo también para mi familia, para los que están y para los que me acompañan en el recuerdo. Madre, gracias por tu infinito apoyo todos estos años. Toni, hermano, gracias por estar siempre en lo que hiciera falta.

Finalmente, agradecer con toda la estima a mi mujer Míriam, quien ha sufrido las ausencias que ha supuesto este trabajo y por el cariño y apoyo incondicional que siempre me ha dado. Pronto empezamos una nueva etapa, gracias por hacer el viaje conmigo.

RESUMEN

La Catedral de Santa María de Tortosa (1345-1757) es uno de los edificios góticos más importantes de Cataluña. Su construcción supuso la substitución progresiva de la sede románica preexistente, en un proceso que duró varios siglos. Ambos edificios coexisten hasta principios del siglo XVIII, cuando los últimos restos del edificio románico fueron retirados, estando ya iniciada la construcción de la nueva fachada barroca. Este proceso de construcción-deconstrucción fue determinante en la planificación y replanteo de la obra, ya que el uso de la catedral no debía verse interrumpido en ningún momento.

El presente trabajo se enmarca en el ámbito de la Historia de la Construcción. La investigación parte de la cronología constructiva de la catedral de Tortosa establecida a partir de la información histórica extraída de los *Llibres d'Obra* (Llo.), preservados en el Archivo Capitular de Tortosa (ACTo.), y del estudio de la fábrica ejecutada. Así, las fases constructivas de la nueva catedral gótica están bien establecidas, pero en el caso de la románica los datos son más dispersos.

El objetivo de esta tesis es ampliar el conocimiento existente sobre el proceso de construcción de la catedral de Tortosa. El desarrollo de nuevas técnicas y procedimientos de análisis en la actualidad, permite estudiar el patrimonio construido más allá de los métodos tradicionales. Por otra parte, también se actualiza en este trabajo el estado de la cuestión sobre la catedral de Tortosa, generando un documento que incorpora las investigaciones realizadas en los últimos años.

Así, se establece una metodología que implicará tres fases principales de trabajo. La primera, generar una nueva base topográfica de la catedral a partir de técnicas de captura masiva de datos (fotogrametría digital y escáner láser terrestre). Ha sido posible registrar la geometría de la totalidad del edificio gótico con una precisión sin precedentes y en un tiempo muy inferior al que habría requerido la utilización de técnicas tradicionales de levantamiento. Complementariamente, también se ha realizado una campaña de prospección geofísica (Ground Penetrating Radar) que ha permitido identificar diferentes anomalías en el subsuelo relacionadas con la catedral románica.

En segundo lugar, es posible establecer una hipótesis sobre el encaje entre los dos edificios en el proceso de construcción-deconstrucción, a partir de los datos físicos obtenidos y de la información histórica. Así, la comprobación volumétrica ha permitido representar y comprobar el encaje entre ambas construcciones a lo largo de todo el proceso, identificando los matices de la ejecución y las fases de mayor complejidad.

Finalmente, se realiza una comprobación analítica de la estabilidad del ábside gótico, ya que es la zona arquitectónicamente más compleja y donde el equilibrio de la estructura implica una mayor dificultad durante la obra. Así, se estudian las secciones características del ábside en el marco teórico del análisis límite, por medio de la estática gráfica. De esta forma ha sido posible identificar los momentos constructivos en los que la estabilidad de la estructura estaba comprometida y era necesario disponer de algún sistema auxiliar de contrarresto para compensar los empujes de las bóvedas, garantizando la estabilidad.

Por tanto, la investigación ha permitido establecer un nuevo marco de referencia sobre el proceso de construcción de la catedral gótica de Tortosa. A demás, el cálculo realizado también permite entender mejor el comportamiento estructural del ábside, estableciendo así también una referencia para su mantenimiento y conservación. Finalmente, la nueva base topográfica obtenida por medio del escaneado láser, también posibilitará el control de deformaciones, a la vez que abre la puerta a futuras investigaciones para profundizar en otros aspectos sobre la catedral.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	
1.1. Origen y motivación	1
1.2. Justificación	2
1.3. Objetivos y límites del estudio	5
1.4. Metodología	6
1.5. Estructura del trabajo	8
1.6. Convenios utilizados	9
2. ESTADO DE LA CUESTIÓN	
2.1. Antecedentes	11
2.2. Proporciones en la catedral de Tortosa	24
2.3. Historiografía de la catedral de Tortosa	28
2.4. Los medios auxiliares	42
2.5. Análisis de fábricas góticas	47
3. CAMPAÑAS EXPERIMENTALES	
3.1. Introducción	67
3.2. Fotogrametría	70
3.3. Escáner láser terrestre	74
3.4. Prospección geofísica	80
4. DEFINICIÓN GEOMÉTRICA	
4.1. Verificación de resultados	83
4.2. Definición geométrica de los elementos constructivos	87
4.3. Estudio de las bóvedas del ábside	94
4.4. Definición de un modelo de catedral Románica	100
5. DEFINICIÓN CONSTRUCTIVA	
5.1. Definición de los elementos que intervienen en la estructura	109
5.2. Proceso de construcción/deconstrucción: comprobación volumétrica	113
6. ANÁLISIS DE LAS CONDICIONES DE EQUILIBRIO DURANTE LA CONSTRUCCIÓN	
6.1. Criterios de cálculo	121
6.2. Análisis de la sección característica	127
6.3. Análisis detallado de las condiciones de equilibrio durante la construcción	133
7. DISCUSIÓN SOBRE LOS RESULTADOS	
7.1. Valoración general	147
7.2. Campañas y definición geométrica	148
7.3. Análisis constructivo y de las condiciones de equilibrio	149
8. CONCLUSIÓN	155

ANEJO DOCUMENTAL

A1. ANEJO GRÁFICO

A1.1. <u>Nubes de puntos</u>	A.2
A1.2. <u>Vistas de las mallas 3D</u>	A.11
A1.3. <u>Secciones a partir de la malla 3D</u>	A.14
A1.4. <u>Vistas de los modelos 3D de trabajo</u>	A.25
A1.5. <u>Secciones de arcos y bóvedas para el análisis estructural</u>	A.31
A1.6. <u>Proceso de construcción-deconstrucción. Encaje volumétrico</u>	A.45

A2. ANEJO DE CÁLCULO

A2.1. <u>Análisis de la sección característica</u>	A.65
A2.2. <u>Análisis detallado. Combinatoria de hipótesis</u>	A.76

BIBLIOGRAFÍA

ÍNDICE DETALLADO

1. INTRODUCCIÓN

1.1. <u>Origen y motivación</u>	1
1.2. <u>Justificación</u>	2
1.3. <u>Objetivos y límites del estudio</u>	5
1.4. <u>Metodología</u>	6
1.5. <u>Estructura del trabajo</u>	8
1.6. <u>Convenios utilizados</u>	9

2. ESTADO DE LA CUESTIÓN

2.1. <u>Antecedentes</u>	<u>11</u>
2.1.1. Investigaciones de referencia	11
2.1.2. Bases geométricas	13
2.1.3. El pergamino de Guarc	16
2.1.4. La cubierta de la catedral: el trespol.	20
2.2. <u>Proporciones en la catedral de Tortosa</u>	<u>24</u>
2.2.1. Marco teórico de referencia	24
2.2.2. El modelo teórico de la Catedral de Tortosa	25
2.3. <u>Historiografía de la catedral de Tortosa</u>	<u>28</u>
2.3.1. Introducción	28
2.3.2. Descripción del proceso constructivo	29
2.3.3. La catedral Románica	38
2.4. <u>Los medios auxiliares</u>	<u>42</u>
2.4.1. Introducción	42
2.4.2. El <i>pilar major</i>	42
2.4.3. Improntas y cotas de andamiaje	44
2.5. <u>Análisis de fábricas góticas</u>	<u>47</u>
2.5.1. Marco teórico general	47
2.5.2. Marco teórico particular: análisis de fábricas góticas	52
2.5.3. Métodos de análisis de bóvedas góticas	59
2.5.4. Conclusiones	65

3. CAMPAÑAS EXPERIMENTALES

3.1. <u>Introducción</u>	<u>67</u>
3.1.1. Marco general	67
3.1.2. Campañas realizadas	69
3.2. <u>Fotogrametría</u>	<u>70</u>
3.2.1. Principios generales	70
3.2.2. Toma de datos	71
3.2.3. Modelado	72
3.3. <u>Escáner láser terrestre</u>	<u>74</u>
3.3.1. Principios generales	74
3.3.2. Toma de datos	75
3.3.3. Modelado	78

3.4. <u>Prospección geofísica</u>	<u>80</u>
4. DEFINICIÓN GEOMÉTRICA	
<hr/>	
4.1. <u>Verificación de resultados</u>	<u>83</u>
4.1.1. Comparativa general	83
4.1.2. Comparativa a partir de puntos de referencia	84
4.1.3. Conclusión y valoración	86
4.2. <u>Definición geométrica de los elementos constructivos</u>	<u>87</u>
4.2.1. Bases planimétricas	87
4.2.2. La Clau Major	90
4.2.3. El Pilar Major	91
4.3. <u>Estudio de las bóvedas del ábside</u>	<u>94</u>
4.3.1. Análisis de la relación de alturas	94
4.3.2. Relación con las fuentes documentales	96
4.3.3. Desviaciones respecto al modelo teórico	97
4.3.4. Conclusiones	98
4.4. <u>Definición de un modelo de catedral Románica</u>	<u>100</u>
4.4.1. Resultados de la prospección geofísica: anomalías	100
4.4.2. La base metrológica	103
4.4.3. Modelos historiográficos de referencia	103
4.4.4. Simulación del modelo arquitectónico	105
4.4.5. Conclusión	107
5. DEFINICIÓN CONSTRUCTIVA	
<hr/>	
5.1. <u>Definición de los elementos que intervienen en la estructura</u>	<u>109</u>
5.1.1. Definición constructiva e hipótesis	109
5.1.2. Consideraciones complementarias	110
5.1.3. Características físicas de los materiales	112
5.2. <u>Proceso de construcción/deconstrucción: comprobación volumétrica</u>	<u>113</u>
5.2.1. El ábside (1347-1441)	113
5.2.2. La nave (1441-1757)	117
6. ANÁLISIS DE LAS CONDICIONES DE EQUILIBRIO DURANTE LA CONSTRUCCIÓN	
<hr/>	
6.1. <u>Criterios de cálculo</u>	<u>121</u>
6.1.1. Criterios generales y nomenclatura	121
6.1.2. Definición de las fases de ejecución de las bóvedas	122
6.1.3. El modelo mecánico de la bóveda del gótico meridional	124
6.2. <u>Análisis de la sección característica</u>	<u>127</u>
6.2.1. Definición de los modelos de cálculo	127
6.2.2. Nivel 1	128
6.2.3. Nivel 2	129
6.2.4. Nivel 3	131
6.2.5. Conclusiones	131

6.3. <u>Análisis detallado de las condiciones de equilibrio durante la construcción</u>	133
6.3.1. Definición de los modelos de cálculo: aspectos generales	133
6.3.2. Nivel 1	134
6.3.3. Nivel 2	137
6.3.4. Nivel 3	141
6.3.5. Conclusiones	145
7. DISCUSIÓN SOBRE LOS RESULTADOS	
<hr/>	
1.1. <u>Valoración general</u>	147
1.2. <u>Campañas y definición geométrica</u>	148
1.3. <u>Análisis constructivo y de las condiciones de equilibrio</u>	149
1.3.1. Consideraciones sobre los elementos constructivos	150
1.3.2. Consideraciones sobre el cálculo	153
8. CONCLUSIÓN	155
<hr/>	

ANEJO DOCUMENTAL

A1. ANEJO GRÁFICO	A.1
<hr/>	
A1.1. <u>Nubes de puntos</u>	<u>A.2</u>
A1.2. <u>Vistas de las mallas 3D</u>	<u>A.11</u>
A1.3. <u>Secciones a partir de la malla 3D</u>	<u>A.14</u>
A1.4. <u>Vistas de los modelos 3D de trabajo</u>	<u>A.25</u>
A1.5. <u>Secciones de arcos y bóvedas para el análisis estructural</u>	<u>A.31</u>
A1.5.1. Capillas	A.32
A1.5.2. Deambulatorio	A.36
A1.5.3. Presbiterio	A.42
A1.6. <u>Proceso de construcción-deconstrucción. Encaje volumétrico</u>	<u>A.45</u>
A1.6.1. Capillas (1347-1424)	A.45
A1.6.2. Deambulatorio (1424-1434)	A.46
A1.6.3. Presbiterio (1439-1441)	A.49
A1.6.4. Nave, tramo 1 (1441-1494)	A.51
A1.6.5. Nave, tramo 2 y 3 (1494-1600)	A.54
A1.6.6. Nave, tramo 4 y fachada barroca (1600-1757)	A.60
A2. ANEJO DE CÁLCULO	A.64
<hr/>	
A2.1. <u>Análisis de la sección característica</u>	<u>A.65</u>
A2.1.1. Datos de los elementos	A.67
A2.1.2. Combinatoria de hipótesis	A.68
A2.2. <u>Análisis detallado. Combinatoria de hipótesis</u>	<u>A.76</u>
A2.2.1. Cálculo de pesos por elemento	A.77
A2.2.2. Resultado de los empujes en cada arco	A.90
A2.2.3. Resultantes en la base de los pilares	A.91

BIBLIOGRAFÍA

ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

1. INTRODUCCIÓN

Figuras

Figura 1.1. Ámbito del análisis estructural y nomenclatura.

2. ESTADO DE LA CUESTIÓN

Figuras

Figura 2.1. Planta baja (n2) y secciones del Plan Director (Lluis i Llorca, 2000).

Figura 2.2. Pergamino de Guarc y reproducción de las líneas del dibujo (Lluis, 2002).

Figura 2.3. Tipología de improntas sobre el pergamino (Lluis, 2002).

Figura 2.4. Secuencia de trazado del pergamino de Guarc (Lluis, 2002).

Figura 2.5. División del heptágono a partir de la modulación 18/8: 18 módulos el radio de la circunferencia y 8 módulos la medida de la capilla radial (Lluis, 2002).

Figura 2.6. Cata de la cubierta de la Catedral de Tortosa (1996). Estratos constructivos.

Figura 2.7. Catedral de Milan, traza de la sección por Cesare Cesarino (Vitruvio, 1521).

Figura 2.8. Modulación de la planta y la sección del ábside gótico (1345-1441) (Lluis, Costa 2014).

Figura 2.9. Cronología constructiva de las bóvedas del ábside (Lluis, 2002).

Figura 2.10. Maestros que intervienen en la primera fase constructiva del ábside y molduras (Lluis, 2002).

Figura 2.11. Pilar entre las capillas y el deambulatorio. Arranque de arcos y nervios a diferente altura (Costa, 16/02/2015).

Figura 2.12. Efecto visual de la Clau Major vista desde el anillo de las capillas. (Costa, 16/02/2015).

Figura 2.15. Detalle fachada Oeste catedral de Tortosa (1563). Antoon van den Wyngaerde. (1525-1571). Osterreichische Nationalbibliothek, Viena, Picture Archive, Cod.min 41 (fol. 8 r).

Figura 2.16. Hipótesis catedral románica sobre la gótica: 1. Matamoros (1932), 2. Almuni (2004).

Figura 2.13. Hipótesis de cimbrado de la primera bóveda del anillo de las capillas, dedicada a Sant Pere (Lluis, Costa, Fortuny 2015).

Figura 2.14. Esquema del cimbrado de la primera capilla radial (Llunart y Lluis 2013).

Figura 2.18. Estudio de la cúpula de San Pedro aplicando el principio de la catenaria. Giovanni Poleni (1748).

Figura 2.19. Ilustración de Willis (1842), en referencia al comportamiento de bóvedas ojivales.

Figura 2.20. Ungewitter (1890). Lam. XXXVIII, rangos de curvas de presión en bóvedas; Lam. XLII, análisis de la Catedral de Strasbourg.

Figura 2.21. Método de los cortes para el cálculo de bóvedas (Heyman, 1995).

Figura 2.22. Análisis del empuje provocado por las bóvedas de la Catedral de Mallorca (Rubió, 1912).

Fig.2.23. Estudio de la sección transversal de la iglesia de Santa María del Mar de Barcelona, por medio del trazado de líneas de presión con hojas de cálculo (Vendrell, Giráldez, González, Cavallé y Roca, 2008).

Tablas

Tabla 2.1. Comparativa entre los resultados de los dos métodos de cálculo de bóvedas.

Tabla 2.2. Comparativa entre los resultados de los dos métodos. Excentricidad en la base del pilar.

3. CAMPAÑAS EXPERIMENTALES

Figuras

Figura 3.1. Modelo obtenido por fotogrametría: malla y textura de las bóvedas (2012).

Figura 3.2. Ortoimagen de las bóvedas del ábside (2012).

Figura 3.3. Topografía de las bóvedas del ábside (2012).

Figura 3.4. Nube de puntos de la Catedral de Tortosa: a) interior b) exterior c) ábside.

Figura 3.5. Modelo tridimensional del interior del ábside (2013-15): a) malla texturizada, b) líneas de sección.

Figura 3.6. Resultados de la prospección geofísica (2012-13). Secciones longitudinales.

Figura 3.7. Resultados de la prospección geofísica (2012-13). Esquema interpretativo en planta.

4. DEFINICIÓN GEOMÉTRICA

Figuras

Figura 4.1. Comparativa entre mallas tridimensionales fotogrametría-laser.

Figura 4.2. Nomenclatura y criterios.

Figura 4.3. Desviaciones entre los dos modelos tridimensionales.

Figura 4.4. Planta Catedral. Comparativa geometría interior: Laser (2013) – Plan Director (2000).

Figura 4.5. Sección del ábside gótico, a partir de la nube de puntos (2013-2015).

Figura 4.6. Modelo tridimensional del presbiterio y la *clau major*: a) Malla TIN a partir de la nube de puntos, b) Superficie paramétrica.

Figura 4.7. Modelo tridimensional de la *clau major*.

Figura 4.8. Anomalías en la zona del presbiterio. Identificación de la anomalía [1], compatible con los cimientos del *pilar major*.

Figura 4.9. Seccionado de una bóveda del deambulatorio (G).

Figura 4.10. Altura de las claves de bóveda (H_a).

Figura 4.11. Alturas de la plementería en las capillas. Secciones S.I y S.II.

Figura 4.12. Alturas de la plementería en el deambulatorio. Secciones S.I y S.II.

Figura 4.13. Cronología constructiva de las bóvedas de las capillas radiales (1383-1424).

Figura 4.14. Cronología constructiva del ábside gótico (1383-1440), matizada con los resultados del análisis geométrico.

Figura 4.15. Anomalías estudios geofísicos, Catedral de Tortosa. Sala (2013)

Figura 4.16. Anomalías [1,2,3] identificadas en la zona del presbiterio gótico.

Figura 4.17. Detalle fachada Norte catedral de Tortosa (1563). Antoon van den Wyngaerde. (1525-1571). Osterreichische Nationalbibliothek, Viena, Picture Archive, Cod.min 41 (fol. 7 r).

Figura 4.18. Superposición sobre la catedral gótica de Tortosa de las catedrales románicas de la Seo de Urgel (1), San Vicente de Cardona (2) y las hipótesis de las catedrales románicas de Barcelona (3) y Gerona (4).

Figura 4.20. Imagen en relieve de las anomalías identificadas. Localización de las posibles escaleras de la cripta.

Figura 4.21. Hipótesis seo románica, implantación y axonometría.

Tablas

Tabla 4.1. Listado de anomalías detectadas con el georeadar.

5. DEFINICIÓN CONSTRUCTIVA

Figuras

Figura 5.1. Fases constructivas del nuevo ábside gótico, encaje volumétrico: a) y b) construcción de las capillas radiales (1347-1424); c) fases iniciales de derribo y construcción del pilar mayor; d) construcción de las dos primeras bóvedas del deambulatorio.

Figura 5.2. Cierre del deambulatorio (1434).

Figura 5.3. Andamio y cimbras de las bóvedas del presbiterio, apoyadas sobre el *pilar mayor*.

Figura 5.4. Vista inferior de los apoyos sobre el *pilar mayor*.

Figura 5.5. Fases constructivas de la nave gótica (1441- 1757)

6. ANÁLISIS DE LAS CONDICIONES DE EQUILIBRIO DURANTE LA CONSTRUCCIÓN

Figuras

Figura 6.1. Nomenclatura en planta utilizada.

Figura 6.2. Comparativa línea de presiones (LPD). LDP.A) considerando el trespol como un peso muerto; LDP B) considerando que se forma un arco de descarga en el interior del trespol.

Figura 6.3. Esquema de dimensiones y simplificación geométrica.

Figura 6.4. Nivel 1: bóveda de la capilla.

Figura 6.5. Nivel 2: construcción del muro de cierre, del pináculo y arbotante, y finalmente de la bóveda del deambulatorio.

Figura 6.6. Nivel 3: construcción del pináculo y arbotante.

Figura 6.7. Nivel 3: construcción de la bóveda del presbiterio.

Figura 6.8. Resultados MCO.02: construcción del relleno y el trespol sobre la bóveda de la capilla de Sant Pere (C1).

Figura 6.9. MCO.03: construcción de la bóveda de la capilla (C2).

Figura 6.10. MCO.05: construcción del muro del Nivel 2, sobre la capilla de Sant Pere (C1).

Figura 6.11. MCO.07: construcción de pináculos y arbotantes del Nivel 2.

Figura 6.12. MCO.08: construcción de la primera bóveda del deambulatorio (G1), sección Arco K y Arco B'.

Figura 6.13. MCO.08: construcción de la primera bóveda del deambulatorio (G1), sección Arco K y Arco B'.

Figura 6.14. MCO.08: construcción de la primera bóveda del deambulatorio (G1), sección Arco B.

Figura 6.15. MCO.11: construcción del muro y contrafuerte del Nivel 3, sobre la bóveda (G1).

Figura 6.16. MCO.11: construcción de pináculos y arbotantes del Nivel 3.

Figura 6.17. MCO.12: construcción del Arco A, situado en la boca del ábside.

Figura 6.18. MCO.12: construcción de los nervios de las bóvedas del presbiterio.

Tablas

Tabla 6.1. Valores estratos constructivos de las bóvedas.

7. DISCUSIÓN SOBRE LOS RESULTADOS

8. CONCLUSIÓN

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Origen y motivación

En términos generales, el origen del presente trabajo se encuentra en el interés por el estudio de uno de los edificios más relevantes del gótico en Cataluña, que es a la vez uno de los más desconocidos. Así, la Catedral de Tortosa (1345-1757) y su proceso constructivo se establecen como principal objeto de estudio, fijando por tanto el ámbito temporal y geográfico del trabajo.

Pero más allá del interés de la propia construcción gótica, la motivación reside en algunos factores de carácter personal.

Mariano Jover Flix (1921-1993) nacido en Lérida y residente en Tortosa desde 1943, desarrolló una importante labor historiográfica sobre la ciudad de Tortosa y su comarca, el Baix Ebre. Tanto su obra como su recuerdo como *iaio* materno me han acompañado en el desarrollo de esta tesis. A través de sus libros y de la gente que lo conoció, me ha llegado el inmenso cariño, respeto y generosidad intelectual con la que realizó todo su trabajo. En el inicio de uno de sus libros introduce la frase: 'Se dice que para estimar una cosa antes hay que conocerla', y en efecto dedicó mucho tiempo y esfuerzo en conocer un territorio con su cultura, su lengua, su arquitectura y su gente. También importantísima fue su implicación en documentar y divulgar estos valores, y fue tanta la intensidad de su labor que, de una forma sutil e indirecta, es parte del motivo por el que existe el presente trabajo.

Como *Tortosí* que soy, la Catedral de Tortosa forma parte de mi memoria y no podría determinar el primer recuerdo que de ella tengo. Pero no fue hasta mis prácticas como estudiante de arquitectura que empecé a conocerla en profundidad. Así, desde el año 2004 pude tener un contacto directo con la fábrica gótica a través del trabajo en el despacho del arquitecto Josep Lluís i Ginovart, quien también ha sido Director de esta Tesis y mentor. Durante varios años tuve la suerte de poder recorrer y dibujar esta gran obra, y ser partícipe del trabajo que supone mantener un edificio patrimonial de éstas características. Se creó así un vínculo que forma parte inseparable de mi formación como arquitecto y persona.

Por tanto, esta tesis no es solo resultado de un trabajo de investigación, sino que también es el fruto de la implicación y el trabajo de muchas personas que han *estimat* la Catedral de Tortosa. Esta estima ha quedado plasmada en su trabajo, el cual he tenido el privilegio de poder tener como referente para desarrollar esta investigación.

1.2. Justificación

De entre las diversas referencias existentes sobre la catedral de Tortosa, las principales son: el *Plan Director Sancta Maria Dertosae*¹, redactado por Josep Lluís i Ginovart y Alfonso Llorca en el periodo (1995-2000), la tesis del arquitecto Josep Lluís i Ginovart, *Geometría y diseño medieval en la catedral de Tortosa: la catedral no construida*² (2002), y la publicación realizada por la historiadora Victoria Almuni, *La catedral de Tortosa als segles del gòtic*³ (2007). La primera establece una exhaustiva base documental sobre la catedral de Tortosa, además de introducir los criterios para su conservación. La segunda define, entre otros aspectos, los principios geométricos del trazado de la catedral a través del pergamino de Guarc, preservado en el Archivo Capitular de Tortosa (ACTo.), así como su cronología constructiva a partir de los datos combinados de la historiografía y de la lectura de la fábrica gótica. Finalmente, la obra de Almuni recopila la información histórica extraída de los Llibres d'Obra (Llo.), preservados también en el Archivo Capitular (ACTo.). A partir de los registros de contabilidad y del contexto histórico es posible establecer, en algunos casos con mucha precisión, la cronología de la obra gótica.

Por tanto, la cronología del proceso constructivo de la catedral gótica está bien establecida. Existe pero, un hecho paralelo y de gran importancia vinculado a la construcción del nuevo edificio, la deconstrucción de la Seo Románica preexistente. Son pocas las referencias documentales, y siempre incompletas o inconexas, y en ningún caso concluyentes. Por tanto, el ámbito de estudio de la tesis se establece en el proceso de construcción-deconstrucción de ambos edificios.

El estudio se plantea desde diversas operativas que permitirán ir más allá de los datos aportados por la historiografía tradicional. Así, se implementarán técnicas avanzadas de prospección junto con procedimientos analíticos que permitirán evaluar las condiciones de equilibrio a lo largo del proceso constructivo.

Será un antecedente directo el Trabajo Final de Máster realizado por el autor⁴, que constituye la primera aproximación analítica a la estructura de la catedral. Seguidamente y hasta la actualidad, el desarrollo de los trabajos de investigación en la 'Unidad Predepartamental de Arquitectura' y el grupo de investigación 'Architectural Heritage', dirigidos por el Dr. Josep Lluís i Ginovart, han permitido realizar diversas publicaciones en revistas de impacto internacionales:

¹Lluís i Ginovart, J. y Llorca, A. (2000). *Pla Director Sancta Maria Dertosae. Tortosa*. Bisbat de Tortosa. Departament de Cultura Generalitat de Catalunya.

²Lluís i Ginovart, J. (2002). *Geometría y diseño medieval en la catedral de Tortosa: la catedral no construida*: tesis doctoral. Universitat Internacional de Catalunya (UIC).

³Almuni, V. (2007). *La Catedral de Tortosa als segles del gòtic*. Barcelona: Fundació Noguera.

⁴Costa Jover, A. (2012). *Condiciones de equilibrio en la Catedral de Tortosa*. Trabajo Final de Máster. Máster en Tecnología de la Arquitectura, Restauración y Rehabilitación Arquitectónica. Universitat Politècnica de Catalunya.

1. Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A., Coll Pla, S. (2015). Placing the keystone of the vault over the Presbytery in Tortosa Cathedral, Spain (1428-40). *Construction History, Vol.30, No.1*, 1-21.
2. Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A., Coll Pla, S. (2015). Elementos auxiliares de construcción en la arquitectura Gótica. El pilar “*major*” de la catedral de Tortosa. *Informes de la Construcción, Vol.67, 537*, e057.
3. Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A., Puche Fontanilles, JM., Coll Pla, S. (2014) Assessment of the construction process of the Cathedral of Tortosa. *Journal of Architectural Conservation 20:3*, 156-169.
4. Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A., Toldrà Domingo, JM., Coll Pla, S. (2014) Close Range Photogrammetry and Constructive Characterization of Masonry Gothic Vaults. *Revista de la construcción, Pontificia Universidad Católica de Chile. Escuela de construcción civil. Facultad de ingeniería. Volumen 13, nº 1, Abril 2014*, 47-55.
5. Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A., Coll Pla, S. (2014) La reconstrucción de un palimpsesto románico mediante técnicas no destructivas. *Informes de la construcción, vol 66*, 536, e045.
6. Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A. (2014) Gothic Construction and neoplatonic order. The case of Tortosa Cathedral. *Construction History. Volume 29, No.1*, 1-24.
7. Lluís i Ginovart, J., Fortuny Anguera, G., Costa Jover, A., de Sola Morales Serra, P. (2013). Gothic Construction and the Traça of a Heptagonal Apse: The Problem of the Heptagon. *Nexus Network Journal: Volume 15, Issue 2*, 325-348.
8. Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A., Fortuny Anguera, G., de Sola Morales Serra, P., Toldrà Domingo, JM. (2013). Proceso de rotura de una cúpula oval en la catedral de Tortosa. Análisis del mecanismo de colapso. *Informes de la Construcción Vol. 65, 532*, 509-517.

Algunas de estas publicaciones sintetizan o actualizan trabajos realizados previamente, mientras otras exponen los resultados de las últimas investigaciones. Así, el presente trabajo aglutina los estudios desarrollados a lo largo de los últimos 3 años.

Paralelamente, también se han publicado diversas comunicaciones en congresos, tanto nacionales como internacionales:

1. Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A., Coll Pla, S., Toldrà Domingo, J. M. (2014). The restoration of the roof of the Gothic Cathedral of Tortosa. En *Proc. of the International Conference on Preservation, Maintenance and Rehabilitation of Historical Buildings and Structures. Tomar, Portugal. 19-21 March* (pp. 255-262).
2. Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A., Coll Pla, S., Puche, J. M. (2014). Graphic techniques for the constructive identification of masonry vaults. En *Proc. of the 4th International Conference on heritage and sustainable Development. Guimaraes, Portugal, 22-25 July*. (pp. 1003-1012).

3. Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A. (2013). La bóveda y el trespol. Cobertura y estructura del gótico meridional. In *Actas del Octavo Congreso Nacional de Historia de la Construcción. Madrid, 9-12 de octubre de 2013*. Madrid: Instituto Juan de Herrera, 529–536.
4. Lluís i Ginovart, J., Costa, A., Fortuny, G. (2013). Assessment and restoration of a masonry dome in the cathedral of Tortosa enclosure. En *STREMAH XIII. Structural Studies, Repairs and Maintenance of Heritage Architecture XIII. WIT Transactions on The Built Environment, nº 131*, 391–401.
5. Costa, A., Lluís i Ginovart, J., Fortuny, G., Solà-Morales, P. (2012). Limit Analysis of Masonry Collapse Mechanisms by means of finite elements. En *Structural Analysis of Historical Constructions. Wrocław, Poland. Jerzy Jasieńko (ed)*, 465-472.

Finalmente, también se han realizado otros trabajos de investigación que, a pesar de no tratar específicamente sobre la Catedral de Tortosa, han servido como base de aprendizaje para el análisis y el estudio del patrimonio arquitectónico:

1. Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A., Coll Pla, S., Miralles Jori, R. (2015). The Legacy of the Geometry of Dürer: the Fort of San Jorge (c. 1724). *Fort. The International Journal of Fortification and Military Architecture*. Aceptado 25/04/2015 (fecha prevista de publicación otoño 2015).
2. Lluís i Ginovart, J., Toldrà Domingo, JM, Fortuny Anguera, G., Costa Jover, A., de Sola Morales Serra, P. (2014). The ellipse and the oval in the design of Spanish military defence in the eighteenth century. Different mathematical equations, similar geometrical solutions. *Nexus Network Journal: Architecture and Mathematics. Volume 16, Issue* , 587-612.
3. Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A., Coll Pla, S., López Piquer, M. (2015). Hooke's chain in the Spanish Enlightenment of the XVIIIth century. En *Proc. of the Second Construction History Society Conference, Queens' College, University of Cambridge, 20-21 March 2015. Cambridge: Construction History Society, 2015*, 23-32.
4. Lluís i Ginovart, J., Toldrà Domingo, JM., Costa Jover, A., Coll Pla, S., de Sola Morales-Serra, P. (2014). Layout and shape of Dürer's Geschützrondellen in the Spanish defensive architecture: The horseshoe pattern in the Enlightenment. En *Defense Heritage II. WIT Transactions on the Built Environment. nº. 143*, pp. 41-51.
5. Costa Jover, A., Lluís i Ginovart, J., Fortuny Anguera, G., Coll Pla, S. (2014). Large deformations on a XII Century Romanic church at Val d'Aran (Spain). En *Proc. of the 9th International Masonry Conference 2014 in Guimarães. Book of abstracts*, 221.
6. Toldrà Domingo, J.M., Macias, J.M., Puche, J.M., Costa Jover, A., de Solà Morales-Serra, P.; Espallargas-Tejero, A., Ferré, A. (2014). The octagon, the hendecagon and the approximation of pi: the geometric design of the clypeus in the enclosure of Imperial cult in Tarraco. En *Proc. of XII International Forum, Le vie dei Mercanti, Best practice in*

heritage conservation management, from the world to Pompeii. Aversa, Capri. 12-14 de Junio de 2014.

7. Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A. (2013). Patrimonio de la Vall d'Aran. La búsqueda del equilibrio a través de la deformación. Hacia una declaración de Patrimonio Mundial. En *Era Batalha de Murèth, 1213. Era Querimònia, 1313 e Era Grana Patzeria, 1513. Tres hites importants entara Val d'Aran. Jornades d'Estudi a la Val d'Aran. 19 Octubre 2013*, 102-110.
8. Fabregat, J., Royo Bareng, A., Costa Jover, A., Fortuny Anguera, G., Lluís i Ginovart, J. (2013). Structural assessment of a roman aqueduct "Pont del Diable" in Tarragona by F.E.M. En *Proc. of XI International Forum Le Vie dei Mercanti: Heritage, Architecture, Landesign. 13-14-15 June. Aversa, Capri. Italia. La scuola di Pitagora ed., Napoli 2013. Collana fabbrica della Conoscenza n. 39*, 676-684.

1.3. Objetivos y límites del estudio

El objetivo general del presente trabajo es dual: por una parte, actualizar el estado de la cuestión sobre la catedral de Tortosa, generando un documento que incorpore las investigaciones realizadas en los últimos años. Por otra, ampliar el conocimiento existente sobre el proceso de construcción-deconstrucción de la Catedral de Tortosa a partir de técnicas de prospección y análisis actuales, las cuales permiten ir más allá de los métodos historiográficos tradicionales.

De acuerdo con los objetivos generales, se establecen los siguientes objetivos específicos:

- Generar una nueva base topográfica de la Catedral de Tortosa.
- Determinar el proceso de construcción-deconstrucción que supuso la substitución de la Seo Románica por la actual Catedral Gótica.
- Definir los requerimientos estructurales de las fases de construcción del ábside a través de procedimientos analíticos, pudiendo identificar los sistemas auxiliares para garantizar el equilibrio de la estructura.

Los límites temporales del estudio quedan establecidos por la cronología constructiva de la catedral gótica. El análisis del proceso de construcción-deconstrucción abarcará así desde la colocación de la primera piedra en 1347 hasta la última consagración del templo en 1757.

En cuanto al análisis estructural, éste se centrará en la zona del ábside, cuya consagración tuvo lugar en el año 1441. Se trata de la parte con mayor interés arquitectónico, y especialmente desde el punto de vista de la estructura. A demás, el proceso de construcción-deconstrucción empieza en la cabecera, por lo que también define el periodo de mayor complejidad de la obra.

1.4. Metodología

La metodología se establece a partir de los objetivos planteados y de los procedimientos y técnicas disponibles en la actualidad, que permiten aportar nuevos datos sobre diferentes aspectos de la construcción. Estos datos complementarán la documentación existente.

Nueva base topográfica de la Catedral

En el momento de iniciar el trabajo se dispone de la planimetría en Cad del mencionado Plan Director (2000) de la Catedral de Tortosa. Éste recoge con gran precisión la planta del edificio, pero presenta algunas indefiniciones en el plano del techo. Se utilizarán técnicas actuales de captura masiva de datos, como la Fotogrametría Digital y el Escáner Láser Terrestre, para obtener una nueva topografía de la catedral en tres dimensiones y con una precisión milimétrica. Complementariamente, se realizará una campaña de prospección del subsuelo que permitirá no solo conocer la topografía de los elementos visibles, sino también identificar elementos enterrados en el subsuelo. Estos datos serán determinantes en las fases posteriores del estudio.

A continuación se resumen los datos principales de cada una de las campañas:

Fotogrametría digital (Close Range Photogrammetry, CRP). Campaña 2012-13:

- Autores: Josep Lluís i Ginovart, Josep M. Toldrà, Agustí Costa.
- Equipo: Estación Total Topcon Imaging Station 203, con precisión de 0.2 mm/1 mm ± (5 mm), cámara de 1.3 mp y velocidad de captura 1-10 fps, Exploración Max 20 pts/sec; cámara fotográfica calibrada Nikon D7000+Tokina 12-24, usando las lentes focales extremas del zoom: 12 mm and 24 mm.
- Software: Se genera un modelo 3D de superficies usando pares estéreo de fotografías orientadas mediante puntos topográficos (control points). Se utiliza el programa Topcon Image Master para generar las superficies de mallas triangulares tipo TIN (*triangulated irregular network*).

Prospección geofísica (Ground Penetrating Radar, GPR). Campaña 2013:

- Autores: Roger Sala, SOT Prospecció Arqueològica.
- Equipo: GPR IDS Hi-Mod 200-600 MHz. GPR con una resolución de lectura de 0.018x0.2 m. El sistema permite obtener alternativamente vistas de gran detalle (600 MHz, 60 nanosecond) y de gran profundidad (200 MHz, 90 nanosecond). La profundidad efectiva está entre 1.8 m (600 MHz) y 2.3 m (200 MHz), con una velocidad de registro calculada en 0.095m/nseg.
- Informe técnico con los resultados de la prospección: Sala, R. *Memòria d'Intervenció Prospecció geofísica a la catedral de Tortosa*. SOT Prospecció Arqueològica. 2013.

Escáner Láser Terrestre (Terrestrial Laser Scanner, TLS). Campaña 2013:

- Autores: Josep Lluís i Ginovart, Josep M. Puche, Agustí Costa.
- Equipo: Leica Scan Station C10, velocidad máxima instantánea de 50,000 points/sec, compensador de doble eje, rango de visión de nivel topográfico, nivel láser clase 2 (IEC 60825-1). Escáner óptico Smart-Mirror™ the rotación y oscilación automática, laser verde 3R (IEC 60825-1) con un rango visible de 532 nm. La precisión de una medición es: posición (6 mm), distancia (4 mm), ángulo horizontal/vertical (60 µrad/60 µrad; 12"/12"). El dispositivo dispone de cámara incorporada pero se utilizó una cámara externa Canon EOS 60D de 18 mp, con un gran angular que permite obtener una única imagen de 17°x17° y 1920x1920 pixels (4mp).
- Software: se utiliza el programa Cyclone de Leica Geosystems para la gestión y procesado de la nube de puntos, situando cada posición en un mismo sistema de coordenadas. Posteriormente, se utiliza el 3DReshaper de la misma casa para generar una malla a partir de la nube de puntos.

Escáner Láser Terrestre (Terrestrial Laser Scanner, TLS). Campaña 2014-15:

- Autores: Josep Lluís i Ginovart, Agustí Costa, Sergio Coll.
- Equipo: Leica Scan Station P20, precisión en 3D 3mm a 50m; 6mm a 100m, error lineal menor o igual a 1mm. Precisión angular 8" horizontal/8" vertical. Desviación estándar en la adquisición de dianas 2mm a 50m. Compensador de doble eje de resolución 1", rango dinámico +/- 5°, precisión 1,5". Ultra-high speed time-of-flight scanner, longitud de onda 808 nm (invisible) / 658 nm (visible). Laser clase 1 (IEC 60825:2014), rango de 120m a 0,4m. Campo de visión de 360° horizontal / 270° vertical. Espejo de rotación vertical sobre base de rotación horizontal. Cámara incorporada de 5 mp para cada 17°x17° imagen en color. Nivel laser clase 1 (IEC60825:2014).
- Software: se utiliza el programa Cyclone de Leica Geosystems para la gestión y procesado de la nube de puntos, situando cada posición en un mismo sistema de coordenadas. Posteriormente, se utiliza el 3DReshaper de la misma casa para generar una malla a partir de la nube de puntos.

Proceso de construcción-deconstrucción

Por una parte, la información historiográfica será fundamental para fijar a través de fuentes primarias las diferentes fases del proceso. Por otra, será imprescindible definir un modelo para la Seo Románica. A través de los datos históricos, tipologías contemporáneas de referencia, la métrica de la época y finalmente de las evidencias encontradas en la prospección del subsuelo será posible concretar una hipótesis sobre su ubicación y configuración constructiva.

Así, a través de los datos topográficos de la catedral gótica y del modelo de la románica será posible reproducir en tres dimensiones el proceso, tomando como guía principal los datos encontrados en

las fuentes primarias. Esta metodología permitirá concretar, a través de la lógica constructiva, diversas hipótesis sobre el proceso. El estudio se complementará con los datos aportados por el siguiente apartado.

Definición de los requerimientos estructurales de las fases de construcción

El marco teórico para el estudio de las condiciones de equilibrio en construcciones de fábrica está bien definido en la actualidad. La teoría del análisis límite permite, a través de líneas de presión, determinar el grado de seguridad de una estructura a compresión. Así es posible establecer los momentos constructivos en los que la estructura no era estable por si sola y podía necesitar del concurso de algún elemento que garantizara su integridad.

Esta información se pondrá en relación con la información existente sobre el proceso constructivo y la ubicación del cimbrado, identificado a través de las improntas de la fábrica. A demás, la prospección geofísica también permitirá verificar la existencia de algunos elementos auxiliares de especial relevancia.

1.5. Estructura del trabajo

El trabajo se estructura en las siguientes fases o apartados principales:

- Estado de la cuestión
- Campañas experimentales
- Definición geométrica
- Definición constructiva
- Análisis de las condiciones de equilibrio durante la construcción

El ‘Estado de la cuestión’ en este caso no se plantea solo como un paso previo imprescindible para llevar a cabo cualquier investigación. Existe una gran cantidad de material histórico y gráfico que establece la base del estudio, sin el cual es imposible desarrollar el trabajo. Más allá del repaso exhaustivo de los antecedentes, se sintetizan aquí los aspectos que definen las proporciones del templo y su historiografía. A demás, también se define la documentación existente sobre los medios auxiliares utilizados en la obra, así como los datos referentes a la Seo Románica. Finalmente, se establece también aquí el marco de referencia teórico para el análisis estructural de fábricas góticas.

En el apartado de ‘Campañas experimentales’ se expone la metodología empleada en las tres campañas llevada a cabo. Estas han implicado el uso de tecnologías actuales que permiten obtener una gran cantidad de datos geométricos en un corto espacio de tiempo. Así, la información se estructura según las metodologías empleadas: fotogrametría digital, escáner laser terrestre y georadar. Se establecen para cada una los principios fundamentales y se describe el proceso de toma de datos y posterior modelado.

El siguiente apartado, 'Definición geométrica', está dedicado a la concreción formal de los elementos que intervienen en el estudio, a partir de los datos recopilados en las campañas experimentales. En primera instancia, se verifican los resultados obtenidos por medio de las dos operativas utilizadas en la toma de datos con el objetivo de establecer la base topográfica de referencia. A continuación, se define la geometría de los elementos constructivos que intervendrán en el estudio, tanto para la comprobación volumétrica como para el análisis estructural. Los datos obtenidos también han revelado ciertas desviaciones geométricas en las bóvedas que complementaran la historiografía conocida de la construcción. Por otra parte, los datos aportados por el georadar permiten definir un modelo de catedral románica con el que verificar el proceso de construcción-deconstrucción.

El apartado 'Definición constructiva' desarrolla dos conceptos claramente diferenciados. La primera parte está dedicada a establecer las características de los elementos y materiales que intervienen en la definición constructiva de la catedral gótica. Esto permitirá entender los procesos implicados en su construcción, a la vez que establecen los parámetros para el análisis estructural desarrollado en el siguiente apartado. El segundo apartado aborda la comprobación volumétrica, por medio de un proceso de modelado tridimensional, del proceso de construcción-deconstrucción de los dos edificios, que durante décadas coexistirán en perfecta simbiosis.

El último apartado está dedicado al análisis estructural del ábside gótico durante su construcción. Se establecen los criterios de cálculo y se expone el desarrollo de las dos operativas planteadas para abordar el estudio de las condiciones de equilibrio. Este apartado se plantea desde los resultados obtenidos en el análisis, pudiendo establecer un hilo argumental a través de las diversas fases constructivas. El detalle del cálculo, con los datos numéricos utilizados y los resultados pormenorizados se adjuntan en el anejo de cálculo.

El trabajo concluirá con la síntesis de las conclusiones desarrolladas en los diversos apartados.

1.6. Convenios utilizados

El desarrollo del trabajo implica la utilización de un gran número de referencias bibliográficas. Dichas referencias tendrán el formato 'American Psychological Association, 6th edition' (APA 6th ed.) y aparecerán como nota al pie a lo largo del texto. El listado completo de bibliografía se recopilará al final del trabajo.

En cuanto a las representaciones planimétricas, se utilizará la orientación habitual que encontramos en numerosos documentos, con el eje longitudinal de la catedral situado en vertical, ubicando la cabecera en la parte superior del plano. En cuanto a la escala de los planos, en general no se utilizará una escala concreta, priorizando la claridad de aquello que se está explicando y por tanto ajustando la representación arquitectónica al hilo argumental del texto.

Por otra parte, la complejidad arquitectónica del ábside implica un número importante de elementos constructivos. El análisis estructural hace necesario establecer una nomenclatura que permita identificar claramente cada uno de estos elementos en los tramos estudiados (Figura 1.1). Se toma como referencia inicial la nomenclatura utilizada por Almuni (2007) para referenciar los pilares y pilastras del ábside. El criterio utilizado establece una letra seguida de una numeración. Distinguiremos entre pilastras (pl.) y pilares (p.). La numeración se establece desde la boca del ábside y de izquierda a derecha (según la orientación establecida) con valores sucesivos (1, 2, 3...). Para designar las distintas bóvedas, se utilizará un criterio similar. Así, las capillas se referirán con una letra (C) seguida de un número, y las bóvedas del deambulatorio con una letra (G). Para completar la nomenclatura, se asignan letras del abecedario a los distintos arcos y nervios, según su posición.

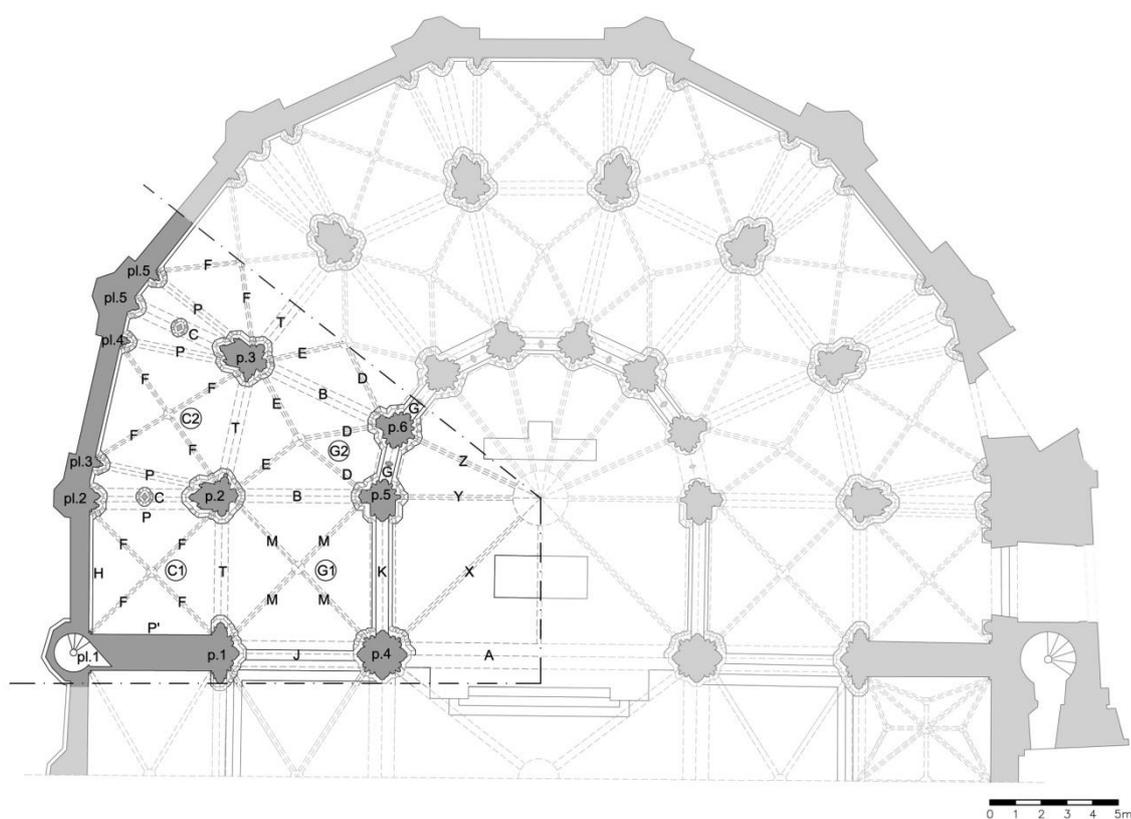


Figura 1.1. Ámbito del análisis estructural y nomenclatura.

2. ESTADO DE LA CUESTIÓN

2.1. Antecedentes

2.1.1. Investigaciones de referencia

El primer estudio sobre la catedral de Tortosa aparece en el código *Notas antiguas de esta catedral* (c.1645), escrito por el canónigo Manuel Macip (c.1645). Se trata de una serie de notas sobre los actos de construcción de la Seo. La primera publicación sobre el conjunto catedralicio en referencia a su archivo fue publicada por Ramon O'Callaghan¹ (1834-1991) en 1890, aunque la difusión internacional se debe a la obra de José Matamoros² (1866-1937), publicada en 1932 y referenciada más tarde por Pierre Lavedan³ (1885-1982). Más recientemente, en el *Pla Director Sancta Maria Dertosa*⁴, redactado por Josep Lluís i Ginovart y Alfonso Llorca y publicado en el año 2000, aparecerá la primera planimetría informatizada de la Catedral.

La Tesis de Josep Lluís i Ginovart, titulada *Geometría y diseño medieval en la catedral de Tortosa: la catedral no construida*⁵, y leída en el 2002, sienta las bases del saber medieval en el diseño de la cabecera gótica de Tortosa. El estudio geométrico del dibujo gótico más antiguo de España, la *Traça de Guarc* (c.1345-1380), permite la comparación entre el modelo construido y el proyecto gótico, dado que la secuencia del trazado de Guarc, será similar a la del ábside construido. Esto permitirá comprender el conocimiento geométrico de los constructores de la catedral, en especial el trazado del heptágono y del octógono. Por otra parte, introduce en la discusión constructiva las fuentes directas de que disponían los promotores de la catedral desde el punto de vista de la proporción. El estudio de estas fuentes primarias, permite localizar en el Archivo Capitular (ACTo.) a autores como Calcidius (f.350), Macrobius (f.400), Marciano Capella (f.430), que han sido los principales transmisores de la cultura neoplatónica, y cuya teoría proporcional se impone en el orden general de la cabecera de la catedral de Tortosa. Cabe destacar que el Archivo Capitular es un caso inusual, donde la mayoría de los documentos están casi intactos, y constituye una base documental de gran valor. Posteriormente estas investigaciones se desarrollan en publicaciones recientes, donde se profundiza en los aspectos

¹O'Callaghan, R. (1890). La Catedral de Tortosa: descripción histórica de la misma relacionada con la historia de dicha ciudad. Tortosa: Impr. Católica de Gabriel Llasat.

²Matamoros, J. (1932). La Catedral de Tortosa: trabajos monográficos acerca de su construcción y de su contenido artístico y religioso. Tortosa: Editorial Católica

³Lavedan, P. (1935). L'architecture Gothique Religieuse, en Catalogne, Valence et Baléares. Paris: Henri Laureen.

⁴Lluís i Ginovart, J. y Llorca, A. (2000). Pla Director Sancta Maria Dertosa. Tortosa. Bisbat de Tortosa. Departament de Cultura Generalitat de Catalunya.

⁵Lluís i Ginovart, J. (2002). Geometría y diseño medieval en la catedral de Tortosa: la catedral no construida: tesis doctoral. Universitat Internacional de Catalunya (UIC).

sobre la construcción geométrica de la cabecera gótica a partir de la traza de Guarc⁶, y el trasvase de conocimiento entre promotor y constructor medieval⁷.

Por otra parte, el trabajo historiográfico de Victoria Almuni permitirá entender la cronología de la construcción del ábside. Una primera aproximación será el trabajo publicado en 1991, *L'Obra de la Seu de Tortosa: 1345-1441*⁸, pero su principal aportación será *La Catedral de Tortosa als segles del gòtic*⁹. Su investigación está basada en dos fuentes documentales principales: las actas notariales del Archivo Capitular de Tortosa (ACTo), el cual contiene los fondos de negocios del Capítulo catedralicio, y los *Llibres d'Obra* (Ll.o.), que recogen la contabilidad de diversos periodos de construcción. La serie de la obra gótica inicial está formada por 41 volúmenes que abarcan el periodo (1345-1463). Estas fuentes primarias revelan una gran cantidad de información sobre las primeras fases de la obra.

El estudio combinado de las cuestiones constructivas que aparecen en los *Llibres d'Obra* junto con el análisis de la obra construida permite deducir la evolución y organización de los trabajos desde un punto de vista técnico. Como resultado de estas investigaciones, algunas de las conclusiones sobre la construcción del ábside han sido publicadas. En primera instancia, el trabajo de Josep Lluís i Ginovart¹⁰ sobre la evolución de la talla de los pilares en las capillas radiales en referencia al concepto de resistencia. Más adelante, el trabajo conjunto de Almuni y Lluís¹¹ expone las primeras conclusiones sobre la colocación de la gran clave del presbiterio, dando a conocer la secuencia constructiva de esta parte. A demás, en referencia a los medios utilizados en la construcción de la cabecera, plantean la tesis de una construcción auxiliar, el conocido como *pilar major*, que deberá garantizar el equilibrio durante la construcción del deambulatorio y el presbiterio. Por otra parte, Artur Lluñart¹² en colaboración con Josep Lluís i Ginovart realizan una primera hipótesis constructiva sobre los sistemas de andamiaje utilizados en la construcción del ábside, utilizando el pilar como elemento de apeo.

⁶Lluís i Ginovart, J. (2014). La proporción medieval en el diseño y construcción de la catedral de Tortosa. *Archivo Español de Arte*, 87(348).

⁷Lluís i Ginovart, J. (2014). La sciencia theorica speculativa en la construcción gótica. El promotor eclesiástico de la catedral medieval. *Hispania Sacra*, 66(Extra_1), 7-34.

⁸Almuni, V. (1991). *L'Obra de la Seu de Tortosa : 1345-1441*. Tortosa: Cooperativa Gràfica Dertosense.

⁹Almuni, V. (2007). *La Catedral de Tortosa als segles del gòtic* (2 vols.). Barcelona: Fundació Noguera.

¹⁰Lluís i Ginovart, J. (2009). La Scientia vero de ingeniis. El concepto de homogeneidad del material versus resistencia en los pilares de una catedral gótica. En *Actas del sexto Congreso Nacional Historia de la Construcción. Valencia, 21-24 octubre 2009* (pp. 753-761). Madrid: Instituto Juan de Herrera.

¹¹Lluís i Ginovart, J. y Almuni, V. (2011). La clave de la clau. El cierre constructivo del presbiterio gótico. En *Actas del Séptimo Congreso Nacional Historia de la Construcción. Santiago de Compostela, 26-29 octubre 2011* (pp. 733-743). Madrid: Instituto Juan de Herrera.

¹²Lluñart Curto, A. (2013). Elementos y estructuras auxiliares en la construcción del ábside de la catedral de Tortosa (1374-1441). En *Actas del Octavo Congreso Nacional de Historia de la Construcción. Madrid, 9-12 de octubre de 2013* (pp. 537-544). Madrid: Instituto Juan de Herrera.

2.1.2. Bases geométricas

Las primeras representaciones planimétricas de la Catedral de Tortosa son relativamente recientes. Las dos recopilaciones principales de referencia las encontramos en el Anejo documental de la tesis de Lluís¹³ y en el Plan Director de la catedral¹⁴. En este último aparece una relación detallada de los documentos existentes, cuya catalogación diferencia entre tres grupos de documentos:

- Aquellos que tienen un valor como levantamiento, con una voluntad académica o divulgativa, diferenciándolos de los planos de proyectos realizados en la Catedral. La representación se limita a la planta del templo.
- Aquellos realizados en la postguerra Civil Española, en el contexto de las actuaciones de Regiones Devastadas. Utiliza una escala mayor y aparecen las primeras secciones.
- Aquellos realizados por el Departament de Cultura de la Generalitat de Catalunya, después de instaurar la Delegació dels Serveis Territorials de Tortosa. Se trata de levantamientos específicos de zonas en las que se tenía que intervenir.

La Planta de la Basílica de la Catedral publicada por Vicente Lampérez y Romea¹⁵ (1861-1923), corresponde al levantamiento realizado en 1906 y constituye el primer plano conocido de la Catedral de Tortosa. Más adelante, aparecerá en la publicación de Pierre Lavedan (1935) junto a unas secciones esquemáticas de la cubierta con la proyección de sus arbotantes y pináculos. La planimetría realizada por John Conant¹⁶ (1894-1984) aparecerá en la publicación del canónico Josep Matamoros (1932). En ambos casos la configuración arquitectónica de la planta queda fijada. Los planos realizados por Regiones Devastadas toman como base el plano de Conant y amplían la documentación gráfica con las primeras secciones generales del templo. También el Servicio del Patrimonio de la Diputación de Barcelona realiza algunos levantamientos de gran detalle en el periodo 1932-1936, que incluyen una representación de la planta y dos planos con las molduras de los pilares. El mismo Servei de Patrimoni Arquitectònic de la Diputació de Barcelona realizará otra planta en (1960-1970), que será la base gráfica de la publicada más tarde por Mariano Jover Flix¹⁷ (1921-1993) en 1973.

¹³Lluís i Ginovart, J. (2002). Geometría y diseño medieval en la catedral de Tortosa: la catedral no construida: tesis doctoral. Universitat Internacional de Catalunya (UIC). (pp. 577-618).

¹⁴Lluís i Ginovart, J. y Llorca, A. (2000). Pla Director Sancta Maria Dertosae. Tortosa. Bisbat de Tortosa. Departament de Cultura Generalitat de Catalunya. (pp. 153-239).

¹⁵Lampérez, V. (1909). Historia de la Arquitectura Cristiana española en la Edad Media, según el estudio de los elementos y los monumentos. Tomo II (p. 374). Madrid: Oficina tipográfica José Blass y Cia, 374.

¹⁶Según la explicación del Pla Director (2000), no se dispone de la fecha exacta pero se asocia a la estancia de John Conant en la península durante el año 1928.

¹⁷Jover Flix, M. (1973). *Tortosa: testimonio histórico-gráfico*. Tortosa: Mariano Jover Flix. (pp. 150-151). Aparece también un esquema en planta de las fases de construcción de la Seo y de las marcas de obreros lapicidas, junto con una planta del conjunto catedralicio. Cabe destacar la fotografía en la p.418 de la bóveda situada sobre el coro que fue perforada por una bomba durante la guerra civil.

En el citado Plan Director (2000) aparece un segundo listado con todos los proyectos documentados, realizados o no, cuya planimetría supone también una importante base documental sobre la historia de la Catedral. En su mayoría son representaciones parciales que respondían a la necesidad de intervenir en una zona concreta.

Estos documentos gráficos se realizaron a mano y presentan las limitaciones propias de los medios de la época en cuanto a precisión y detalle. Así, la primera topografía informática de la catedral de Tortosa se realizó entre (1995-2000), para la elaboración del Plan Director. La toma de datos para el levantamiento se realizó a través de mediciones directas por medios manuales, referenciadas a puntos poligonales fijados mediante una estación topográfica¹⁸. El volcado de datos se realizó utilizando aplicaciones CAD, obteniendo una planimetría con un error del orden de 2 cm. La planimetría obtenida tiene una precisión adecuada en la planta del suelo, pero las limitaciones técnicas y de recursos no permitieron obtener un levantamiento equivalente para determinar la geometría del techo abovedado.

Así, el proceso de levantamiento se realizó mediante un método operativo combinado, uno de medición directa y otro de medida instrumental. Se distinguen dos procesos bien diferenciados que utilizan metodologías diferentes, una para la determinación de la planta y otra para el reconocimiento de la sección del edificio. En el primer proceso la gran mayoría de los puntos elegidos para la medición son accesibles, mientras que en el segundo caso, para la determinación de la proyección de los alzados y secciones, las referencias no son practicables y su comprobación no es inmediata, puesto que se realiza siempre mediante un proceso instrumental.

El levantamiento se realizó con cinta métrica mediante un sistema de triangulación del triángulo óptimo, apoyado sobre unos puntos fijos predeterminados, situados mediante un levantamiento taquimétrico para la eliminación de errores en las distancias superiores a 30 metros. A tal efecto, se materializó sobre el terreno una línea poligonal exterior a la Catedral formada por 9 vértices y, además, otra línea tirada poligonal interior formada por 4 vértices más, sobre las que se situaron diferentes puntos fijos de referencia en la fábrica.

El registro de datos de campo se ha realizado de forma manual en el caso de la observación de la red de bases y, de forma automática, para los puntos de taquimetría. Se utilizó una libreta electrónica PSION ORGANISER II modelo LZ64, con un Datapack de 32K que contiene el software utilizado y un Flashpack de 128K con capacidad para registrar los datos de hasta 2.000 puntos de taquimetría.

El registro y volcado automático de los datos de campo se realizó con SDRCOMMS V4. El cálculo y compensación por mm.cc de la red de apoyo con LETOP V-6.0. El cálculo taquimétrico y proceso de códigos con PROTOPO V5.00; y AUTOCAD MAP y WINDOWS 95, como

¹⁸SOKKIA, SET 3BII de 10cc de precisión angular en modo 2cc de resolución, dotada de compensador automático de doble eje y alcance máximo con un reflector (WILD GPR-1) de 2.500m, con precisión de +/- (3mm. +3ppm.)

plataforma de edició i entorn de funcionament de los anteriors. Se obtuvo así una planimetría con la geometría tanto en planta como en alzado y sección de la Catedral (Figura 2.1).

Los sistemas de levantamiento han evolucionado rápidamente a lo largo de la última década. Actualmente es posible registrar grandes cantidades de información espacial en muy poco tiempo y con gran precisión. Así, para la presente investigación se decidió realizar un nuevo levantamiento utilizando medios y técnicas contemporáneos de captura masiva de datos.

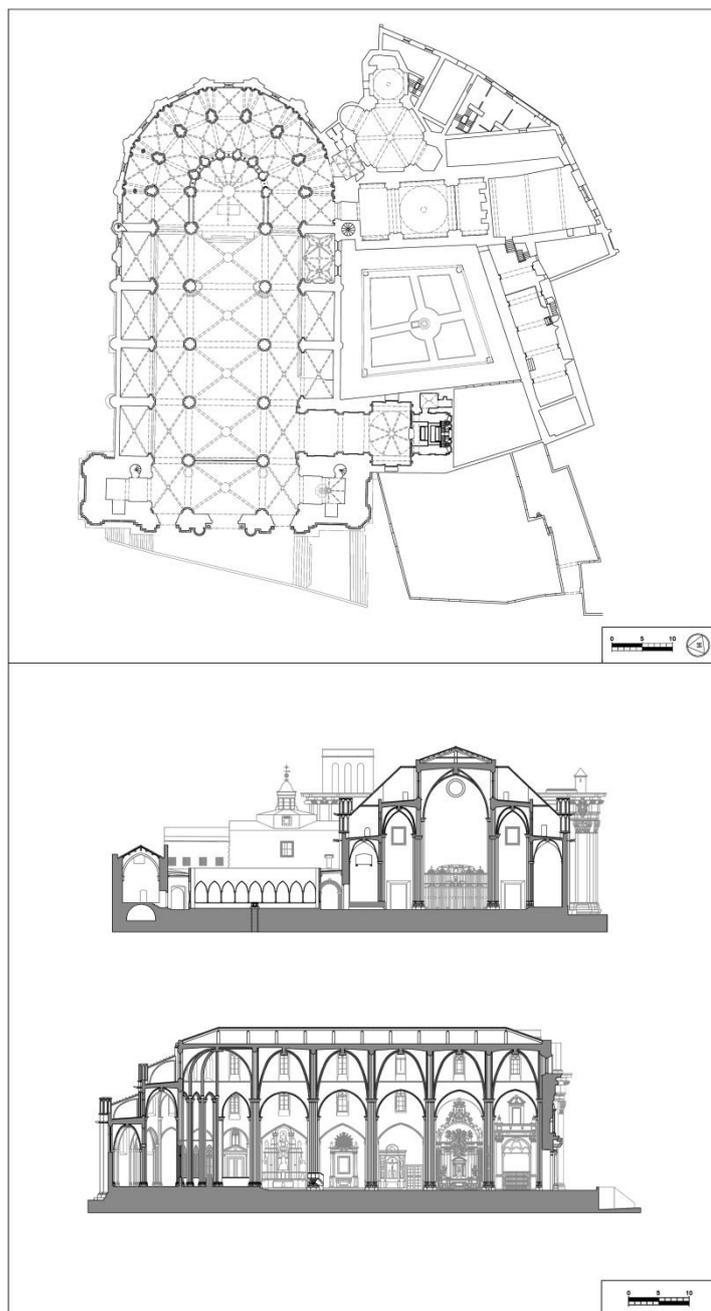


Figura 2.1. Planta baja (n2) y secciones del Plan Director (Lluís y Llorca, 2000).

2.1.3. El pergamino de Guarc

Tal y como se ha expuesto en el apartado 2.1.1, el desarrollo del estudio geométrico de la Traza de Guarc lo encontramos en la tesis de Lluís¹⁹ y los trabajos derivados, entre los que se encuentran las publicaciones *Gothic construction and the Traça of a heptagonal apse: The problem of the Heptagon*²⁰ y *Design and medieval construction: The case of Tortosa cathedral (1345–1441)*²¹.

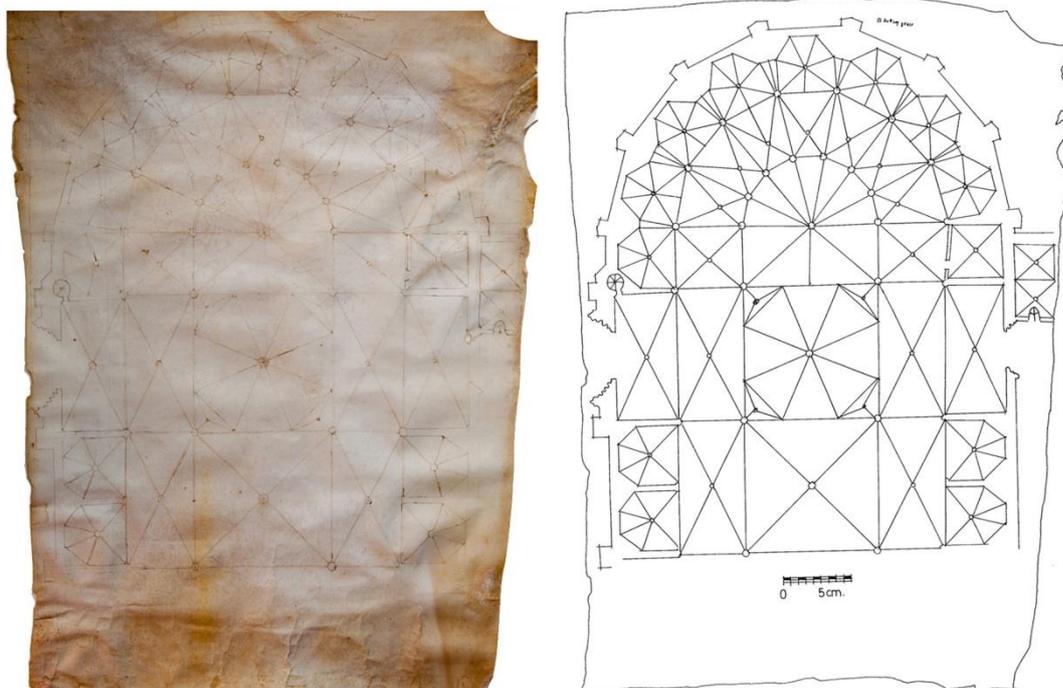


Figura 2.2. Pergamino de Guarc y reproducción de las líneas del dibujo (Lluís, 2002).

La traza de Antoni Guarc (c.1345-1380) representa la proyección en planta de una catedral gótica sobre un pergamino de medidas (917 x 682 mm) (Figura 2.2). El documento se conserva en el Archivo Capitular de la Catedral de Tortosa (ACTo.), Y en la parte superior encontramos la anotación ‘En Antony Guarç’, y en el verso ‘Fábrica –Nº49-’, ‘Mostra d’En Antony Guarç’. La traza fue difundida por José Matamoros²², y forma parte del reducido número de representaciones ortogonales de proyecto de una catedral conservadas de la Europa Medieval. Se

¹⁹ Lluís i Ginovart, J. (2002). Geometría y diseño medieval en la catedral de Tortosa: la catedral no construida: tesis doctoral. Universitat Internacional de Catalunya (UIC).

²⁰ Lluís i Ginovart, J., Fortuny Anguera, G., Costa Jover, A., & Sola-Morales Serra, P. (2013). Gothic construction and the Traça of a heptagonal apse: The problem of the Heptagon. *Nexus Network Journal: Architecture and Mathematics*, 15, 325–348.

²¹ Lluís i Ginovart, J., & Costa Jover, A. (2014). Design and medieval construction: The case of Tortosa Cathedral (1345–1441). *Construction History*, 29(1), 1–24.

²² Matamoros, J. (1932). La Catedral de Tortosa: trabajos monográficos acerca de su construcción y de su contenido artístico y religioso. Tortosa: Editorial Católica. (p. 53).

trata, junto con la traza de Basques de Montblanch (c.1345-1377, 1424)²³, de la traza más antigua conservada en España, según la catalogación realizada por Begoña Alonso Ruiz²⁴.

Guarc representa el diseño para un ábside heptagonal, con una capilla anexa, y los dos primeros tramos del cuerpo de la nave de una catedral gótica. El documento de planta basilical de tres naves, con cimborrio y ábside poligonal nunca fue construido, pero permite una aproximación a los métodos de trazado góticos. La metodología utilizada por Lluís (2002) para el estudio del trazado de Guarc, se basa en el análisis de los puntos, trazas de compás, o líneas previas a las definitivas, identificadas en la superficie del pergamino. Esta operativa permitirá establecer una metodología interpretativa de la posible construcción gráfica de las principales figuras geométricas, a las que llamamos improntas de Guarc.

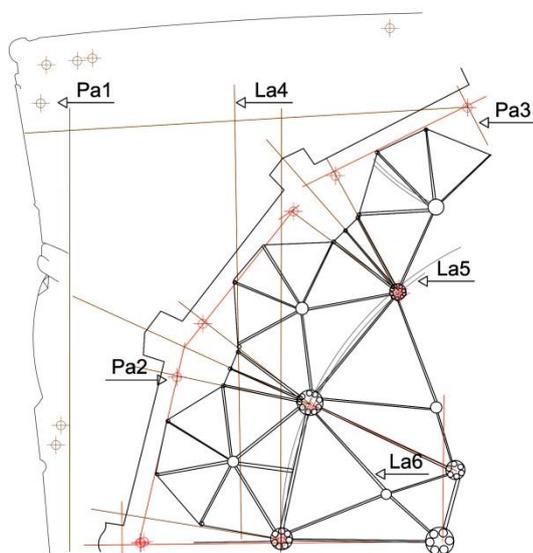


Figura 2.3. Tipología de improntas sobre el pergamino (Lluís, 2002).

Sobre el pergamino se identifican diferentes tipologías de impronta (Figura 2.3). Existen unos puntos que penetran la superficie, unos sobre el perímetro que fijan el soporte (Pa1) y otras de puntas de compás. Cabe distinguir las utilizadas para el transporte de medidas (Pa2) de las que sirven para trazar la circunferencia (Pa3). El análisis de los puntos dará la secuencia del trazado y determinará el número de operaciones que parte de él. Hay puntos que tienen una solicitud, algunos dos, y otros (como por ejemplo PO.1) presentan hasta cinco utilidades y concentran la mayoría de la base del trazado auxiliar, reconocido como punto principal o de origen. Las líneas

²³ El alzado original se perdió, pero la reproducción detallada del diseño aparece en la citada obra de Matamoros (1932), quien lo sitúa en la preparativos de la fábrica (1345). La traza pertenece a un modelo arquitectónico para el alzado de una capilla radial, con sus tres naves a niveles escafoados. Según Lluís i Ginovart (2002), El proyecto podrá ser entendido como un modelo propio y general, según el cual se debía construir la cabecera de la catedral de Tortosa (1345-1347). También se puede plantear como una rectificación de la fábrica, en el debate para la reanudación de la obra con la construcción de la Capilla de San Pedro (1375-1377), o situarlo después de la construcción de las capillas radiales en el momento de la construcción de la girola, donde se opera un cambio de sección (1424).

²⁴ Alonso, B. y Jiménez, A. (2009). *La Traça de la iglesia de Sevilla*. Sevilla: Cabildo Metropolitano. (pp. 105-106).

están trazadas con estilete de trazo recto (La4), o con compás de dos puntas, con secuencia circular (La5). Se distinguen dos tipologías de técnica gráfica para el trazado de líneas: unas están trazadas con elementos punzantes, que alterarán la superficie de la piel, y otras son semejantes al trazo del grafito. Las primeras son las que encajan el dibujo y trazan las proporciones, mientras que las segundas, realizadas como auxiliares trazado, son fijadas posteriormente con los trazos definitivos de tinta (La6).

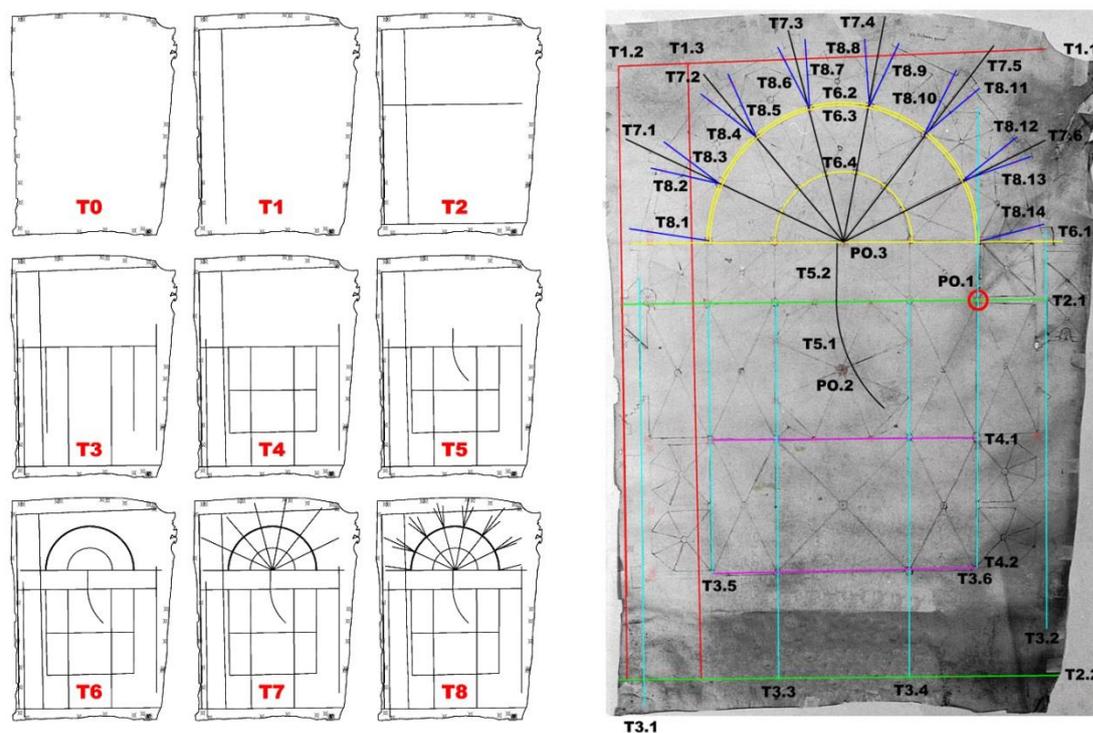


Figura 2.4. Secuencia de trazado del pergamino de Guarc (Lluís, 2002).

La secuencia del trazado del pergamino es la siguiente (Figura 2.4):

- T0. Puntos de fijación. Guarc realiza la fijación al soporte mediante algún elemento que dispuso al borde del pergamino, las incisiones y rotura de la piel es total.
- T1. Líneas de encaje de la traza. La medida entre las líneas T1.1 y T1.3 es el módulo que utilizará para el trazado del resto del dibujo.
- T2. Líneas de encaje la planta. La línea T2.1 es el punto de partida para determinar la proporción del ancho de las naves, traza una línea exterior al dibujo principal, T2.2, que está dividida en seis partes iguales
- T3. Líneas de composición vertical de la planta.
- T4. Líneas de composición horizontal. Sobre las líneas verticales T2 se cruzarán las horizontales T4.1 y T4.2, que darán la forma a la estructura de la nave. Llegado a este punto se podría optar por trazar el cimborrio o el ábside.
- T5. Líneas de composición de la cabecera. Traza el arco de centro PO.1, desde T4.1 hasta T2.1, la línea de compás T5.1, y después T5.2 cuyo final determinará la situación de la

cabecera semicircular. El proceso de las líneas T5 puede ser interpretado como el método de trazado del heptágono.

- g) T6. Líneas del trazado del ábside.- La línea T5.2 tiene la misma longitud que la distancia entre los puntos (T2.1-T3.3) y (T2.1-T5.1), determina la profundidad del tramo recto del presbiterio T6-1. En el centro de la nave el punto PO.3, la clave del presbiterio, donde se establecen los arcos del deambulatorio T6.2 y su corrección T6.3, a partir del punto (T3.5- T6.1), después T6.4 de cierre del presbiterio
- h) Las líneas T7 i T8 son la líneas principales de las operaciones auxiliares para determinar la construcción de las capillas radiales del ábside.

La planta de Guarc está estructurada sobre una base de módulo 9. La nave central tendrá 9+9 módulos y la lateral 9 módulos. Las capillas colaterales, medirán 9 módulos hasta el muro exterior y 8 en el tramo del deambulatorio. El desarrollo de Guarc es a la vez geométrico y aritmético, con lo que el proyecto en el pergamino y su desarrollo constructivo están íntimamente unidos. Guarc dibuja porque sabe construir y dibuja secuencialmente de la misma manera que se construye en el gótico de la Corona.

El trazado del heptágono por el método de Guarc a partir de la relación 18/8 no aparece en los tratados de la época (Figura 2.5). La división de la semicircunferencia de radio 18 unidades en siete partes da una solución de 8,011. En comparación a otras operativas, la de Guarc es una de las que tiene menos error desde el punto de vista matemático. La importancia radica en que la relación entre el radio 18 módulos de la circunferencia y 8 el lado del polígono de catorce lados, establece a la vez una solución geométrica, aritmética y metrológica.

Definido desde la teoría de las proporciones, si el presbiterio tiene un ancho de 18 módulos, las capillas radiales han de tener 8 módulos. Así para construir en la fábrica una capilla de 3 canas (24 palmos), se necesita un radio de 6 canas y 6 palmos (54 palmos). Guarc dibuja estableciendo una la relación tonal (9/8) entre el ancho de la capilla y el ancho de la nave lateral. El método permite operar geoméricamente con el compás, pero a la vez el poder transportar la medida aritméticamente a la fábrica. El método de Guarc y la obra ejecutada son idénticos, resolviendo los tres problemas planteados en la traza de un ábside heptagonal.

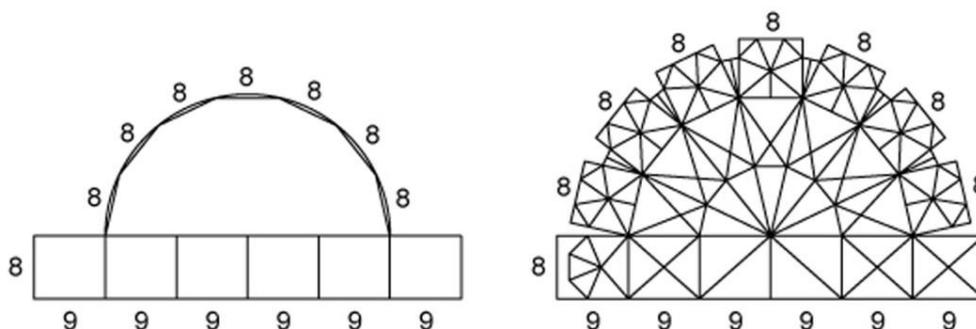


Figura 2.5. División del heptágono a partir de la modulación 18/8: 18 módulos el radio de la circunferencia y 8 módulos la medida de la capilla radial (Lluís, 2002).

2.1.4. La cubierta de la catedral: el trespol.

Durante la redacción del Plan Director (1995-2000), se realizó una cata (1996), que concluyó con la existencia de hasta tres cubiertas diferentes en la catedral de Tortosa (Figura 2.6). Una primera inclinada [Cob. C], de teja árabe con una pendiente del 8% y un grosor en la parte más alta de 0,55 m. Una azotea plana [Cob. B], acabada a la catalana, con elementos cerámicos (0.32x0.16x0.03 m), con un grueso de unos 0,15 m. en la limatesa. Bajo esta cubierta apareció la cubierta gótica original [Cob. A], rematada con el trespol. El acabado exterior es de mortero de cal y canto rodado, con un grueso entre (0,23-0,46 m). Debajo, se encuentra un relleno de cerámica hasta el trasdós de la bóveda. Esta solución aparece en las cubiertas del ábside y el primer tramo de la nave. A partir de finales del siglo XVI, la sección de la cubierta plana fue evolucionando hacia un corte constructivo de tabiques conejeros y acabado de rasilla cerámica, sustituyendo a la técnica original del trespol. Así, la intervención en la cubierta de la catedral (1996) permitió identificar los estratos constructivos y la solución original²⁵, dando pie a los primeros planteamientos analíticos sobre el comportamiento mecánico del trespol²⁶.

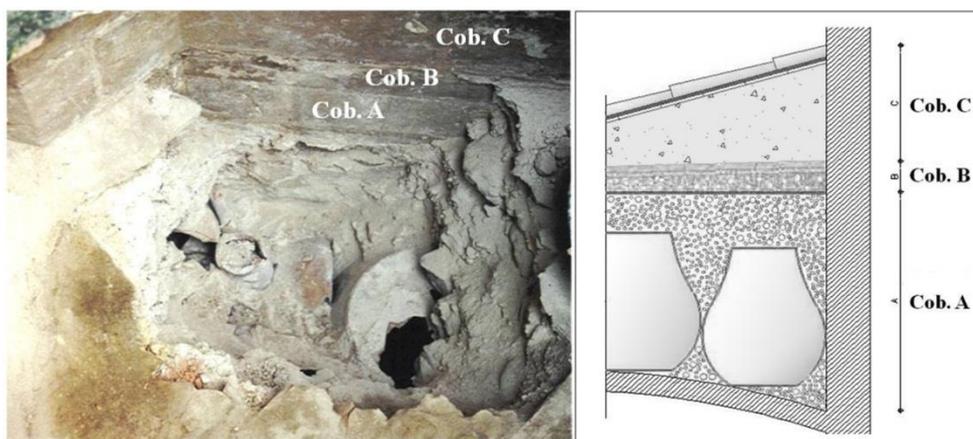


Figura 2.6. Cata de la cubierta de la Catedral de Tortosa (1996). Estratos constructivos.

Este sistema constructivo, en sus diferentes variantes de acabado exterior, de trespol o rasilla cerámica, y superficie plana o alabeada, ha sido definido por Juan Bassegoda Nonell (1930-2012), como bóveda gótica catalana, y ya fue advertido en la cubierta de la catedral de Tortosa en el informe técnico que realizó el arquitecto a causa de los problemas de filtraciones²⁷. Ha sido utilizado en numerosos edificios de la Corona, especialmente estudiados en Barcelona; la catedral de Barcelona, Monasterio de Pedralbes, Santa María de la Mar, Hospital de la Santa Cruz o la

²⁵Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A., Coll Pla, S., & Toldrà Domingo, J. M. (2014). The restoration of the roof of the Gothic Cathedral of Tortosa. En *Proc. of the International Conference on Preservation, Maintenance and Rehabilitation of Historical Buildings and Structures. Tomar, Portugal. 19-21 March* (pp. 255-262).

²⁶Lluís i Ginovart, J., & Costa Jover, A. (2013). La bóveda y el trespol. Cobertura y estructura del gótico meridional. En *Actas del Octavo Congreso Nacional de la Historia de la Construcción. Madrid, 9-12 de octubre de 2013*. (pp. 529-536). Madrid: Instituto Juan de Herrera.

²⁷Bassegoda i Nonell, J. (1983). Les Cobertes de la seo tortosina. *Revista Técnica de La Propiedad Urbana*, 33, 63-70.

Iglesia del Pino de Barcelona²⁸. El sistema constructivo mediante aligeramiento cerámico, es frecuente en el Levante y Sur de la península ibérica. Los libros de fábrica de las catedrales de Barcelona²⁹, Mallorca³⁰ o Tortosa³¹ así lo revelan. Las catas arqueológicas como las de Tortosa han revelado soluciones similares en Santa María de Alicante³², en la catedral de Mallorca³³ o en la de Sevilla³⁴.

El perfil de estos edificios religiosos, de sección plana, evolucionó hacia cubiertas inclinadas, debido a la influencia del *Instructionum fabricae* de Carlo Borromeo (1538-1584). La nueva imagen conciliar de Trento (1545-1563), impone una mayor presencia en la ciudad Renacentista, con una nueva referencia simbólica de estos edificios. Por ello el nuevo modelo con tejados inclinados, con la intención de reproducir los decorados como de los tiempos de Constantino, *laqueata tecta*, Liber I. Caput V *De tecto*³⁵.

Las cubiertas planas del gótico meridional

Esta configuración constructiva y estética de las cubiertas planas, ha sido valorada como una de las características propias del gótico meridional. Así, George E. Street (1824-1881) resalta la peculiaridad de la cubierta plana de la catedral de Barcelona, como un hecho insólito³⁶. Resultan extrañas para Robert de Lasteyrie (1849-1921) las cubiertas planas de las catedrales del Sur de Francia, como Saint-Nazaire de Carcassonne, Béziers o la de Burdeos, con un techo apoyado directamente sobre los riñones de la bóveda como se hacía en época romana³⁷. Viollet-le-Duc (1814-1879), entiende las terrazas de los modelos de las catedrales del Midí francés (Clermont, Limoges y Narbona) como una de las características evolutivas de los constructores góticos del

²⁸Bassegoda i Nonell, J. (1989). Construcción de bóvedas góticas catalanas. *Bolletí de La Societat Arqueològica Lul·liana. Revista d'Estudis Històrics*, Any CV nº8 (Tom XLV. Tercera Època. Homentge a Gabriel Alomas Esteve, arquitecte.), 133-146; Bassegoda i Nonell, J. (1989). La construcción de las bóvedas góticas catalanas. *Boletín Académico. Escola Técnica Superior de Arquitectura Da Coruña*, 11, 30-38.

²⁹Carreras i Candi, F. (1914). Les obres de la Catedral de Barcelona (1298-1445) (continuación). *Boletín de La Real Academia de Buenas Letras de Barcelona*, 50, 128-136.

³⁰Domenge i Mesquida, J. (1999). L'obra de la seu. El procés de construcció de la catedral de Mallorca en el tres-cents (p. 288). Palma: Institut d'Estudis Balearics.

³¹Almuni, V. (1991). *L'Obra de la Seu de Tortosa: 1345-1441*. Tortosa: Cooperativa Gràfica Dertosenca (pp. 181-182).

³²Borrego Colomer, M., & Saranova Zozaya, R. (1994). Envases cerámicos recuperados de las bóvedas de la Iglesia de Santa María: Alicante, importante enclave comercial mediterráneo en el bajo Medievo. *LQNT, Patrimonio Cultural de La Ciudad de Alicante*, (2), 181-198.

³³González, E. (1987). La cerámica bajomedieval de la Catedral de Mallorca. In *II Congreso de Arqueología Medieval Española, Madrid. Tomo III* (pp. 469-482).

³⁴Jiménez, Á. (2000). Rellenos cerámicos en las bóvedas de la Catedral de Sevilla. In *Actas del Tercer Congreso Nacional de Historia de la Construcción, Sevilla, 26-28 octubre 2000* (pp. 561-567). Madrid: Instituto Juan de Herrera.

³⁵Borromeo, C. (1859). *S. Caroli Borromaei. Instructionum Fabricae et Suppellectilis Ecclesiasticae Libri Duo*. Editio Revisa Novisque Aucta (pp. 27-29).Tarraconae: Ex typographia Francisci Arís.

³⁶Street, G. E. (1865). *The Gothic Architecture of Spain, with very beautiful drawings in his own hand* (p. 302). London: John Murray.

³⁷Lasteyrie, R. de. (1926). *L'Architecture Religieuse en France. A L'Epoque Gothique*. Paris: Auguste Picard.

Norte³⁸. Por otra parte, Vicente Lampérez y Romea (1861-1923) determina la diferencia monumental entre Castilla y Aragón³⁹. La tipología de iglesias salón (hallenkirche) y la sección escalonada de la cubierta plana son habituales en la Corona Aragonesa (Cataluña, Valencia y Aragón).

Josep Puig i Cadafalch (1867-1956) tomará estas catedrales como el inicio de la transformación de la catedral del Norte importada a Catalunya⁴⁰. La diferenciación específica del gótico meridional, es asumida en las tesis de Hans Sedlmayr (1896-1984), frente a los modelos franceses e ingleses⁴¹. Este concepto fue matizado por algunos autores, con la contextualización específica del gótico catalán, frente a los modelos meridionales⁴². El gótico meridional, con un clima diferente, plantea dos características tipológicas diferenciadas, la utilización de cubiertas planas, y menor superficie de ventanas en los paramentos verticales⁴³.

En el debate arquitectónico, Bonaventura Bassegoda i Musté (1896-1987), recoge las palabras del obispo Josep Torres i Baiges (1846-1916); *la arquitectura gótica en Cataluña no presenta exuberancia, fantástico idealismo ni sublimes exageraciones como en otras partes, sino que demuestra el equilibrio de facultades, la moderación de espíritu y la tendencia práctica de la raza*. Así diferencia entre los espíritus dispares del romano y del Norte. El primero es el sentido de la medida, el apego a la realidad sensible. El otro, es el dominio de la imaginación y del ensueño⁴⁴.

En la monografía sobre Santa María de la Mar, Bonaventura Bassegoda i Amigó (1862-1940), plantea una evolución de los modelos meridionales, con la secuencia: Santa María de la Aurora de Manresa, Santa María de la Mar y la catedral de Mallorca⁴⁵. Bonaventura Bassegoda i Musté, junto con Francesc Guardia i Vial (1881-1940) y Lluís Bonet i Garí (1893-1993), realizan una visita en 1934 de Santa María de la Mar, en que destacaron el racionalismo estructural de este edificio gótico, a partir del análisis de las bóvedas y la cubierta plana⁴⁶.

³⁸Viollet-le-Duc, E. E. (1854-1868). *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle*. 10 vols (vol.2: pp. 372-375). Paris: B. Bance (A. Morel).

³⁹Lampérez y Romea, V. (1909). *Historia de la Arquitectura Cristiana española en la Edad Media, según el estudio de los elementos y los monumentos*. Tomo II (p. 190 bis Lam.III). Madrid: Oficina tipográfica José Blass y Cia.

⁴⁰Puig i Cadafalch, J. (1921). *El Problema de La Transformació de La Catedral Del Nord Importada a Catalunya: Contribució a L'estudi de L'arquitectura Gòtica Meridional*. Separat Miscel.lània Prats de La Riba. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans.

⁴¹Sedlmayr, H. (1950). *Die Entstehung Der Kathedrale*. Zurich: Atlantis Verlag.

⁴²Bofill, R.M. (1977). *Un Criteri Just Si No Fos Mancat. Objecions Catalanes a La Summa Catedralicia de Sedlmayer*. *Lambard. Estudis D'art Medial Col. IX-1996*, 39-49.

⁴³Zaragozá, A. (2000). *Arquitectura Gòtica Valencia Siglos XIII-XV*. Valencia: Generalitat Valenciana. Conselleria e Cultura i Educació.

⁴⁴Bassegoda i Musté, B. (1946). *Santa María del Mar ha de recobrar su prístino esplendor*. *Cuadernos de Arquitectura 1946, Núm. 5*, 187-197.

⁴⁵Bassegoda i Amigó, B. (1925). *Santa María de La Mar. Monografía Histórica-Artística. Llibre I*. Barcelona: Fills de J. Thomas. (pp. 178-208)

⁴⁶Bassegoda i Musté, B. (1944). *Racionalismo a ultranza en la arquitectura ojival*. En *Separata Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona. Tercera época, núm. 564, vol. XXVII, núm. 4*. Barcelona: Sobs. De López Robert y C^a, Impresores.

Desde el punto de vista estructural, la cobertura de un espacio sobre el que se sitúa un importante grueso de hormigón plantea situaciones mecánicas complejas. Leopoldo Torres Balbás (1888-1960) comprueba la funcionalidad estructural de nervios y ojivas⁴⁷. Bonaventura Bassegoda i Nonell expone cómo los modelos de tradición romana dieron forma constructiva a las bóvedas medievales a la romana⁴⁸. La concepción de este modelo estructural, ha sido nuevamente puesta a debate por Arturo Zaragozá, planteando el trabajo conjunto de la bóveda con la capa superior de mortero de cal⁴⁹.

⁴⁷Torres Balbás, L. (1939). Las teorías sobre la Arquitectura gótica y las bóvedas de ojivas. *Las Ciencias, Año IV, Nº 1*. Madrid; Torres Balbás, L. (1945). Función de nervios y ojivas en las bóvedas góticas. *Investigación y Progreso*. Madrid.

⁴⁸Bassegoda i Nonell, J. (1977). Bóvedas medievales a la romana. In *Separata Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona. Tercera época núm. 782. Vol XLIII Núm. 8*. (pp. 287-382). Barcelona: Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona.

⁴⁹Zaragozá, A. (2008). A propósito de las bóvedas de crucería y otras bóvedas medievales. *Anales de Historia Del Arte, Volumen Extraordinario*, 99-126.

2.2. Proporciones en la Catedral de Tortosa

2.2.1. Marco teórico de referencia

El marco teórico referencial sobre la proporción y el despliegue geométrico de la arquitectura gótica en relación a la catedral de Tortosa se desarrolla en la ya citada tesis de Lluís (2002) y posteriormente también en los artículos *Design and medieval construction: The case of Tortosa cathedral (1345-1441)*⁵⁰ y *Assessment of the construction process of the Cathedral of Tortosa*⁵¹.

El estudio de la sección de una construcción medieval es complejo, debido a que los maestros constructores estaban sujetos al secreto profesional de la *geometria fabrorum*. La proporción geométrica en construcción gótica establece las bases de la interacción entre los saberes del promotor eclesial y el constructor medieval. La búsqueda de los principios de creación medieval aparece de manera parcial en la cosmología del *Timaeus* de Platón (c.429-347 dC). Así, uno de los puntos de contacto entre los estamentos clericales y artesanos se encuentra en la medida y proporción de la arquitectura.

Desde el punto de vista de las catedrales Góticas, Otto von Simson⁵² aborda la cuestión sobre las fuentes cultas, indagando en el *Civitas Dei*, *De Ordine* y la *Musica* de San Agustín. Esta búsqueda se completa con autores como Boecio y su *De consolatione philosophiae* y la *Musica*, y los principales comentaristas de Platón, como Calcidius, Marciano Capella o Macrobius. La renovada búsqueda de cánones creativos en la geometría platónica del *Timaeus* establece la relación entre las fuentes primarias y el conocimiento de los promotores eclesiásticos de las catedrales góticas.

La construcción de la catedral de Milán (1386), y sus debates posteriores (1392) y (1401), permiten un acercamiento epistemológico sobre la metodología de estos desarrollos geométrico-aritméticos (Figura 2.7). Los maestros de Milán debaten sobre el uso de proporciones *ad triangulum* o *ad quadratum* de los modelos franceses, u otras proporciones más bajas. La edición vitruviana del milanés C. Cesarino ilustrará el despliegue de la sección de la catedral de Milán⁵³. Cesarino precisa el método para determinar la altura de las bóvedas principales, a partir del ancho de las capillas laterales y la nave central.

⁵⁰ Lluís i Ginovart, J., & Costa Jover, A. (2014). Design and medieval construction: The case of Tortosa cathedral (1345-1441). *Construction History*, 29(1), 1-24.

⁵¹ Lluís i Ginovart, J., Costa, A., Puche, J. M., & Coll, S. (2014). Assessment of the construction process of the Cathedral of Tortosa. *Journal of Architectural Conservation*, 20(3), 156-169.

⁵² Simson, O.G. (1956). *The Gothic Cathedral: the origins of Gothic Architecture and the Medieval Concept of Order*. New York and Evanston: Harper&Row.

⁵³ Vitruvio, M.P., Cesarino C. (ed) (1521). Di Lucio Vitruvio Pollione de Architectura libri dece traducti di latino in Vulgare affigurati: Comentati & con mirando ordine insigniti. Gotardo da Ponte, Liber primus: 15r-15v.

La teoria proporcional que se deriva de esta tradici3n medieval es de aplicaci3n directa. La secci3n *ad quadratum* es de proporci3n 1/1, mientras que la *ad triangulum*, se basa en la relaci3n entre la base y la altura de un tri3ngulo equil3tero. En el periodo g3tico, el c3lculo de la altura del tri3ngulo equil3tero se ha de realizar mediante aproximaciones de la raiz de tres. La inconmensurabilidad de la medida hace que en la catedral de Mil3n, Gabriele Stornaloco (1391) proponga como soluci3n, la proporci3n (8/7).

Estudios realizados en edificios g3ticos indican la aplicaci3n de estas dos bases, *ad quadratum* y *ad triangulum*, para los despliegues proporcionales. As3 se define puede definir la secci3n te3rica de un edificio g3tico, donde existe una proporcionalidad directa entre los puntos situados en la planta y su secci3n. Con ello se establece la secci3n te3rica de referencia para la catedral de Tortosa.

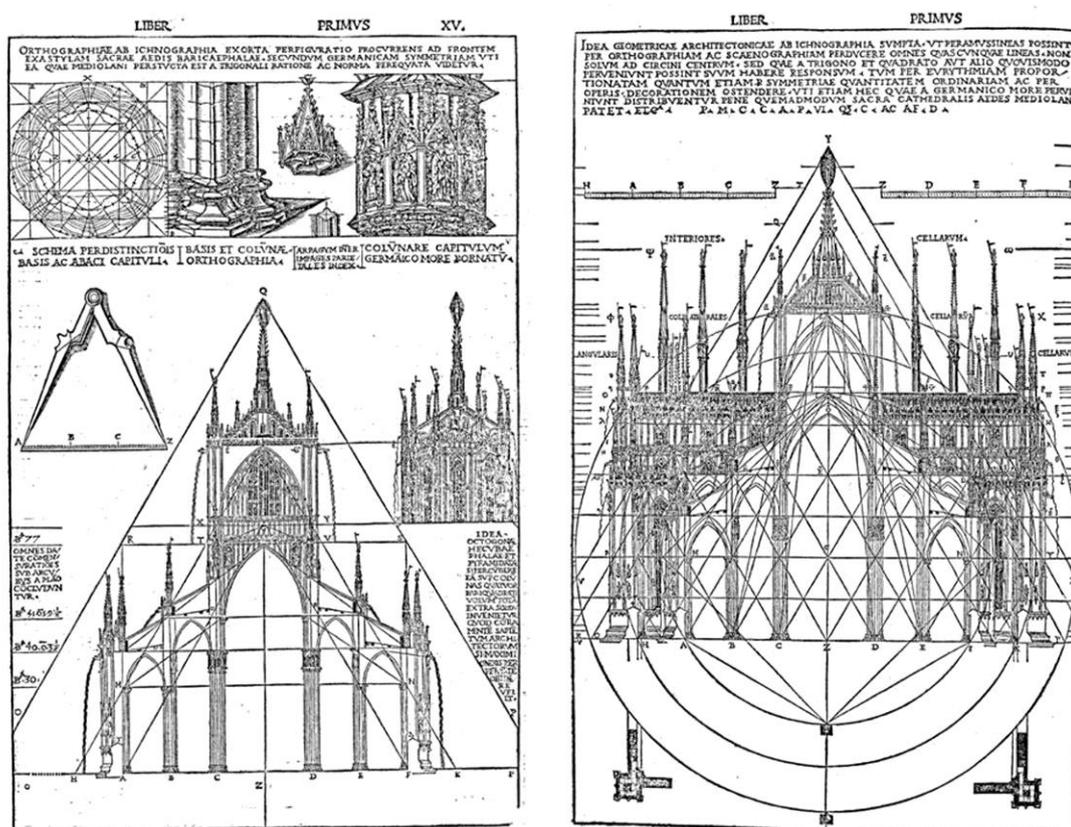


Figura 2.7. Catedral de Mil3n, traza de la secci3n por Cesare Cesarino (Vitrupio, 1521).

2.2.2. El modelo te3rico de la Catedral de Tortosa

El marco te3rico sobre el despliegue tipol3gico de la catedral de Tortosa aparece en los principales tratados sobre construcci3n g3tica del siglo XIX⁵⁴. El trazado del proyecto g3tico se

⁵⁴Willis, R. (1842). *On the construction of the vaults of the middle ages* (pp. 17-31). Transactions of the Royal Institute of British Architects Vol.1, part 2. London: Longman; Viollet-le-Duc, E. E. (1854-1868). *Dictionnaire raisonné de*

rige por reglas proporcionales que establecen las principales medidas de la construcción. Así, la sección tiene una relación modular con las medidas de la planta.

En el inicio de la obra, el maestro constructor establece la unidad básica de medida para la nueva catedral. Así, solicita para la traza del ábside la construcción de una *cana*⁵⁵. El patrón básico de las medidas en los *Llibres d'Obra* es la cana de 8 palmos, y el palmo de 12 dedos. Según los documentos para la estandarización de la cana de Tortosa y la de Barcelona (24-VII-1593), la cana de Tortosa utilizada en la catedral tiene 1.858 cm, y el palmo de 23,23 cm⁵⁶.

A partir del levantamiento del Pla Director (2000) y del Plano de Guarc se establecen las proporciones metrológicas que generan las formas del ábside gótico. Así, la planta tendrá 150 palmos de ancho por 100 de profundidad y altura. El trazado de la planta se puede definir a través de la medida de las capillas radiales. Estas son de planta cuadrada y tienen una medida interior de 21x21 palmos. El intereje de los pilares, donde se replanteó la construcción, mide 24 palmos (3 canas) y el arco de circunferencia donde se sitúan tiene un radio de 54 palmos. Existe una relación proporcional entre el radio de la circunferencia (54 palmos = 18 módulos) y el lado del polígono de catorce lados inscrito en la circunferencia (24 palmos = 8 módulos). Esta división establece una relación métrica de 9/8, de forma que la capilla es la medida básica para el trazado del ábside heptagonal (Figura 2.8).

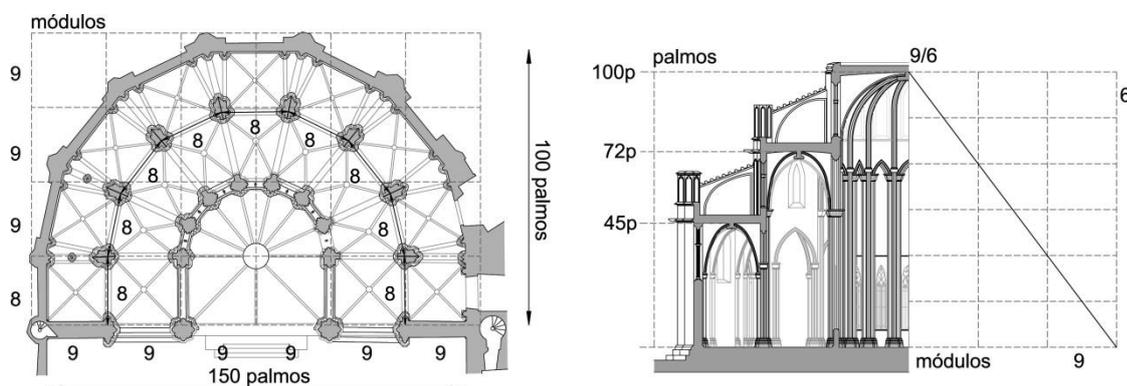


Figura 2.8. Modulación de la planta y la sección del ábside gótico (1345-1441) (Lluís, Costa 2014).

En cuanto a la sección, en términos tipológicos las bóvedas del ábside se sitúan a tres alturas diferentes. Además, las capillas radiales están conectadas visualmente, ya que el tradicional muro de separación se elimina, situando un pilar ligeramente apantallado entre las capillas y el

l'architecture française du XIe au XVIe siècle, 10 vol (v.4, pp. 61-121). Paris: Bance et Morel; Ungewitter, G.G. (1890-1892). *Lehrbuch der Gotischen Konstruktionen* (v.1: 29-67). 2 Vol. Leipzig: T.O. Weigel Nachfolger; Babcock, C. (1893). *Vaults, by Professor Charles Babcock* (pp. 9-20). Boston: Cornell University; Durm, et.al (1901). *Handbuch der Architektur. Dritter Teil: Die Hochbau konstruktionen* (pp. 163-192). 2 Band. Raumbegrenzende Konstruktionen. Heft 3,b. Stuttgart. Arnold Bergsträsser, 2b.H.3.b.

⁵⁵Item *fiu fer lo maestre de/la obra a-n Antoni ferrer una cana de ferre per pendre mesures de l'obra costa...* (Ll.o.2 1345-1347, f.36 v)

⁵⁶Felipe II (1527-1598) en las Cortes de Monzón (1585). Capítulo 89, unifica criterios métricos. Los procuradores remiten de la reducción de la cana de Tortosa a Barcelona. AHCTE, 387 (Comú II-63) Registre.

deambulatorio. La eliminación del muro entre capillas fue ensayado en el ábside de Santa María de la Aurora de Manresa (1328), que tiene una sección *ad triangulum* de 8/7. El muro se elimina en Tortosa estableciendo una sección de módulo 9/5.

El despliegue teórico de la sección tiene una modulación de 9/5 en las capillas, y 9/6 en el resto de la cabecera. Esto implica que la altura de las claves (tomada en el cuello) es de 45 palmos en las capillas (10,45m), 72 palmos en el deambulatorio (16,73m) y 100 palmos en el presbiterio (23,23m).

2.3. Historiografía de la catedral de Tortosa

2.3.1. Introducción

La cronología del proceso constructivo está parcialmente registrada en los *Llibres d'Obra* (Ll.o.), conservados en el Archivo Capitular (ACTo.). Se trata de una fuente primaria de gran valor que recopila la contabilidad de la obra de diversos años. Los estudios de Josep Lluís i Ginovart y Victoria Almuni introducidos en apartados anteriores permiten establecer con precisión la cronología constructiva de la cabecera gótica. Dicha cronología sirve de base y queda sintetizada en la mayoría de los trabajos publicados durante el desarrollo de la presente tesis⁵⁷.

El inicio de los preparativos para la construcción de la nueva catedral se sitúa en el año 1345. Antes de iniciar las obras, el maestro contratado para la construcción de la nueva catedral fue Bernat Dalguaire. La primera piedra de la nueva catedral se coloca el tercer domingo de mayo de 1347⁵⁸. Los trabajos se vieron interrumpidos poco después a causa de la Peste Negra (1347) y la Guerra de los dos Pedros (1356-1369), retomándose la construcción a finales del siglo XIV.

Los trabajos del ábside implican tres fases principales de construcción, en las que se distinguen diversos periodos de actividad (Figura 2.9). En una primera fase se construye el anillo de nueve capillas radiales alrededor de la catedral Románica original, todavía en uso. Las capillas se construyeron secuencialmente desde el Evangelio (Norte) a la Epístola (Este). Entre 1383 y 1424 se cierran con bóvedas nervadas de planta cuadrada, cuya clave se sitúa a una altura teórica de 45 palmos (1045,35 cm).

La segunda fase implicará la construcción de las nueve bóvedas del deambulatorio entre 1424 y 1434. Las dos primeras son de planta cuadrada y las siete restantes de planta trapezoidal, y su clave se sitúa a una altura teórica de 72 palmos (1672,56 cm). A diferencia de las capillas radiales, las bóvedas del deambulatorio se construyen de forma simétrica desde la boca del ábside y hacia el coro.

Finalmente, la construcción del presbiterio se realiza entre 1435 y 1441. En primer lugar se sitúa la *Clau Major* a una altura de 100 palmos (2323 cm), y a continuación se cierran las bóvedas, también empezando por las situadas en la boca del ábside, de mayor tamaño respecto al resto.

⁵⁷Lluís i Ginovart, J., Costa-Jover, A., & Coll-Pla, S. (2015). Placing the keystone of the vault over the presbytery in Tortosa Cathedral, Spain (1428-40). *Construction History*, 30(1), 1-21; Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A., & Fortuny Anguera, (2015). Elementos auxiliares de construcción en la arquitectura gótica. El pilar mayor' de la catedral de Tortosa. *Informes de La Construcción*, 67(537); Lluís i Ginovart, J., Costa, A., Puche, J. M., & Coll, S. (2014). Assessment of the construction process of the Cathedral of Tortosa. *Journal of Architectural Conservation*, 20(3), 156-169; Lluís i Ginovart, J., Costa-Jover, A., & Coll-Pla, S. (2014). La reconstrucción de un palimpsesto románico mediante técnicas no destructivas. *Informes de La Construcción*, 66, 536; Lluís i Ginovart, J., & Costa Jover, A. (2014). Design and medieval construction: The case of Tortosa cathedral (1345-1441). *Construction History*, 29(1), 1-24.

⁵⁸Almuni (2007), p.74: ACTo, ll. o. 1346-1347, fol. 21v.

La construcción de la nave se dilatará a lo largo de diversos siglos. Aunque los trabajos en la cimentación del primer tramo de nave ya habían empezado, será el cierre del presbiterio en el año 1441 el que marcará el inicio de la construcción de la nave, la cual se desarrollará hasta la segunda mitad del siglo XVIII.

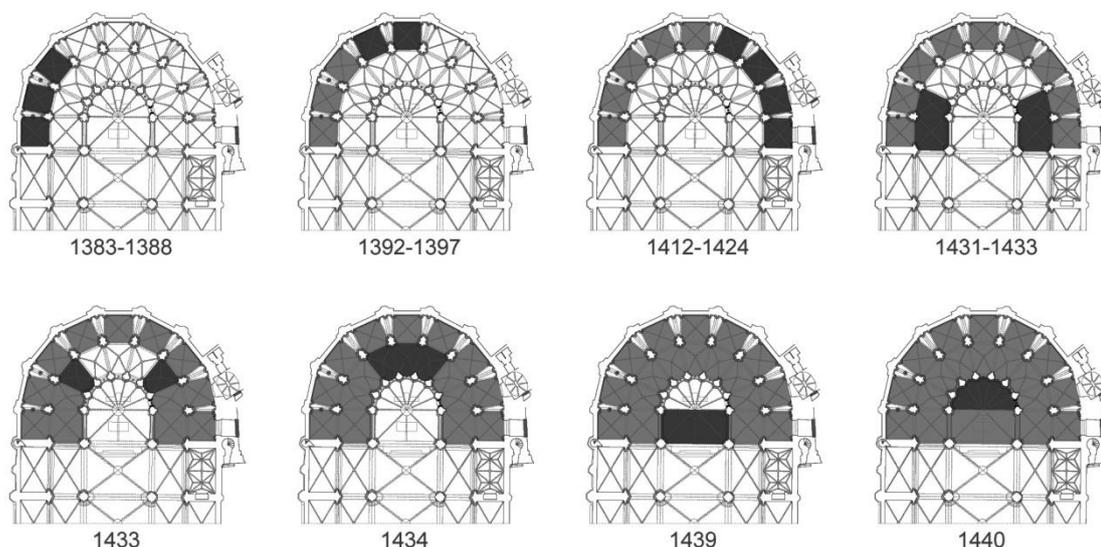


Figura 2.9. Cronología constructiva de las bóvedas del ábside (Lluís, 2002).

2.3.2. Descripción del proceso constructivo

El cinturón de las capillas radiales (1377-1424).

Después de retomar los trabajos en el periodo (1375-1376), se identifican tres momentos constructivos en la construcción de las capillas radiales. El primero se inicia con las obras de la estructura vertical de la primera capilla, y el periodo (1383-1388) corresponde a las pruebas iniciales del modelo constructivo, en que se cierran las capillas de San Pedro, San Pablo y San Vicente. Después, entre (1392-1397), vendrá la consolidación y ajuste del modelo, con la construcción de las dos capillas siguientes. En el tercero (1412-1424), se sistematiza la construcción de las cuatro capillas restantes. El nivel de cimbrado de las capillas radiales es claramente visible, y se dispuso a una altura variable. Con la finalización de capillas radiales se inicia también la ejecución del *pilar major*⁵⁹ (1428). El pilar se construye antes de cerrar las primeras bóvedas del deambulatorio realizadas en julio de 1431, y será desmontado en marzo de 1440, tras el descimbrado del presbiterio.

El proceso de construcción del primer anillo del ábside, puede realizarse sin afectar al edificio románico. En los *Llibres d'Obra* aparecen noticias sobre diversos derrumbes en el sector de la

⁵⁹...començam de desfer lo bastiment de la cerqua e començam lo bastiment del pilar major darrera l'altar, e forenhi III mestres de axa e hun fadri... (ACTo, ll. o. 1427-1428, núm. 13, fol. 15r.)

canónica⁶⁰. Es a partir de la construcción de las bóvedas del deambulatorio que la obra gótica interfiere con la románica.

Desde el punto de vista constructivo, los tanteos del modelo inicial hacen preciso el concurso de tres maestros, con tres modelos diferentes (Figura 2.10):

- Maestro A: el de la basa de la pilastra de la Capilla de San Pedro y muro de cerramiento hasta la tercera capilla radial, quien define el modelo al eliminar el muro de separación de las capillas radiales.
- Maestro B: rectifica la moldura en la basa del pilar de la Capilla de San Pedro, y cubre esta primera capilla.
- Maestro C: un nuevo cambio en las molduras del resto de las capillas, comprueba el modelo inicial e introduce matices en el despiece del pilar.

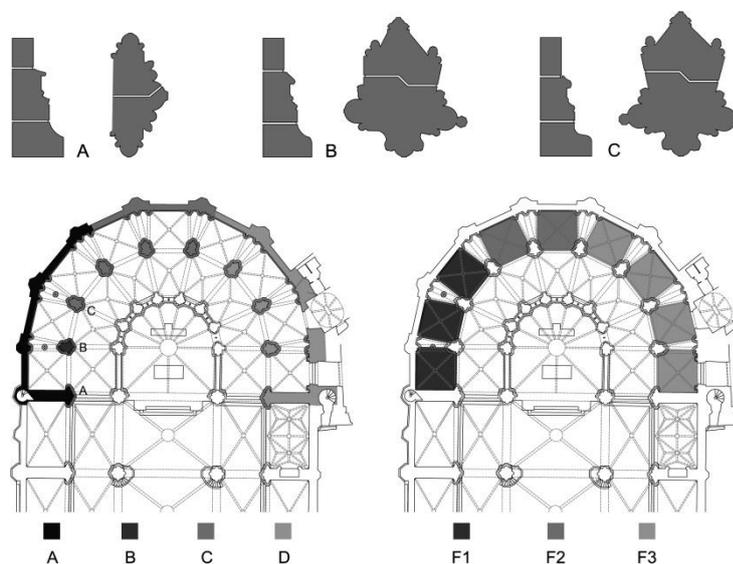


Figura 2.10. Maestros que intervienen en la primera fase constructiva del ábside y molduras (Luis, 2002).

Un cuarto Maestro D sistematiza el sistema acabando el ábside. El elemento esencial para el levantamiento y construcción del modelo estructural de Tortosa es el pilar, ya que recoge las arquerías de las bóvedas situadas en la nave más baja, pero ha de prevenir el futuro encaje de la bóveda de la nave más alta. Este elemento ha de contener inicialmente los empujes de las capillas radiales, pero en el futuro tras la construcción del deambulatorio, ha de encajar las solicitaciones del deambulatorio y después del presbiterio.

⁶⁰ Según Almuni (2007, pp. 136-145), los registros del año administrativo (1396-1397) indican trabajos de derribo importantes (ACTo, ll.o. 1396-1397, fols. 15v a 16v.). No hay libros de contabilidad del periodo (1397-1400), pero en el periodo (1401-1402) se indican aun trabajos de derrumbe y limpieza en el sector de la epístola (ACTo, ll.o. 1401-1402, fol. 20 i s. Los libros de obra del periodo (1402-1421) también se perdieron.

Los ocho pilares de la cabecera no son iguales geoméricamente. La labra de los seis dispuestos sobre el cuerpo circular, son simétricos en relación al eje del arco toral, con un ángulo de $(180^\circ/7)$ respecto al centro de la circunferencia. No son así los situados en el tramo recto, ya que el toral no está dispuesto en la bisectriz del ángulo $(90^\circ+90^\circ/7)$. Geométricamente, la distancia observada entre los centros de los pilares de las capillas radiales es de 24 palmos (3 canas de Tortosa), y la luz de las bóvedas de crucería de planta cuadrada es de 21 palmos. Esto genera respectivamente una base metrológica de 8x8 y 7x7 sobre una estructura modular de base 9.

El modelo estructural de la capilla radial es complejo ya que existen hasta cuatro alturas de imposta diferentes que marcan el arranque de las arquerías⁶¹. De esta manera, el pilar recibirá los empujes en el nivel de las capillas del arco situado en su mismo eje, los arcos diagonales de la crucería, el arco formero sobre la galería del deambulatorio y el perpiaño, cambiando en cada caso la ubicación de los empujes. A demás, recibirá también los arcos diagonales y formero de la bóveda del deambulatorio, situados a una altura superior. Así, el pilar debe adaptarse a sollicitaciones muy cambiantes durante el proceso de construcción, con la alternancia del lado de incidencia de los empujes (Figura 2.11).

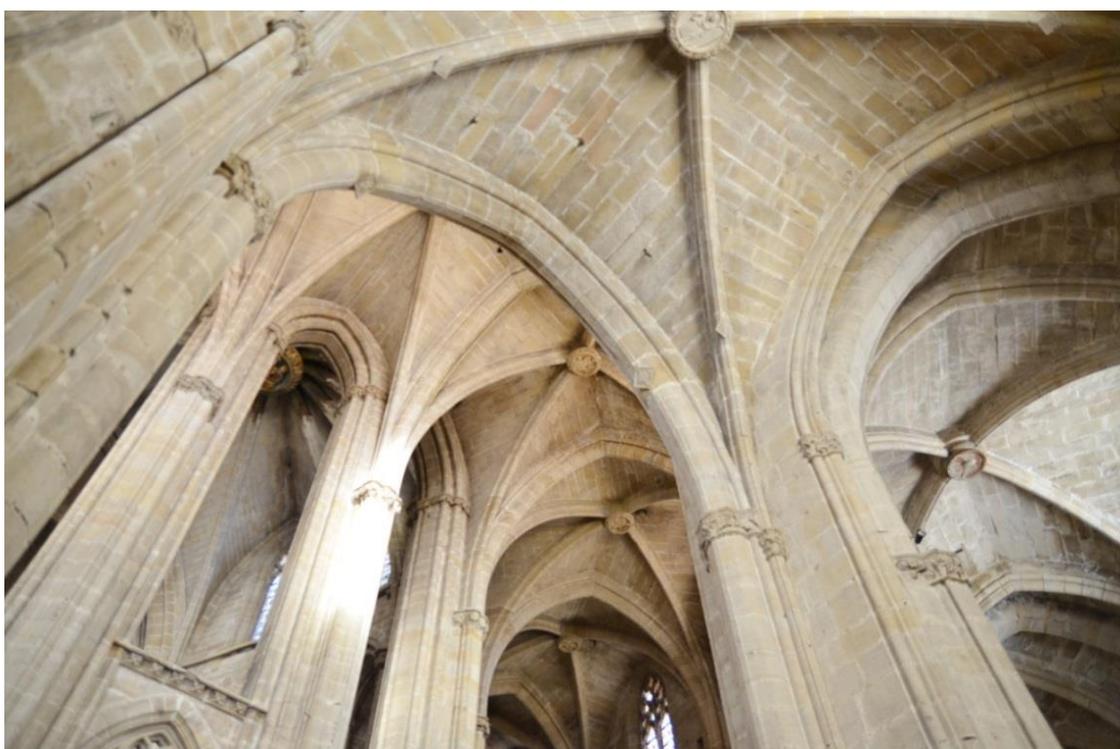


Figura 2.11. Pilar entre las capillas y el deambulatorio. Arranque de arcos y nervios a diferente altura (Costa, 16/02/2015).

⁶¹ Según las medidas del Plan Director (2000): el arco perpiaño principal tiene la imposta a una altura de 6,09 m (26palmos+2dedos), y los arcos diagonales de la crucería arrancan a 28p+8d (6,68 m). El arco formero sobre la galería del deambulatorio, por su parte, arranca a 6,97m (30p) y el arco perpiaño sobre la bóveda cuadrada a 7,35m (36p+8d).

Tras el cierre de la primera capilla, el Maestro C talla el segundo pilar de sección simétrica, modificando la moldura inferior que se conservará en el resto del ábside. La plementería de la bóveda de crucería es diferente a la de la primera capilla, con un despiece mucho mayor, que la que había realizado el Maestro B. A partir del tercer pilar tras la comprobación del modelo (1392-1397), se altera la labra y despiece de los pilares aumentándola hasta cuatro cortes por cada hilada del pilar. La nueva disposición consigue que los bloques utilizados se aligeren considerablemente, facilitando su transporte y colocación. Por contra aumentará el número de piezas, y de ahí la necesidad de ordenarlas, provocando la aparición de marcas con numeración romana para su disposición en la obra.

Así, en el inicio del modelo las piezas de los pilares son de gran formato, mientras que las dovelas de la crucería son mucho más pequeñas que las posteriores. El proceso de talla irá cambiando a medida que avanza el ábside, invirtiendo los términos del tamaño de la labra de la piedra. La gran medida de los sillares comporta un complejo manejo del peso y complica su puesta en obra. La utilización de los grandes bloques ha de garantizar la estabilidad de un modelo aún no experimentado. En términos de la *practica* del maestro medieval, a menos juntas y mayor homogeneidad de material, mayor consistencia y resistencia. Después de estas comprobaciones la fábrica podrá avanzar con una sistematización del modelo encaminado la tercera fase constructiva.

El modelo constructivo utilizado en las capillas comportó un sistema de testeo con varios ensayos. La sección es mucho más baja que las del Norte de la Corona desplegadas *ad triangulum*. La sección inicial de Tortosa es de 9/5, más cercana a los modelos meridionales como los de la catedral de Valencia y la arciprestal de Sagunto.

El maestro que cierra el primer cinturón del ábside, había construido las nueve capillas radiales de 3 canas de ancho, llegando a la última capilla radial a 150 palmos de donde había empezado, fijando así el ancho total interior. El replanteo del último pilar, se realizó a 108 palmos del primero, distancia que inicialmente no era directamente accesible, ya que interfería la catedral románica. Los maestros góticos trazaron las capillas radiales, dividiendo la semicircunferencia en siete partes sin e utilizar el centro de la circunferencia.

El deambulatorio (1424-1434).

En 1426 finaliza la construcción del muro de cierre del nivel del deambulatorio y a continuación se empieza con la construcción de pináculos y arbotantes, que será paralela a la construcción de las bóvedas del deambulatorio, finalizando en 1434.

Entre los meses de junio de 1427 y 1430 se construye el tramo superior de los arcos que separarán el deambulatorio del sector central del presbiterio. Junto con el inicio de la construcción del *pilar*

major en mayo de 1428, se inician las obras de derribo en la cabecera de la catedral románica, empezando por la bóveda. En el mes de agosto del mismo año⁶² se continuará con el derribo. También se construye un cierre de madera que conectará los dos edificios para proteger el interior del templo románico.

Tras la construcción de los pilares del presbiterio, se empiezan a cerrar las bóvedas del deambulatorio, primero las de planta cuadrada y luego las siete trapezoidales. La estrategia constructiva es diferente a la de las capillas, así el deambulatorio se empieza a cubrir simétricamente desde las capillas del evangelio y epístola.

Los primeros meses de 1931 se finaliza la arcuación interior del deambulatorio. En el mes de abril se inician los trabajos de cierre de las bóvedas, con la llegada de las piezas del arco toral que separa el deambulatorio de la nave en el lado norte, y en setiembre las del lado sur, que se construirá en 1432. En junio de 1933 se da por finalizada la construcción de la bóveda frente a Santa Caterina. A partir de este momento el ritmo de la obra se acelera, cerrando la última bóveda del deambulatorio en Mayo de 1434.

Se puede establecer la secuencia de construcción de las bóvedas de planta cuadrada, cuya superficie es de 20,03 m²: se monta el andamio el 24 de julio de 1433, se cintra el 31 julio, se construye la bóveda entre el 1 y 5 de agosto y se descimbra el 27 de agosto. Entre el 2 y el 13 de septiembre construyen el relleno de esta bóveda, la pared interior y el trespol o pavimento en dos capas. En apenas 8 semanas se construye y cubre una bóveda del deambulatorio.

Las bóvedas tienen un fácil contrarresto hacia el exterior de la fábrica, entre los arbotantes y las capillas radiales. El equilibrio hacia el interior del presbiterio es algo más complicado, puesto que no dispone de más contrarresto que el pilar del presbiterio. La existencia de empujes hacia el interior y la construcción de las bóvedas de manera simétrica, hace pensar que pudieran ser reequilibrados por el pilar que se situó detrás del altar románico. El *pilar major* puede aparecer como elemento auxiliar, neutralizando estas acciones horizontales como un simple atirantado, que bien pudiera ser el andamiaje necesario para la construcción.

Estructuralmente se realizan cambios, ya que a diferencia de las capillas radiales, los arcos formeros perpieños y cruceros del deambulatorio se ejecutan todos sobre la misma imposta, a 11,67 m (50p+3d), y con el remate de la bóveda a 16,70 m (72p). En las capillas el despliegue de sección era (9/5), mientras que en la girola pasa a ser de (9/6).

El maestro que traza la girola ha de construir los nuevos pilares del presbiterio, a la vez que el *major*. Desde el diseño formal, tenía impuesta las molduras que concurrían desde las capillas radiales, pero podía proponer unas nuevas molduras en los arcos, que habían de formar las bóvedas del presbiterio. Los pilares disponen de dos modelos de molduras, en función de la

⁶²Almuni (2007), p.160: ACTo, ll. o. 1428-1429, fols. 29r i 30v.

conurrencia de los arcos; las iniciales sobre las capillas y las nuevas que convergerán en la clave del presbiterio, donde se sitúa la *clau major*.

Los pilares de la boca del presbiterio, tendrán una sección similar a los del resto de la nave central. En el resto de pilares del presbiterio su diseño cambia significativamente. Los situados en el diámetro del presbiterio, ejecutados tras los de la nave, presentan una mayor dimensión en la dirección al eje de la catedral, debido a la dirección de los empujes y la mayor dimensión de las bóvedas que sustentan. Los otros 6 pilares tendrán una sección de menor medida respecto al resto y simétrica sobre el eje de los nervios que dividen el cierre del presbiterio.

El presbiterio (1434-1441).

La clave de bóveda de un presbiterio gótico supone su culminación constructiva y se fija como elemento simbólico que preside en altura el altar mayor. La clave mayor representa la Coronación de la Virgen María tras su Ascensión a los Cielos, acompañada de un coro de diez Ángeles. La clave se *cala* mediante un ceremonial público, el domingo 27 de septiembre de 1439, fecha en la que se celebra la festividad de la Asunción de María⁶³.

La metrología de la *clau major* de la catedral de Tortosa tiene un fuerte componente simbólico bajo la Regla de San Agustín (10x100)⁶⁴. En su diseño teórico de 10 palmos de diámetro (232 cm) y su colocación a 100 palmos de altura (2323 cm), la clave mayor representa el mil, número perfecto en la plenitud del tiempo que definido en la *Civitas Dei* (XX.7.2) de San Agustín (354-420)⁶⁵.

Así, la primera operación para el cierre del presbiterio será la colocación de la clave con un peso aproximado de 8.746 Kp, que deberá de situarse a 100 palmos. La talla final de la clave ha de resolver labra de la iconografía de la Coronación de la Virgen María. La escultura inferior se dispone sobre una circunferencia de 10 palmos de diámetro. El cuello de la clave debe albergar los nueve arcos cruceros del presbiterio que concurren en ella. Por tanto ha de existir una relación entre la longitud de la circunferencia, su diámetro y la dimensión del arco crucero que ha de entregarse en la clave. Así, hay que dividir esta circunferencia en siete partes iguales.

El diseño de la *clau* debió realizarse tras la finalización de las capillas radiales, ya que los elementos están dispuestos de forma que el perímetro de la clave es tangente a los arcos formeros

⁶³O'Callaghan, R. (1887). *Anales de Tortosa I* (pp.17-20). Tortosa: Imprenta Católica de Gabriel Llasat.

⁶⁴Lluis, A.; Almuní, V. (2011). La clave de la clau. El cierre constructivo del presbiterio gótico. *Actas del Séptimo Congreso Nacional Historia de la Construcción. Santiago de Compostela. 26-29 de octubre 2011* (pp.733-743). Madrid: Instituto Juan de Herrera.

⁶⁵La clave representa la concepción cúbica del espacio. La figura cuadrada, que es plana, y para darle altura, la hace cúbica. Así tiene diez palmos de diámetro y está situada a cien palmos de altura, de esta manera (10x100=1000). Aparece en el código del siglo XII, ACTo nº 20 fol. 337v-338v. Ver Agustín de Hipona. *Obras Completas de San Agustín XVI. La Ciudad de Dios (2º)*. Madrid: Biblioteca de Autores Cristianos, 2001, pp. 655 (XX.7.2).

del presbiterio, de forma que la clave es siempre visible tanto desde la nave como desde el deambulatorio, presidiendo el espacio arquitectónico (Figura 2.12).

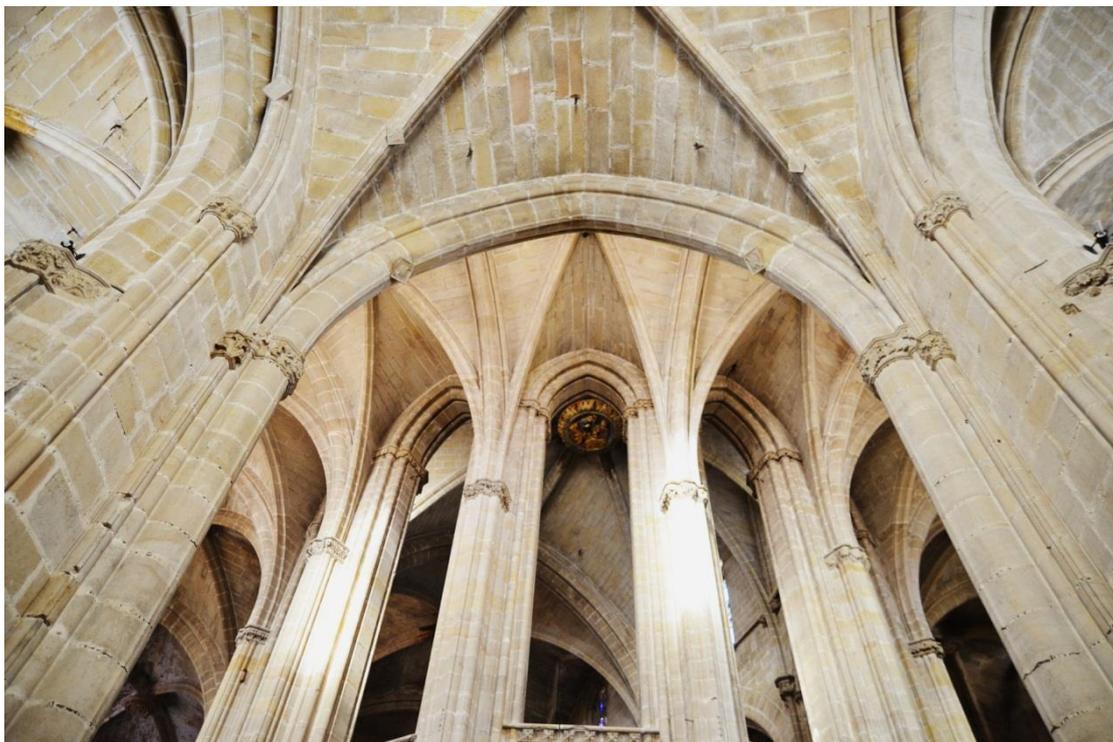


Figura 2.12. Efecto visual de la *clau major* vista desde el anillo de las capillas. (Costa, 16/02/2015).

La luz de los arcos entre los pilares del presbiterio está ajustada a seis palmos para conseguir un efecto visual en el encaje de la clave mayor. Si nos situamos en el centro de las capillas radiales, se observa una visión de la clave que es tangente a la curvatura del arco. De esta manera la gran clave preside visualmente todo el espacio y se resalta así el simbolismo de la coronación de la Virgen por su Hijo rodeada de diez Ángeles.

El ajuste visual no solo hay que realizarlo desde la medida de la luz de los pilares del presbiterio, sino que se ha de encajar en la sección definitiva de la catedral. Por ello se establece la nueva proporción de (9/6): 150 palmos de ancho por 100 de altura, frente a la sección primitiva de las capillas radiales (9/5).

La talla de la clave se realiza previamente al cierre de los arcos cruceros, y la medida de la moldura del arco viene dada por la moldura de la base del pilar del presbiterio. Para determinar la medida necesaria del cuello de la clave, se puede operar conociendo la relación proporcional (9/4), bien mediante el radio de la circunferencia en función del nervio, o viceversa⁶⁶. Los arcos del presbiterio tienen un espesor de 34 cm, y el cuello de la clave tiene 81 cm de radio, que son 3 palmos y medio, cumpliendo la relación de (9/4).

⁶⁶La relación 9 de radio a 4 de lado del polígono inscrito en ella es muy eficaz para dividir la circunferencia en 14 partes iguales.

Tras la colocación de la clave, en diciembre de 1439, se cimbra y se construye el arco de conexión entre el arco toral del presbiterio y la clave⁶⁷, con la disposición posterior de los otros dos arcos cruceros y cubriendo así las cuatro primeras bóvedas del presbiterio. Posteriormente se construyen las otras siete bóvedas simétricamente partiendo desde la nave, concluyendo estas operaciones en el año 1440.

Una vez cerrado el presbiterio con sus once bóvedas, se dispone el acabado final de la cubierta, con un grueso importante de *opus caementicium*, el trespól. Este elemento de cal está dispuesto sobre un relleno aligerado cerámico sobre el extradós de la bóveda, y su espesor oscila entre 23 y 46 cm según la zona, con lo que supone una carga muerta superior a la de las propias bóvedas de mampostería.

La catedral estaba impermeabilizada con el trespól, y la *clau major* aún disponía del sustento del *pilar major*. La transmisión de los esfuerzos se dividía entre los 10 pilares del presbiterio y el pilar central. El pilar será desmontado en marzo de 1440, con lo que la clave adquirirá su pleno sentido constructivo y estructural. En este momento habrá un reequilibrio importante de la fábrica y los pilares del presbiterio asumirán proporcionalmente la décima parte de la carga vertical del pilar central.

La clave dispone de un canto superior embebido en la bóveda, cuyo grosor es mayor que el canto de la plementería. Por tanto, la parte superior de la clave está empotrada en el trespól. Esto tendrá un efecto favorable en el caso de que se produzca la apertura de los estribos hacia el exterior, minimizando el asiento de la clave. Este elemento al estar trabado en el interior del *opus caementicium* puede llegar a formar una estructura encaballada como reconocía J. Bassegoda Nonell⁶⁸. Si por el contrario, los soportes se movieran hacia el interior, esto supondría la puesta en marcha el típico mecanismo de colapso para arcos apuntados. Por ello, el grueso del trespól, y su considerable peso, supondría una acción favorable al evitar el levantamiento de la clave.

Una vez completa la estructura del ábside gótico, la nueva catedral gótica será consagrada por primera vez en el mes de abril de 1441.

La nave

Una vez cerrado el ábside, la construcción de la nueva catedral gótica prosigue con la construcción de la nave. Los trabajos de cimentación del muro de cierre perimetral ya habían empezado con la construcción de las capillas del ábside. Según Almuni (2007), es muy difícil concretar una fecha exacta del inicio de la nave, debido a la dificultad de documentar las obras

⁶⁷Item a XVII de dehembre feu serrar lo maestre un fust de un mul an Pere Bramon hon hac dos fi ls a rao de I s VI ds per obs del arch pla de la clau al arc major ... (ACTo, ll. o. 1439-1441, fols. 48r i 55r).

⁶⁸Bassegoda i Nonell, J. (1978). *La cerámica popular en la arquitectura*. Barcelona: E. Thor.

de cimentación y derribo. Hay muy pocas referencias concretas, de las cuales destacan las noticias de 1440⁶⁹:

- Se construye un entarimado de madera que conecte el *terrat* de la obra vieja con el arco mayor de la nueva cabecera.
- Se derriban las capillas de San Agustí y Santa María Magdalena de la seo románica
- Se retoman los trabajos de cimentación y construcción de los muros perimetrales, siendo el lado del evangelio el más avanzado.

Almuni describe un documento técnico sobre la excavación para la cimentación del pilar, que data de setiembre de 1440. Es interesante destacar las medidas de la excavación, que definían un rectángulo de 21x16 palmos (487.83x371.68cm) y 26 palmos de profundidad (603,98cm)⁷⁰.

Así, la construcción de las diferentes crujías de la nave se realizará de forma consecutiva, cerrando el espacio desde las capillas laterales hasta la nave central. Los trabajos de cimentación y construcción de las bases de los muros de la siguiente crujía se realizaban de forma simultánea a la construcción de la crujía anterior.

El primero de los pilares de la nave que inicia su construcción será el del lado de la epístola, en 1442, mientras se proseguía con los trabajos de cimentación en el muro norte. Existe un vacío documental hasta el periodo 1445-46, periodo a partir del cual se registra una importante ralentización de la actividad. Los registros sobre la construcción a partir de aquí serán más dispersas, finalizando en el periodo 1459-1463.

A partir de 1450 se retoman los trabajos de construcción del primer tramo de la nave, con la capilla del lado del evangelio. En el periodo 1453-54 se cierran las capillas laterales, prosiguiendo los trabajos con la nave lateral norte. A partir de 1463 la obra se paraliza a causa de la guerra civil, retomándose los trabajos en 1486. Así, el primer tramo de nave se completará entre 1489 y 1495, a la vez que se empiezan a construir las capillas laterales del segundo tramo de nave.

Paralelamente, el 7 de junio de 1494⁷¹ aparece la noticia de la aceptación por parte del Capítulo de derribar de diversas arcadas del templo románico, a la vez que se inician las obras de cimentación del segundo tramo de nave. En 1495 la nave estaba completa y se estaba trabajando ya en el pavimento. El 1496 se hace referencia a restos de la románica existentes delante del altar mayor

⁶⁹Alumi (2007) p.193-194: ACTo, ll. o. 1439-1441, fol. 55v; ACTo, NC 1439-1450, 28 d'abril de 1440.

⁷⁰*Com fos fet lo dit pilar hages de altava fi ns en la cara de la terça XXVI palms de cana, sis palms mes avant de la obra vella, en la fi del qual clot fonch hobrat caba, tepar e argila, de amplaria XVI palms e de largària XXI palms.* Almuni (2007), p.195: ACTo, NC 1439-1450, 27 de setembre de 1440.

⁷¹Almuni (2007) p. 276: ACTo, NC 1486-1495, 7 de juny de 1494

Las fuentes documentales ofrecen datos dispersos, pero permiten establecer que en 1517 de los trabajos estaban concentrados entre el segundo y tercer tramo de nave. En ésta época la segunda capilla del sector septentrional está en construcción, finalizándose en octubre de 1525. El siglo XVI acabará con la finalización de los trabajos en el segundo y tercer tramo de nave y una nueva consagración del templo, en el año 1597.

Así, el siglo XVII verá la construcción de la fachada barroca, junto con la construcción de la capilla de la Santa Cinta. En el año 1700 la fachada ya llegaba a la primera línea de capiteles. Conforme avanzan los trabajos de la nave gótica, se irá desmontando el templo románico, con la coexistencia de las dos fachadas. El siglo XVIII vendrá marcado por el final en el 1703 de la demolición de los últimos restos de la fachada románica original⁷². Así, en este periodo se finalizará la construcción de la fachada barroca, junto con el cierre de las bóvedas de los dos últimos tramos.

2.3.3. *La catedral Románica*

La nueva catedral gótica debía sustituir la seo románica existente, cuya acta de consagración y dotación era de 28 de noviembre de 1178⁷³. La primera piedra del nuevo templo, fue colocada el 21 de mayo de 1347, iniciándose un proceso de construcción y deconstrucción, con una superposición de la catedral gótica sobre una románica a modo de palimpsesto.

La construcción gótica responde la nueva liturgia del *Prochiron, vulgo rationale divinatorum officiorum*, (1291) de Guillermo de Durando (1230-1296)⁷⁴. La nueva liturgia de Durando había sustituido a la visión alegórica de la *Gemma animae* (c.1120), de Honorio de Autun (1080-c.1153), sobre la que se había construido la catedral románica⁷⁵. La proliferación de las capillas radiales y laterales, consecuencia del *Prochiron* provocará, o bien la remodelación de las cabeceras románicas, o bien la sustitución progresiva de las seos románicas. La nueva tipología fue ensayada en las catedrales del Sur de Francia, Clermont-Ferrand (1248), Narbona (1272) y Limoges (1273) y exportadas a Catalunya, con la sustitución progresiva de las sedes románicas por las góticas. Será el caso de Gerona en 1312⁷⁶, Barcelona 1317⁷⁷ y también de la catedral de Tortosa a partir de 1345.

⁷²Alumni (2007) p. 273; O'Callaghan, R. (1888). *Anales de Tortosa III*. Tortosa: Imprenta Católica de Gabriel Llasat. (p. 183).

⁷³O'Callaghan, R. (1888), pp. 295-307.

⁷⁴La nueva liturgia era conocida por los canónigos de Tortosa. Códice ACTo nº58, (f. XIII), y los incunables de la edición de Roma (1477) (ACTo nº258) y la de Venecia (1482) (ACTo nº290).

⁷⁵Mambelli, F. (2004). Il problema dell'immagine nei commentari allegorici sulla liturgia: Dalla Gemma Animae di Onorio d'Autun (1120 ca.) al Rationale divinatorum officiorum di Durando di Mende (1286-1292). *Studi Medievali*, Vol.45, 1, 121-158.

⁷⁶Street, G.E. (1865). *Some account of gothic architecture in Spain*, (p. 318). London, Albemarle Street: John Murray.

⁷⁷Bassegoda i Nonell, J. (1973). *La catedral de Barcelona: su restauración 1968-1972* (p. 55). Barcelona: Editores Tecnicos Asociados S.A.



Figura 2.15. Detalle fachada Oeste catedral de Tortosa (1563). Antoon van den Wyngaerde. (1525-1571). Osterreichische Nationalbibliothek, Viena, Picture Archive, Cod.min 41 (fol. 8 r).

El canónigo José Matamoros Sancho (1866-1937), siguiendo la tradición historiográfica, ubica el templo románico a los pies de la actual basílica⁷⁸. Por otra parte, la divulgación de los dibujos de Antoon van den Wyngaerde. (1525-1571) en las vista de la ciudad de Tortosa (1563) (Osterreichische Nationalbibliothek, Viena, Picture Archive, Cod.min 41, fol. 7r, fol. 8 r, fol 8 v.)⁷⁹, permite identificar la cabecera de la nueva catedral gótica, sobre el mismo eje de la construcción románica (Figura 2.15).

Será Mons. Aurelio Querol Lor (1917-1994), en el *Programa Oficial de Setmana Santa* (1992)⁸⁰ quien cuestione abiertamente la tesis de la ubicación de la catedral románica que hasta el momento se ha había propiciado. Almuni divulgará la coincidencia de la catedral vieja con el cuerpo del templo actual en la *Catalunya Románica* (1985-1998)⁸¹. Esta circunstancia es tenida en cuenta en la elaboración del Plan Director de la catedral de Tortosa (2000), publicado en

⁷⁸Matamoros, J. (1932). La catedral de Tortosa. Trabajos monográficos acerca de su construcción y de su contenido artístico y religioso (p. 8-16). Tortosa: Editorial Católica.

⁷⁹Haverkamp-Begemann, E. (1969). The Spanish Views of Anton van den Wyngaerde. *Master Drawings*, vol. 7; Kagan, R.L. (1986). *Ciudades del Siglo de Oro. Las Vistas Españolas de Anton Van den Wyngaerde*. Madrid: El Viso; Galera, M. (1998). *Antoon van den Wijngaerde, pintor de ciutats i de fets d'armes a l'Europa del Cinc-cents. Cartobibliografia raonada dels dibuixos i gravats, i assaig de reconstrucció documental de l'obra pictòrica*. Madrid-Barcelona: Fundación Carlos de Amberes - Institut Cartogràfic de Catalunya.

⁸⁰Querol, A. (1992). *La Cuaresma del año Olimpico*. Tortosa: Programa Oficial de Setmana Santa.

⁸¹Almuni, V. (1997). Santa María de Tortosa, En: *Catalunya Romànica XXVI*. Barcelona: Enciclopèdia Catalana. (pp. 117-120).

*Sancta Maria Dertosae. Catedral de Tortosa*⁸². Con todo ello, Almuni publicará el primer estudio específico sobre la catedral románica de Tortosa, con una hipótesis de ubicación imprecisa topográficamente.⁸³

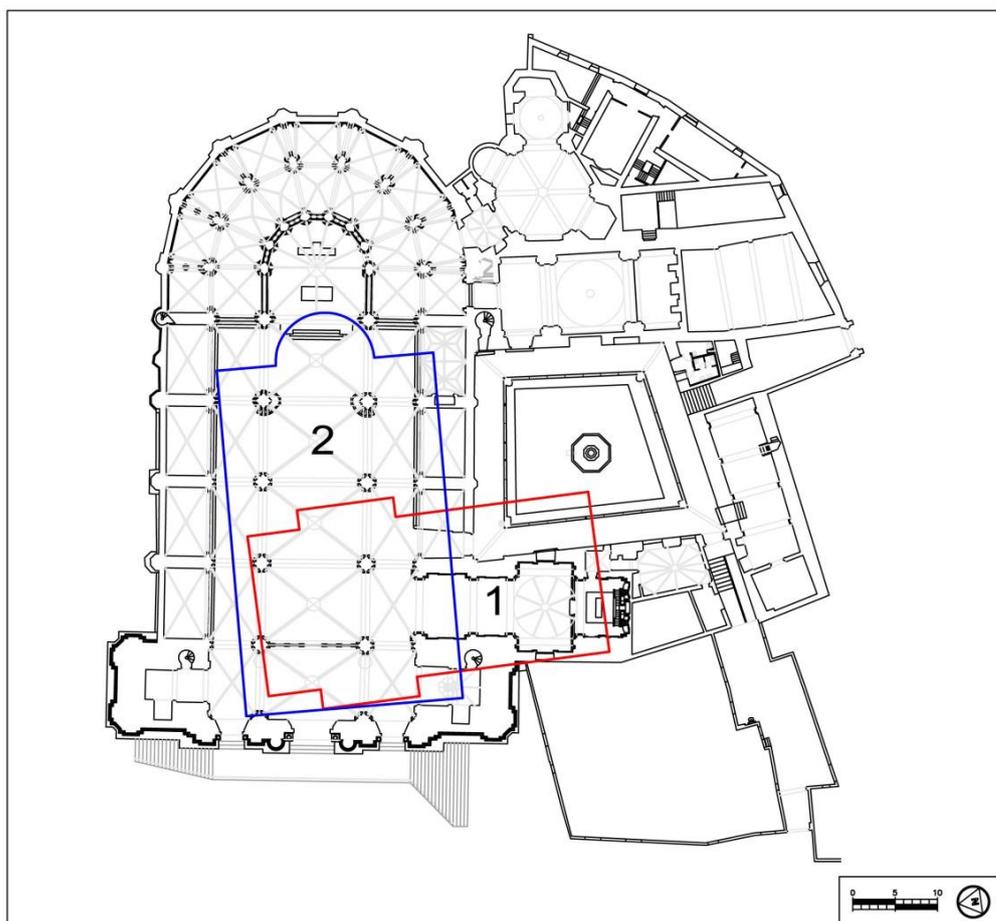


Figura 2.16. Hipótesis catedral románica sobre la gòtica:1. Matamoros (1932), 2. Almuni (2004).

Así, La ubicación de la catedral románica planteaba dos hipótesis plausibles (Figura 2.16). El canónigo Matamoros (1932), la disponía perpendicular al eje actual, con orientación Norte-Sur, y próxima a la fachada principal⁸⁴, mientras que Victoria Almuni (2004), la sitúa en una disposición similar a la catedral actual, orientada de Este-Oeste⁸⁵, ubicada al pie del presbiterio y apoyada sobre el claustro⁸⁶.

⁸²Almuni V. y Lluís i Ginovart, J. (2000). *Sancta Maria Dertosae. Catedral de Tortosa. Guia Històrica i Descriptiva*. Tortosa: Capítol Catedral de Tortosa-Bisbat de Tortosa. (pp. 30-32).

⁸³Almuni, V. (2004). La catedral románica de Tortosa. Aproximació documental a la seva historia. *Recerca*, 8, 211-250; Almuni, V. (2007). *La catedral de Tortosa als segles del gòtic*. 2 Vols. Barcelona: Fundació Noguera. Col·lecció Estudis. (V1 pp. 253-282).

⁸⁴Freixas, P. (2000). La catedral de Girona, redescobrir la Seu Romànica. Els resultats de la recerca del Projecte Progres. Girona: Ajuntament de Girona. (pp. 61-64).

⁸⁵Pérez, V.; Canas, J.A.; Pujades, LL.; Clapés, J.; Caselles, O.; Garcia, F.; Osorio, R. (2000). GPR survey to confirm the location of ancient structures under the Valencian Cathedral (Spain). *Journal of Applied Geophysics*, 43: 167-174.

⁸⁶García, L. M., (2002). La antigua catedral románica de Burgos. *Revista de Obras Públicas*, 51-57.

Con el objetivo de localizar la Seo Románica, se realizará un estudio del subsuelo por medio de técnicas geofísicas que permitirán identificar elementos importantes de la catedral románica, con una orientación Este-Oeste, centrada sobre el eje de la catedral gótica, y con una cabecera concéntrica al presbiterio actual, diferente a las dos hipótesis iniciales.

2.4. Los medios auxiliares

2.4.1. Introducción

La cuestión sobre los medios auxiliares utilizados en la construcción del ábside gótico de la catedral de Tortosa se plantea inicialmente en *La clave de la clau. El cierre constructivo del presbiterio gótico*⁸⁷ y posteriormente en los trabajos desarrollados por Lluart⁸⁸. La colocación de la gran clave que preside el presbiterio supone uno de los principales retos de la construcción del ábside, y está íntimamente ligada a la existencia del *pilar major*, un gran elemento auxiliar que deberá soportar el peso de la gran clave y garantizar su correcta colocación. Además, tendrá también la responsabilidad de equilibrar la estructura durante las distintas fases constructivas. Estas cuestiones son desarrolladas en los recientes trabajos sobre la *clau major*⁸⁹ y el *pilar major*⁹⁰.

La colocación de la clave tiene un papel fundamental en la construcción de bóvedas góticas. En la clave se concreta el rigor de definición geométrica del espacio a cubrir, a la vez que su potencia como cierre estructural del casquete de la bóveda. Estos procesos constructivos requieren la utilización de elementos y estructuras auxiliares en las fases intermedias de ejecución, y son esenciales para conseguir la estabilidad final del conjunto. Los más habituales serán andamios y cimbras de madera, pero también podremos encontrar elementos de fábrica temporales como pilares auxiliares.

2.4.2. El pilar major

En los *Llibres d'Obra* (Ll.o.) del Archivo Capitular de Tortosa (ACTo) aparece la construcción del *pilar major* como elemento auxiliar durante la construcción de las bóvedas del deambulatorio y el presbiterio del ábside gótico. Victoria Almuni lo sitúa en 1428, en plena construcción del sector central del presbiterio⁹¹. Inicialmente se planteó la hipótesis de una construcción auxiliar, como elemento de soporte para la colocación de la clave del presbiterio, dadas sus grandes dimensiones y peso. La colocación de la clave puede considerarse como el mayor alarde técnico en la construcción de la catedral. Lluís y Almuni (2011) plantean la tesis de una construcción

⁸⁷Lluís i Ginovart, J., & Almuni i Balada, V. (2011). La clave de la clau. El cierre constructivo del presbiterio gótico. In *Actas del Séptimo Congreso Nacional Historia de la Construcción. antiago de Compostela* (pp. 733-742). Madrid: Instituto Juan de Herrera.

⁸⁸Lluart, A. (2013). Elementos y estructuras auxiliares en la construcción del ábside de la catedral de Tortosa. *Actas del Octavo Congreso Nacional de Historia de la construcción. Madrid 9 12 de octubre 2013* (pp. 537-544). Madrid: Instituto Juan de Herrera, Madrid.

⁸⁹Lluís i Ginovart, J., Costa-Jover, A., & Coll-Pla, S. (2015). Placing the keystone of the vault over the presbytery in Tortosa Cathedral, Spain (1428-40). *Construction History*, 30(1), 1-21.

⁹⁰Lluís i Ginovart, J., Costa Jover, A., & Fortuny Anguera, G. (2015). Elementos auxiliares de construcción en la arquitectura gótica. El pilar major" de la catedral de Tortosa. *Informes de La Construcción*, 67(537).

⁹¹Almuni, V. (2007). *La catedral de Tortosa als segles del gòtic*. 2 Vols. Fundació Noguera. Col·lecció Estudis, Barcelona. (v1. pp. 151- 186).

auxiliar, que luego será desmontada, pero como elemento esencial para el equilibrio en la construcción del deambulatorio. Por otra parte Artur Llunart y Josep Lluís⁹² realizan una primera hipótesis constructiva de los sistemas de andamiaje en la construcción del ábside, utilizando el pilar como elemento de apeo de éstos.

Se trata de un elemento auxiliar esencial durante la construcción del ábside de la catedral de Tortosa. A demás de equilibrar los empujes, el pilar tendrá un papel fundamental en la colocación de la clave que preside el presbiterio. La clave mayor es la primera pieza del cierre del presbiterio en ser colocada. En la documentación aparecen dos términos referentes a los medios auxiliares utilizados en la operación del calado de la clave en su lugar, el *bastiment* y el *matraç*⁹³. Éste mismo término aparece en los libros de fábrica de la catedral de Barcelona (1418), en relación a la clave de la *volta major de la façana*⁹⁴. La operación final se realiza por fases, primero los marineros subieron la clave hasta un primer nivel, *fins l'endret on devia muntar*, para luego colocarla con más precisión, donde la *clau avia a esser posada e asetiada*. El artefacto es acarreado mediante una *exarcia*, que es especie de red gruesa.

La clave con la delicada escultura debía estar protegida, y colocada sobre el *bastiment*, que ha de ser una especie de molde. Su disposición geométrica y orientación debían ser muy precisos, debido a la convergencia de los once arcos de las bóvedas. Este elemento, con la clave, ha de ser *asetiada*, sobre un elemento que permita situar con gran precisión la clave. Aquí es esencial la labor del pilar mayor, primero como elemento de sustento, pero también como direccionador geométrico.

Una hipótesis sería plantear otro *bastiment*, sobre el pilar, en el que encajar el *bastiment* en la que se dispuso la clave. El *bastiment* inferior tendría además otra función, la de elemento de descimbrado. Así, al sacar las previsibles cuñas inferiores, se liberaría el conjunto de las bóvedas del presbiterio, permitiendo el asiento de la clave, con suficiente holgura para no dañar la base escultórica. Tras la colocación de la clave, en diciembre de 1439, se cimbra y se construye el arco de conexión entre el arco toral del presbiterio y la clave, completando el cierre de las bóvedas del presbiterio en 1441.

⁹²Llunart, A. (2013). Elementos y estructuras auxiliares en la construcción del ábside de la catedral de Tortosa. *Actas del Octavo Congreso Nacional de Historia de la construcción. Madrid 9 12 de octubre 2013* (pp. 537-544). Madrid: Instituto Juan de Herrera, Madrid.

⁹³*E essent muntada, muntaren e assentaren lo bastiment e matràs hon la dita clau avia a esser posada e asetiada, lo qual bastiment e matras asetat davall la dita clau, ladonchs calaren la dita clau, e calant aquella per lo molt...la dita clau fonch damunt lo dit bastiment, o matràs, ab lo maestre de la seu, assetiada,..* (O'Callaghan, R. (1887) *Anales de Tortosa I*. Tortosa: Imprenta Católica de Gabriel Llasat, pp.17-20).

⁹⁴Carreras, F. (1914). Les obres de la catedral de Barcelona. *Boletín de la Academia de Buenas Letras*. Vol 7. No. 53, 302-17.

2.4.3. Improntas y cotas de andamiaaje

Con el objetivo de determinar el sistema de andamiaaje del ábside, Lluart y Lluís⁹⁵ realizan una toma de datos de todas las improntas existentes en el conjunto del ábside. Algunas son perfectamente visibles al estar aún sin rellenar la mampostería correspondiente, mientras otras fueron cubiertas después de su descimbrado. Estas improntas se determinan en las tres fases de ejecución de la fábrica: capillas radiales, deambulatorio y presbiterio. La toma de datos se realiza mediante una estación total, Topcon Imaging Station 203, de precisión de 0,2 mm/1 mm ± (5 mm)⁵. La medida de las alturas, se representa mediante el plano superior de impronta, sobre el que se cimbrarían las bóvedas.

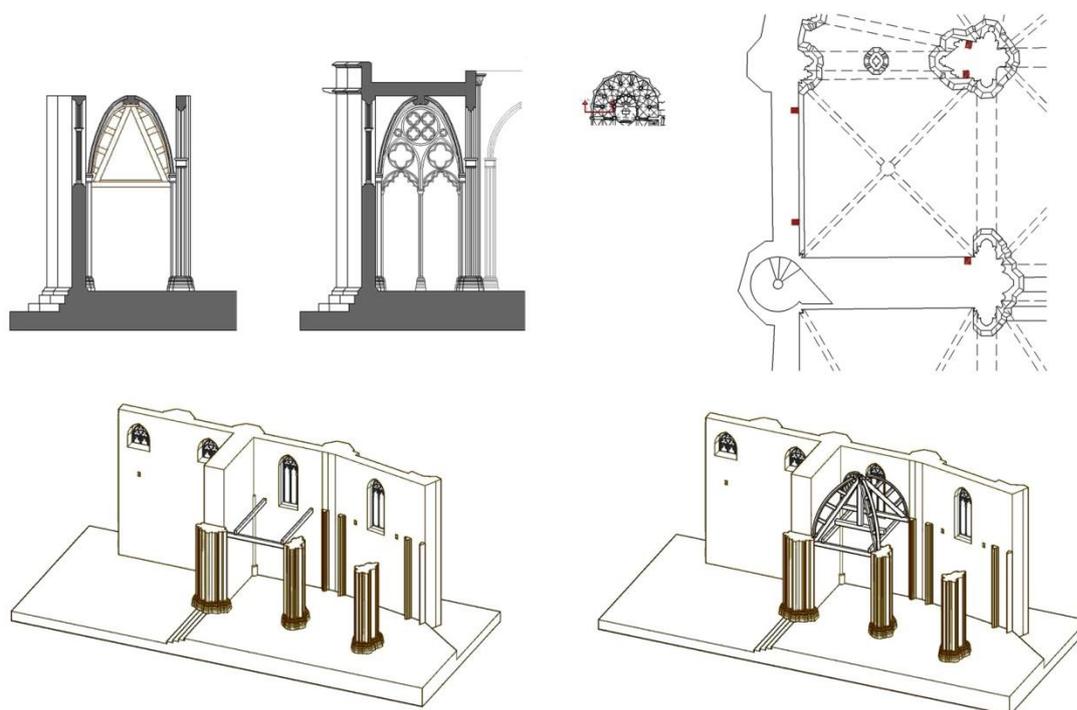


Figura 2.13. Hipótesis de cimbrado de la primera bóveda del anillo de las capillas, dedicada a Sant Pere (Lluís, Costa, Fortuny 2015).

El primer andamiaaje que se construyó fue el de la capilla de *Sant Pere*. Se observan cuatro improntas: dos en el muro de cierre y dos en el pilar y muro del deambulatorio, situadas a la misma altura. La cara inferior está situada a 25 palmos (5,81 metros), mientras que el plano superior está a 5,95 m. La igualdad de nivel del entramado de madera hace que como primera

⁹⁵Lluart, A. (2013). Elementos y estructuras auxiliares en la construcción del ábside de la catedral de Tortosa. *Actas del Octavo Congreso Nacional de Historia de la construcción. Madrid 9 12 de octubre 2013* (pp. 537-544). Madrid: Instituto Juan de Herrera, Madrid.

hipòtesis se plantee la existencia de un apeo con un pilar central⁹⁶. De acuerdo con las improntas de las siguientes capillas, se formula una segunda hipótesis, sin el pilar auxiliar⁹⁷ (Figura 2.13).

En la Capilla de *Sant Pau* cambia la tipología de andamiaje, ya que las huellas de la estructura son más bajas en los pilares del deambulatorio, que en el del paramento del muro exterior. Esto permite una solución con un primer apoyo sobre los pilares en la que se apoya la biga travesera hacia el muro exterior. Será el caso de las capillas nº 2, 3, 4 y 5. Finalmente en las capillas nº 6, 7, 8 y 9 no existen huellas en los pilares, con lo que la unión en estos ha de hacerse mediante cuñas y cuerdas.

En el deambulatorio, se encuentran a una altura bastante uniforme, con un remate de la cara superior entre 13,09 y 13,13 metros, con la única excepción de una huella que se encuentra a 12,85 metros. Sigue el patrón de dos improntas en cada bóveda, y sin huella sobre los pilares del presbiterio. Una posible solución a este segundo punto de apoyo, se encuentra en la existencia del *pilar major* y su posible andamio. Éste andamiaje podría solucionar los empujes horizontales de la bóvedas del deambulatorio. A su vez podría ser utilizado como soporte del cimbrado de esta segunda fase. La otra posibilidad existente, es la construcción de unos anillos de cáñamo rodeando el pilar, y tensado mediante cuñas de madera, con una técnica similar a la del deambulatorio.

Finalmente, los puntos del cimbrado y del remate de la clave son conmensurables, con un plano de cimbrado a 17,65 m (9,5 canas), a la altura de la segunda terraza, perfectamente visibles, aunque a diferencia de las restantes, están tapiadas.

Así, el cimbrado de las bóvedas en las capillas radiales no es constante. La altura de las improntas varía sustancialmente entre 5,156 y 8,294 m. En el deambulatorio las líneas de las improntas están situadas a una altura constante, que oscila ligeramente entre 12,850 y 13,130 m. Lo mismo ocurre en el presbiterio, donde se identifican perfectamente los once despieces de mampostería a una altura de entre 17,080 y 17,129 m. Éstas fueron posteriormente recubiertas una vez retirado el andamiaje.

⁹⁶Ungewitter, G.G. (1890-1892). *Lehrbuch der Gotischen Konstruktionen*. 2 Vol. Leipzig: T.O. Weigel Nachfolger, (v.1: 118).

⁹⁷Lluis i Ginovart, J., Costa-Jover, A., Fortuny i Anguera, G. (2015) Elementos auxiliares de construcción en la arquitectura Gótica. El pilar “*major*” de la catedral de Tortosa. *Informes de la Construcción*, Vol.67, 537, e057.

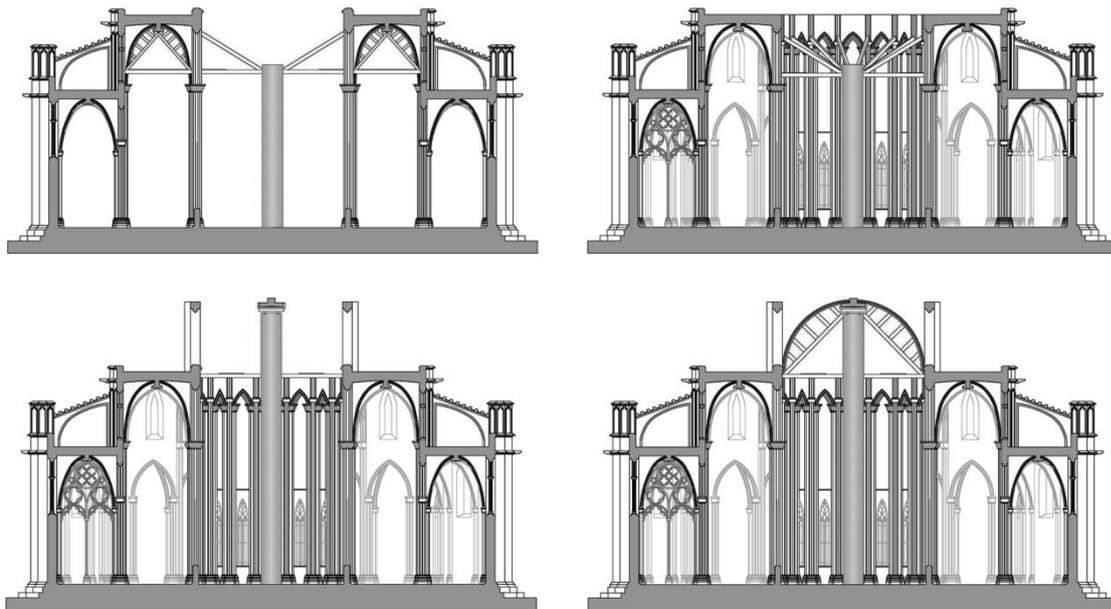


Figura 2.14. Esquema del cimbrado de la primera capilla radial (Llunart y Lluís 2013).

2.5. Análisis de fábricas góticas

2.5.1. Marco teórico general

Caracterización del material

La construcción con técnicas tradicionales está íntimamente ligada a lo que se conoce comúnmente como obra de fábrica. El diccionario de la RAE define la fábrica como 'Construcción o parte de ella hecha con piedra o ladrillo y argamasa'. En construcción se entiende por fábrica al conjunto de elementos constructivos mínimos que supone una estructura arquitectónica. Dichos elementos constructivos pueden estar ligados por un mortero que aumenta la adhesión entre ellos, o pueden estar juntos en equilibrio. La fábrica se elabora con materiales tallados o conformados como la piedra o el ladrillo, que tienen una gran resistencia a compresión.

Por tanto, no se trata estrictamente de un material sino de una técnica constructiva, aunque a menudo se define como tal. Entendemos así por estructura de fábrica a aquella formada por la superposición de elementos rígidos (como bloques de piedra o ladrillo) en contacto directo entre ellos o con mortero, dispuestos de tal forma que están en equilibrio bajo la acción de la gravedad. A diferencia de materiales como el acero o el hormigón, se trata de un material compuesto y heterogéneo, esencialmente discontinuo y anisótropo.

Los tres criterios estructurales fundamentales son resistencia, rigidez y estabilidad. Cuando hablamos de fábricas, y especialmente de fábricas históricas, el concepto clave es la estabilidad. El equilibrio se alcanza a través de la geometría, que establece ciertas relaciones entre las dimensiones de los elementos estructurales y es la base de las antiguas reglas tradicionales para el proyecto de bóvedas y estribos de fábrica.

Las fábricas están sometidas normalmente a fuerzas de compresión bajas en relación a su resistencia, de manera que es difícil que éstas puedan afectar a la integridad estructural del conjunto. Su resistencia a tracción es muy débil y la interacción entre los diferentes elementos se produce básicamente por esfuerzos de compresión. Además, el rozamiento entre piezas es suficientemente alto para evitar el deslizamiento.

Estas consideraciones se desarrollaron en la antigua teoría de bóvedas durante los siglos XVIII, XIX y principios del XX, momento en que las estructuras de fábrica caen en desuso con la llegada de la revolución industrial y la utilización de nuevos materiales como el acero en la construcción. En la segunda mitad del siglo XX, Jaques Heyman⁹⁸ establece la base teórica del Análisis Límite aplicado a estructuras de fábrica. Según sus principios, la fábrica es un material unilateral que

⁹⁸Heyman, J. (1999). *El esqueleto de piedra*. Madrid: Instituto Juan de Herrera. (Traducción íntegra de la edición original: Heyman, J. (1995). *The Stone Skeleton*. Cambridge: Cambridge University Press).

presenta resistencia infinita a compresión, resistencia nula a tracción y en el que es imposible el fallo por deslizamiento. Autores como Huerta⁹⁹, O'Dwyer¹⁰⁰, Ochsendorf¹⁰¹ o Block¹⁰² han desarrollado sus investigaciones sobre el cálculo de estructuras de fábrica en base a los principios establecidos por Heyman.

La línea de empujes

Las formas arqueadas aparecen ante la necesidad de cubrir una luz determinada. Puesto que la fábrica tiene una resistencia casi nula a tracción, la estrategia lógica es conseguir que el material trabaje a compresión. Construidos a partir de elementos pequeños, los arcos consiguen que sus elementos estén sometidos a fuerzas de compresión. Así, la resistencia depende de sus características geométricas.

Un antiguo proverbio enuncia que *el arco nunca duerme*. Las formas geométricas arqueadas producen empujes y para que sean estables necesitan un sistema de contrarresto. Robert Hooke (1635-1703) se interesa en el s. XVII por hallar un procedimiento científico de cálculo para determinar la estabilidad de los arcos y dimensionar sus soportes. Hooke propone en 1675 el principio de la catenaria invertida de las cargas como la línea de trayectoria de esfuerzos: *Del mismo modo que cuelga el hilo flexible, así, pero invertido, se sostendrá el arco rígido*¹⁰³. Este conocimiento fue aplicado por Christopher Wren (1632-1723) en la cúpula de San Pablo en Londres en 1675¹⁰⁴, con la colaboración de Hooke. La ecuación matemática de la catenaria fue formulada más tarde por David Gregory (1659-1708) y publicada en 1697¹⁰⁵. Gregory afirma que la catenaria es la verdadera forma del arco, ya que si estos se sostienen es porque se puede trazar una catenaria en su interior. Años más tarde, los planteamientos de James Stirling (1692-1770), publicados en 1717¹⁰⁶, inspirarán a Giovanni Poleni (1683-1761) en el análisis de la cúpula de la basílica de San Pedro en el Vaticano (Figura 2.18)¹⁰⁷.

Por otra parte, Philippe de La Hire (1640-1719) formula en 1695¹⁰⁸ el equilibrio de los arcos y bóvedas según la teoría de la cuña, y establece, por primera vez, qué peso deben tener las dovelas para que el arco sea estable, mediante un polígono funicular. En 1712¹⁰⁹ observará que cuando los

⁹⁹Huerta, S. (2004). *Arcos, bóvedas y cúpulas. Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera.

¹⁰⁰O'Dwyer, D. (1999). Funicular analysis of masonry vaults. *Computers and structures*, 73, 187-197.

¹⁰¹Ochsendorf, J. (2002). *Collapse of masonry structures*. PhD Thesis, Department of Engineering, Cambridge University, Cambridge.

¹⁰²Block, Ph. (2009). *Thrust Network Analysis. Exploring Three-dimensional Equilibrium*. PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology.

¹⁰³Hooke, R. (1676). *A description of helioscopes, and some other instruments* (p.31). London.

¹⁰⁴Heyman, J. (2003). Wren, Hooke and Partners. In HUERTA, S. (ed.) *Proceedings of the First International Congress on Construction History* (pp. 1-11).

¹⁰⁵Gregory, D. (1676). "Catenaria." In *Philosophical Transactions of the Royal Society*, nº19 (pp. 637-652).

¹⁰⁶Stirling, J. (1717). *Lineae Tertii Ordinis Neutoniana* (pp. 11-14).

¹⁰⁷Poleni, G. (1748). *Memorie storiche della gran cupola del Vaticano* (Nella Stam). Padova.

¹⁰⁸De La Hire, P. (1695). *Traite de mecanique de la Hire*. Paris: L'imprimerie royale.

¹⁰⁹De La Hire, P. (1712). *Sur la construction de voutes dans les edifices* (L'imprimer). Paris.

estribos de una bóveda son insuficientes, se rompen en a un ángulo de 45 grados. Por ello, teoriza que la parte superior del arco actúa en forma de cuña, sin rozamiento, creando una fuerza que tiende a volcar el estribo. Belidor (1698-1761) simplificará el método de De la Hire en 1725¹¹⁰, reduciendo a unas tablas el cálculo del estribo necesario para la construcción de bóvedas. Posteriormente, Charles-Augustin Coulomb (1736-1806) determina en 1773¹¹¹ la existencia de un empuje máximo y un empuje mínimo en un arco. La formulación rigurosa del concepto de línea de presiones, o línea de empujes, no llegaría hasta el s. XIX con Claude-Louis-Marie-Henri Navier¹¹² (1785-1836), Henry Moseley¹¹³ (1802-1872) y E. Méry¹¹⁴.

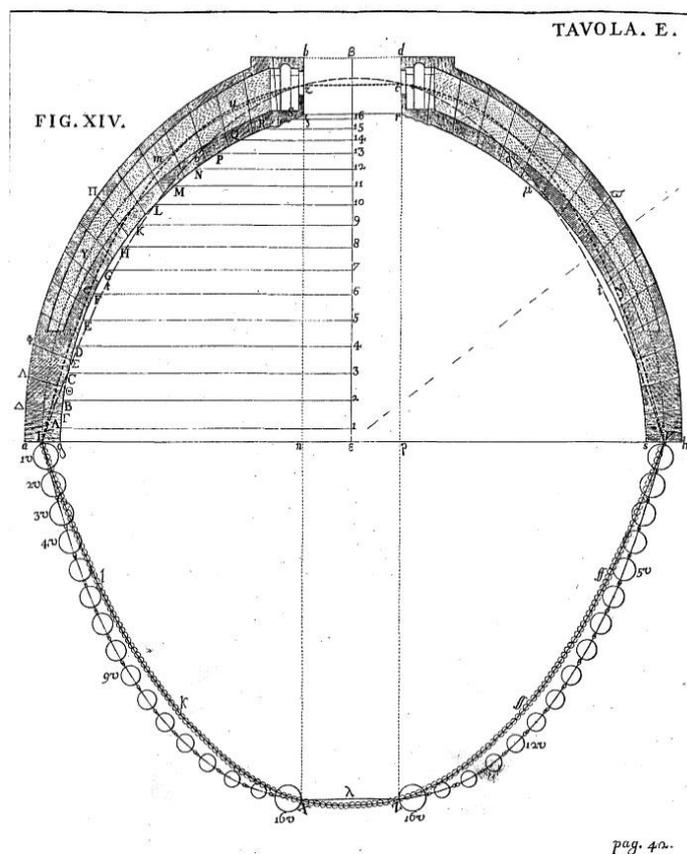


Figura 2.18. Estudio de la cúpula de San Pedro aplicando el principio de la catenaria. Giovanni Poleni (1748).

¹¹⁰Belidor, B. (1725). *Nouveau cours de Mathématique à l'usage de l'Artillerie et du Génie, où l'on applique les parties les plus utiles de cette science à la théorie et à la pratique de différents sujets qui peuvent avoir rapport à la guerre* (pp. 490-498).

¹¹¹Coulomb, C.A. (1776). Essai sur une application de maximis et minimis a quelques problemes de statique, relatifs a l'Architecture. *Mémoires de Mathématique et de Physique, Présentés à l'Academie des Sciences par divers Savans. Année 1773, Tome VII*, pp. 343-382.

¹¹²Navier, C.L.M.H. (1826). *Resumé des Leçons données à l'Ecole des Ponts et Chaussées sur l'Application de la Mécanique à l'Etablissement des Constructions et des Machines*. Paris: Firmin Didot.

¹¹³Moseley H. (1833) On a new principle in statics, called the principle of least pressure. *Philosophical Magazine* 3, 285-288.

¹¹⁴Méry, E. (1840). *Mémoire sur l'équilibre des voûtes en berceau*. *Annales des Ponts et Chaussées*, (50-70, láms. 133-134).

Podemos definir el concepto de línea de presiones como el lugar geométrico de los centros de empuje, que depende de la geometría del arco y de sus cargas, así como de la familia de juntas planas, es decir, el lugar geométrico del punto de paso de los esfuerzos por un sistema de planos de corte dados¹¹⁵. Considerando que la fábrica solo trabaja a compresión, la línea de empujes debe estar contenida dentro del grosor del arco. Así, cualquier línea de empujes que cumpla esta condición representa una posible solución de equilibrio de entre infinitas posibilidades. Este principio es la base del análisis límite de arcos y sus teoremas fundamentales

Análisis límite de arcos de fábrica

La capacidad de la estructura de adaptarse a las agresiones del entorno reside en capacidad para agrietarse según los principios enunciados:

- resistencia infinita a compresión.
- resistencia nula a tracción.
- imposibilidad de deslizamiento.

Las grietas modifican la línea de empujes del arco, de forma que la distribución de esfuerzos internos varía completamente. Es imposible conocer este tipo de perturbaciones, por lo que podemos afirmar que no existe un estado real de la estructura, sino un estado cambiante, y por tanto, es imposible conocer cuál es la verdadera línea de empujes, que es el objetivo del cálculo elástico. Las deformaciones no son elásticas, son el resultado de la división de la estructura en una serie de partes que, conectadas a través de las articulaciones, permiten ciertos movimientos.

El análisis de estados límite, también conocido como análisis plástico, tiene como objetivo evaluar la carga estructural necesaria para provocar el colapso de la estructura. Aunque no sea posible determinar el empuje real del arco, sabemos que la línea de empujes deberá estar contenida dentro del grosor del arco.

Heyman desarrolla y sienta las bases de la formulación moderna de análisis de estados límite durante la última década del siglo XX, demostrando que las estructuras de fábrica pueden ser analizadas como a un conjunto rígido de bloques a través del análisis límite.

Teoremas fundamentales y enfoque del equilibrio

Existen dos posiciones extremas de la línea de empujes, que se corresponden con el empuje mínimo y el empuje máximo, y que dan pie a los teoremas fundamentales de la plasticidad:

- **Teorema del límite inferior:** si es posible demostrar al menos un posible estado de equilibrio estático admisible, la estructura es segura. A partir de este teorema, el análisis busca una línea de presiones admisible según el estado de cargas.

¹¹⁵Huerta, S. (2008). The Analysis of Masonry Architecture: A Historical Approach. *Architectural Science Review*, vol. 51, 4, 297-328.

- **Teorema del límite superior:** si se puede encontrar un mecanismo cinemático admisible, para el cual el trabajo resultante de fuerzas externas sea positivo o cero, la estructura colapsará.

Según el Teorema del límite inferior, si podemos dibujar una línea de empujes dentro del grosor de un arco, sabemos que ese arco tiene al menos una posibilidad de mantenerse en pie. La cuestión fundamental de la teoría de estructuras es poder determinar la seguridad de ese arco. Según Heyman¹¹⁶: si, en una estructura, es posible una distribución de los esfuerzos internos, en equilibrio con las cargas, que no sobrepase un cierto valor de resistencia del material, la estructura será segura y no se hundirá.

El sistema de esfuerzos deberá cumplir con la condición de cedencia, que consiste en que el material debe trabajar a compresión, esto es, los empujes deben estar contenidos dentro de cada junta. Por tanto el arco será estable y no colapsará si podemos dibujar una línea de empujes dentro del arco. No se hace ninguna consideración sobre las condiciones de contorno. El arco se agrietará respondiendo a movimientos de los apoyos y la línea de empujes se moverá hasta encontrar nuevos estados de equilibrio.

Los ingenieros y arquitectos del siglo XIX trabajaban suponiendo que era suficiente proyectar una estructura con un cierto grado de seguridad, respecto a un cierto grado de equilibrio. Por ejemplo Rankine¹¹⁷ afirmaba que un arco sería seguro si era posible dibujar una línea de empuje dentro de su tercio central. De este modo, se alcanzaba la máxima seguridad del arco cuando se proyectaba la línea media del arco coincidente con la línea de empujes.

El Teorema de la Seguridad del Análisis Límite soluciona el problema de encontrar la línea de empujes real, ya que es imposible determinarla, pero bastará poder dibujar una línea de empujes dentro del arco para demostrar que es seguro.

Una de las consecuencias más importantes del Teorema de la Seguridad es que permite el enfoque del equilibrio en el cálculo y análisis estructural, de manera que el objetivo del estudio no es buscar el estado real de equilibrio, sino encontrar posibles estados de equilibrio. Según Huerta¹¹⁸, es la herramienta más apropiada para comprender y analizar las construcciones de fábrica en la actualidad.

¹¹⁶Heyman, J. (1999). *El esqueleto de piedra*. Madrid: Instituto Juan de Herrera. (Traducción íntegra de la edición original: Heyman, J. (1995). *The Stone Skeleton*. Cambridge: Cambridge University Press).

¹¹⁷Rankine, W.J.M. (1858). *A Manual of Applied Mechanics*. London: Charles Griffin.

¹¹⁸Huerta, S. (2005). Mecánica de las bóvedas de fábrica; El enfoque del equilibrio. *Informes de la Construcción*, Vol. 56, nº 496, marzo-abril 2005, 73-89.

2.5.2. Marco teórico particular: análisis de fábricas góticas

Análisis de bóvedas de crucería

A partir del siglo XIX son diversos los autores que se interesan por los sistemas constructivos del mundo gótico. El comportamiento estructural de las bóvedas de crucería centra un debate que se extiende durante décadas. Autores como Huerta¹¹⁹ o Coste¹²⁰ han tratado el tema en profundidad, y actualmente podríamos decir que el problema está resuelto. A continuación se exponen las teorías de las figuras más relevantes que abordaron la cuestión, donde encontramos también los primeros cálculos analíticos.

Teorías iniciales: Robert Willis, Viollet-le-Duc y Auguste Choisy

Robert Willis (1800-1875) fue el primero en proponer una teoría sobre la construcción geométrica de nervaduras. En su publicación de 1835¹²¹ trata el comportamiento mecánico de los nervios y las aristas. Considera la función estructural de los nervios como líneas estructurales de transmisión de cargas y realiza una distinción entre lo que denomina *mechanical construction*, en referencia a cómo se soportan las cargas y *decorative construction*, sobre cómo parece que se soportan las cargas.

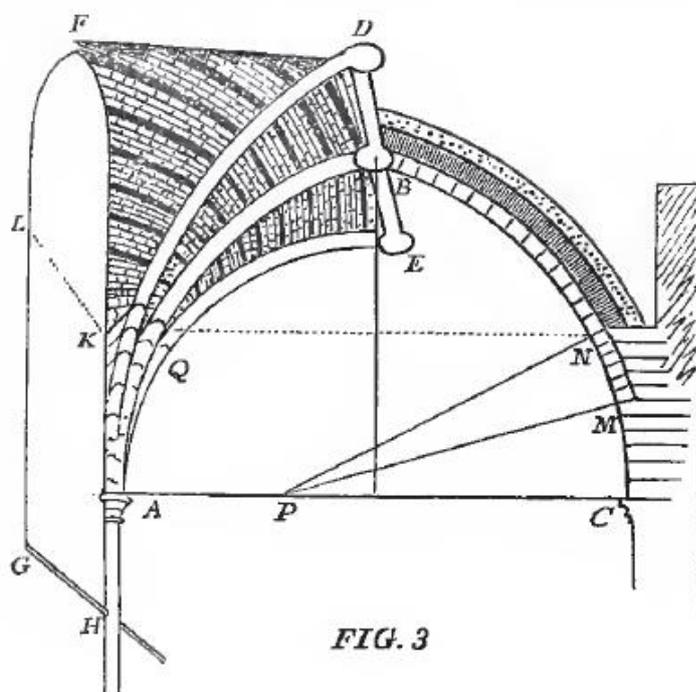


Figura 2.19. Ilustración de Willis (1842), en referencia al comportamiento de bóvedas ojivales.

¹¹⁹Huerta, S. (2009). The debate about the Structural behaviour of gothic vaults: from Violet-le-Duc to Heyman. *Proc. Of the 3rd Int. Cong. On Construction History, Cottbus, May 2009* (pp. 837-844).

¹²⁰Coste, A. (2003). Gothic vaults: A rationalist or a tectonic track for the role of the ribs?. *Proc. Of the 1st Int. Cong. On Construction History, Madrid, January 2003* (pp. 657-664). Madrid: Instituto Juan de Herrera.

¹²¹Willis, R. (1835) *Remarks on the Architecture of the Middle Ages, especially of Italy*. Cambridge: Pitt Press.

Su publicación de 1842¹²² profundiza en los problemas constructivos y geométricos. Las bóvedas góticas con los nervios contruidos independientemente de la hoja de fábrica, a las que *llama rib and panel vaults*, se trata de una construcción mecánica. Por el contrario, cuando los nervios son labrados en la superficie de una bóveda continua, éstos son decorativos. Willis enfatiza la independencia funcional entre nervios y hoja para ambos casos. Cabe destacar que el mismo Willis expone que sus valoraciones se centran en la geometría y las técnicas constructivas, y que no llevó a cabo ningún estudio basado en los principios mecánicos (Figura 2.19).

La obra de Willis constituye un precedente directo a las teorías defendidas por el arquitecto francés Viollet-le-Duc. En sus primeros artículos, publicados en *Annales Archéologiques* entre 1844 y 1847¹²³, ya aparecen los principios de su teoría sobre el comportamiento de las bóvedas, las cuales quedan recogidas y ampliadas posteriormente en su obra *Dictionnaire Raisoné* (1854-1868)¹²⁴. Algunas de sus hipótesis resultaron ser incorrectas, pero alcanzaron una gran difusión.

Viollet sitúa el origen de los nervios de las bóvedas en la necesidad de ajustar las aristas transversales. Los nervios soportan la fábrica de la hoja durante la construcción, y una vez está completa, el peso completo de la bóveda. Seguramente, el punto más discutido de su teoría es la definición de la bóveda nervada: '*suite de panneaux a surfaces courbes, libres, reposant sur des ares flexibles...*' (Viollet-le-Duc 1854-1868, vol. 4, p. 21). Plantea dos conceptos problemáticos: el hecho de que los nervios soportan las partes de la bóveda y su supuesta *elasticité*.

Para Viollet ésta *elasticité*, entendida como la capacidad para adaptarse a los asentamientos y movimientos de los soportes de la bóveda, es consecuencia del uso de nervios compuestos por diversas dovelas que no están unidas mecánicamente con la fábrica de las hojas. Defiende la naturaleza activa de las fuerzas internas de las estructuras góticas, que tienen la misma propiedad de *elasticité*, es decir, la capacidad para adaptarse a diferentes situaciones de carga.

Posteriormente Auguste Choisy, amplió y sistematizó las ideas de Viollet¹²⁵. Expone en su obra una explicación racional sobre la construcción de bóvedas góticas, coincidente en la mayoría de aspectos con la teoría de Viollet. No dice que la totalidad de las cargas están soportadas por los nervios, pero afirma que soportan la mayor parte del peso, debido a su construcción a base de dovelas, en contraste con la fábrica ordinaria de las hojas.

¹²²Willis, R. (1842). *On the construction of the Vaults of the Middle Ages* (pp. 1-69). Transactions of the Royal Institute of British Architects. Vol.1, London: Longman.

¹²³Viollet-le-Duc, E.E. (1844-1847). De la construction des édifices religieux en France, depuis le commencement du christianisme jusqu'au XVIe siècle. *Annales archéologiques* 1-7.

¹²⁴Viollet-le-Duc, E. E. (1854-1868). *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle*, 10 vol (v.4, pp. 61-121). Paris: Bance et Morel.

¹²⁵Choisy, A. (1899). *Histoire de l'Architecture*. Paris: G. Béranger. (pp. 176-184).

Primeras aproximaciones analíticas y posturas a finales del s. XIX y principios del s. XX.

Los primeros estudios estructurales de bóvedas góticas aparecen en la segunda mitad del s. XIX. Por aquel entonces, el concepto de línea de presión estaba bien desarrollado, pero el estudio de bóvedas espaciales o de edificios era más complicado. Scheffler¹²⁶ plantea la idea de una bóveda de cañón cortada en rodajas para estudiar el comportamiento estático de las bóvedas de arista, pero la operativa resultante resulta muy compleja y nunca es llevada a la práctica.

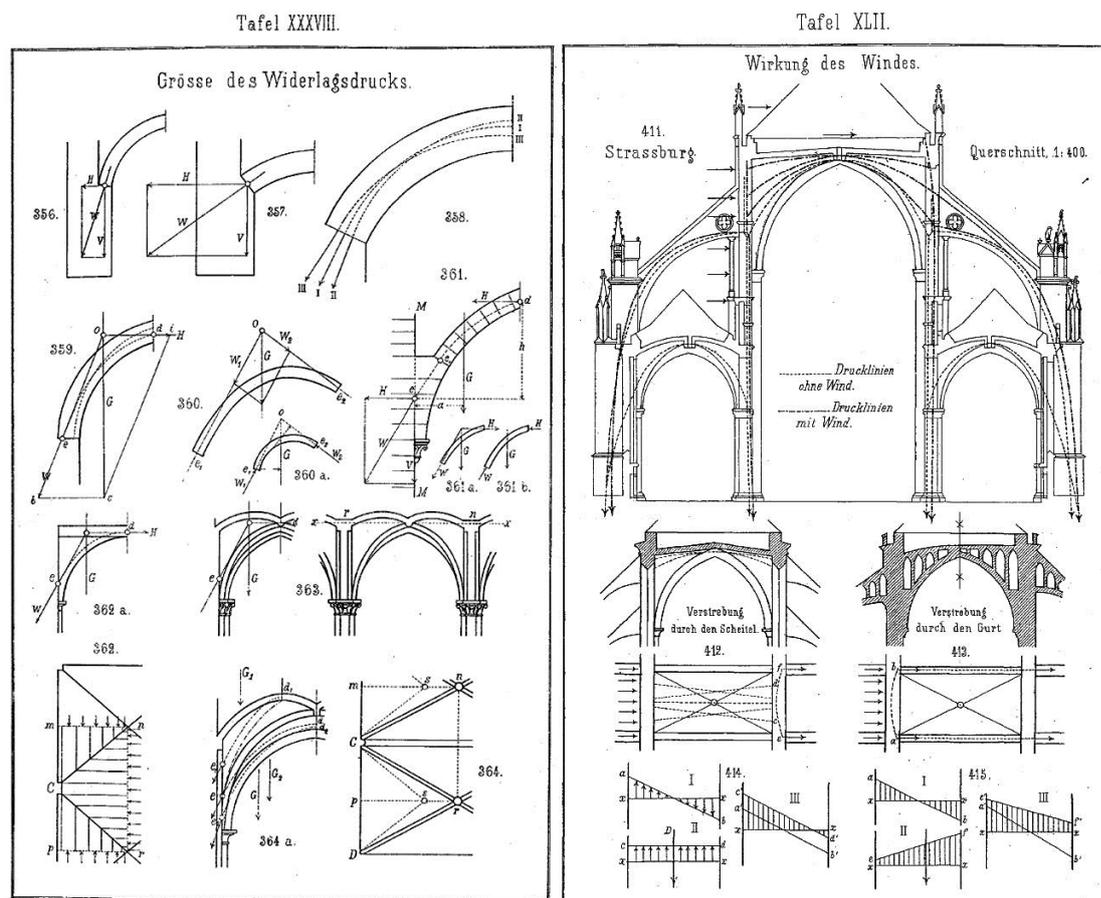


Figura 2.20. Ungewitter (1890). Lam. XXXVIII, rangos de curvas de presión en bóvedas; Lam. XLII, análisis de la Catedral de Strassburg.

Wittman¹²⁷ y Planat¹²⁸ realizaron los primeros análisis prácticos, pero fue Karl Mohrmann en la tercera edición del libro de Ungewitter¹²⁹ quien aplicó de manera exhaustiva la técnica en un edificio completo (Figura 2.20). Para ello aplica la técnica de los cortes, estableciendo una serie de leyes para decidir la familia de planos de corte. En el s. XX, los arquitectos podían estudiar el comportamiento estático de las bóvedas de los edificios con la ayuda de métodos simples de

¹²⁶Scheffler, H. (1857). *Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken*. Braunschweig: Verlag der Schullbuchhandlung.

¹²⁷Wittmann, W. (1879). Zur Theorie der Gewölbe. *Zeitschrift für Bauwesen* 29, 61-74.

¹²⁸Planat, P. (1887). *Pratique de la mécanique appliquée à la resistance des matériaux*. Paris.

¹²⁹Ungewitter, G.G. (1890) *Lehrbuch der gotischen Konstruktionen: III Auflage neu bearbeitet von K. Mohrmann* (3rd. ed, 2 vols.) Leipzig: Weigel Nachfolger.

estática gráfica. Por citar algunos ejemplos, Benouville¹³⁰ en la catedral de Beauvais, o Rubió i Bellver¹³¹ en la catedral de Palma de Mallorca.

Según Coste¹³², Brutails¹³³ plantea la cuestión sobre el papel de los nervios, ¿son arcos portantes o su función es meramente estética? Describe las bóvedas nervadas de Morienval como una solución al problema del despiece de la fábrica antes que un tema de equilibrio. Por otra parte, al igual que anunciaba Julien Gaudet (1834-1908)¹³⁴, Adolphe Vaillant (1842-1927)¹³⁵ defiende que los nervios funcionaban como encofrado durante el endurecimiento del mortero. El arqueólogo americano A.K. Porter¹³⁶ ve en los nervios la solución al problema económico de centrado, a la vez que se introduce un cierto refuerzo a la arista. Otros autores aceptaron sus ideas, pero en 1920 Roger Gilman¹³⁷ afirmó coincidir con muchas de las ideas de Viollet a partir de la observación de los daños causados en edificios durante la 1ª Guerra Mundial.

A pesar de las numerosas voces en contra de la teoría de Viollet en cuanto a la estabilidad de las bóvedas nervadas, encontramos a sus dos mayores detractores en las obras del ingeniero Victor Sabouret¹³⁸ y del arquitecto Pol Abraham¹³⁹.

Victor Sabouret y Pol Abraham

Victor Sabouret, ingeniero francés con amplia formación en mecánica y experiencia en el diseño de puentes, desarrolla su teoría a partir del estudio de la bóveda de cañón, en la que nos explica que la fábrica debe trabajar a compresión, que su resistencia a tracción es despreciable y que el fallo por deslizamiento es muy raro. Finalmente, introduce el concepto de 'juntas de ruptura' que permite la formación de rótulas.

Considera dos modos de equilibrio y realiza diversos análisis en los que no es necesaria la intervención de nervios, ya que considera que sus dimensiones son demasiado pequeñas para ser relevantes. Descarta también el papel de los nervios como cintra permanente debido a las pequeñas luces de las bóvedas de las iglesias (25m es pequeño para un puente) y concluye que el

¹³⁰Benouville, L. (1891-1892). Étude sur la cathédrale de Beauvais. *Encyclopédie d'Architecture* 4.

¹³¹Rubió y Bellver, J. (1912). Conferencia acerca de los conceptos orgánicos, mecánicos y constructivos de la Catedral de Mallorca. *Anuario de la Asociación de Arquitectos de Cataluña*, 87-140.

¹³²Coste, A. (1997). *Architecture gothique, lectures et interprétations d'un modèle*. Saint-Étienne: Publications de l'Université de Saint-Étienne.

¹³³Brutails, G. (1920). A propos de la Théorie de l'architecture de M.A. Vaillant. *L'architecture*, 15 janv, 15.

¹³⁴Gaudet, J. (1901-1904). *Eléments et théorie de l'architecture*. Paris: Librairie de la Construction modern, 4vol., 323.

¹³⁵Vaillant, A. (1919). *Théorie de l'architecture: économie architecturale, observations, critiques, apprentissage* (p. 89). Paris: Nouvelle Librairie Nationale

¹³⁶Porter, A.K., (1911) *The Construction of Lombard and Gothic Vaults*. New Haven: Yale University Press, p. 16.

¹³⁷Gilman, R., (1920) *The Theory of Gothic Architecture and the Effects of Shellfire at Reims and Soissons*. *American Journal of Archaeology* 24, 37-72.

¹³⁸Sabouret, V. (1928). Les voûtes d'arêtes nervurées. Rôle simplement décoratif des nervures. *Le Génie Civil* 92, 205-209.

¹³⁹Abraham, P. (1934). *Viollet-le-Duc et le rationalisme médiéval*. Paris: Vicent, Fréal et Cie.

papel de los nervios es únicamente decorativo. Cabe destacar la primera descripción del típico proceso de rotura de las bóvedas de arista y nervadas.

Pol Abraham realiza una contundente crítica contra las teorías de Viollet. Según sus estudios, los nervios son decorativos, los arbotantes prescindibles y los pináculos no tienen influencia estructural. Sus razonamientos no son siempre correctos, pero sí muy detallados y argumentados, y sus ideas contrarias a las tesis de Viollet y Choisy adquirieron gran aceptación.

Acusa a Viollet de mentir sobre la arquitectura gótica. Distingue entre el rol estructural y constructivo de los nervios. Niega el propósito estructural de éstos pero admite el papel constructivo: los nervios no soportan la bóveda pero son útiles durante el proceso de construcción, así que debían contribuir al equilibrio durante el endurecimiento del mortero. También lo acusa de no conocer el método desarrollado por Méry (1840), pero Viollet usa el concepto de *courbe des pressions* así que debía conocer dicho trabajo, a pesar de que sus cálculos contenían diversos errores, posiblemente intencionados.

En respuesta a las tesis planteadas por Sabouret (1928) y Abraham (1934), Marcel Aubert¹⁴⁰ publica en 1934 una respuesta repasando la historia de las bóvedas de crucería y posicionándose en la tesis del papel canalizador de los nervios: facilitan el montaje y proporcionan cierta seguridad durante el proceso constructivo. A demás, refuerzan los puntos débiles de la bóveda en el vértice.

Por otra parte, Abraham no era un especialista en mecánica, y las inconsistencias de su planteamiento son analizadas posteriormente por otros autores. En 1970 Robert Mark¹⁴¹ utiliza modelos fotoelásticos para analizar las estructuras góticas y concluye que los nervios son más decorativos que estructurales.

Bassegoda i Musté¹⁴² repasa los distintos argumentos desde Viollet hasta Abraham. Indica que la curva de presiones o antifunicular de las cargas, es indecisa, ya que la bóveda admite muchos estados de equilibrio, y recalca que algunos edificios no deberían mantenerse en pie según los resultados analíticos. Argumenta las distintas hipótesis sobre los nervios cruceros, y concluye que su función es ornamental y auxiliar durante la construcción de las bóvedas.

Situación actual: Jaques Heyman y Santiago Huerta

Jacques Heyman es la figura clave para entender el análisis moderno de estructuras de fábrica, ya que sienta las bases del análisis límite con gran aceptación en la comunidad científica. Heyman

¹⁴⁰Aubert, M. (1934) Les plus anciennes croisées d'ogives. Leur role dans la construction. *Bulletin Monumental*, 5-67, 137-237.

¹⁴¹Mark, R. (1982). *Experiments in Gothic Structure* Cambridge: MIT Press.

¹⁴²Bassegoda i Musté, B. (1944). Racionalismo a ultranza en la arquitectura ojival. En *Separata Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona. Tercera época, núm. 564, vol. XXVII, núm. 4*. Barcelona: Sobs. De López Robert y C^a, Impresores.

introduce la primera formulación de los teoremas de plasticidad aplicados a fábrica en 1966¹⁴³, pudiendo utilizar con éxito el análisis límite. Para Heyman, el estado real de tensiones no se puede encontrar, y deben centrarse los esfuerzos en poder evaluar la seguridad de las estructuras y la carga de colapso de la estructura según el marco teórico del análisis límite. La bóveda será estable siempre que se pueda encontrar una línea de presiones contenida en su sección. La línea de presiones representa un posible estado de fuerzas internas en equilibrio. Heyman estudió bóvedas complejas y sus nervios y sus trabajos sugieren que la intersección entre dos hojas produce una concentración de esfuerzos importantes¹⁴⁴. Heyman desarrollará los principios de sus teorías a lo largo de las dos últimas décadas del s. XX, siendo una de sus obras más conocidas y que recoge los principios fundamentales de su trabajo, el libro *The Stone Skeleton*, publicado en 1995.

Huerta cerrará el debate¹⁴⁵ basándose en el análisis límite enunciado por Heyman. No existe un estado real de la estructura (éste es cambiante), y el enfoque del equilibrio se centra en hallar posibles estados de equilibrio de la fábrica a compresión en función de la geometría. La estabilidad en estos edificios es un tema geométrico, y es imposible saber si es el nervio o la cáscara quien soporta la carga. Probablemente en la mayoría de los casos intervienen ambos elementos. La responsabilidad que asumen variará con el tiempo, ya que pequeños cambios pueden modificar el estado de equilibrio de la estructura.

Por tanto, en el análisis de bóvedas nervadas no podemos obviar la acción mecánica de los nervios. Debido a la incertidumbre sobre su interacción en el equilibrio, para distintos estados pueden tener una responsabilidad estructural diferente.

Consideraciones sobre los estribos góticos

La seguridad de las estructuras de fábrica abovedadas depende de la estabilidad de los estribos que soportan el empuje de los arcos y bóvedas. Su fallo produciría un colapso de la estructura, y no es casual que la mayoría de las reglas tradicionales hagan referencia al dimensionado de los estribos. Reglas como la conocida regla del tercio ofrecen un coeficiente de seguridad muy amplio, siendo posible encontrar estructuras en buen estado que no cumplan esta regla. Las obras citadas previamente de Huerta (2004 y 2005) y Ochsendorf (2002), junto con su trabajo conjunto publicado en 2003¹⁴⁶ (en colaboración con el Profesor Heyman), recogen el marco teórico específico para la comprobación de estribos góticos de obra de fábrica.

¹⁴³Heyman, J. (1966). *The Stone Skeleton*. International Journal of Solids and Structures, 2, 249-279.

¹⁴⁴Heyman, J. (1977). *Equilibrium of Shell Structures*. Oxford: clarendon Press.

¹⁴⁵Huerta, S. (2005). Mecánica de las bóvedas de fábrica; El enfoque del equilibrio. *Informes de la Construcción*, Vol. 56, nº 496, marzo-abril 2005, 73-89.

¹⁴⁶Ochsendorf, J; Hernando, J.I.; Huerta, S. (2003). Análisis a rotura de estribos de fábrica. *Revista de obras públicas*, diciembre 2003, Nº3.439, 27-41.

Conocido el empuje del arco o bóveda, el análisis de los estribos es un problema de estática: el momento que produce el empuje debe ser contrarrestado por el peso del estribo. Es usual considerar que los estribos son monolíticos, considerando todo el peso del estribo para resistir los empujes. Un estribo monolítico volcará si el esfuerzo desestabilizante es mayor que el momento estabilizante producido por el peso total del estribo.

Un estribo de fábrica está formado por una serie de piedras o ladrillos dispuestas en hiladas más o menos horizontales, tomadas con mortero o en seco. El material puede únicamente transmitir esfuerzos de compresión, de manera que los esfuerzos de tracción separarían las piezas. Es posible trazar la línea de empujes contenida dentro del estribo, que dependerá de la familia de juntas o planos de corte que se consideren.

Normalmente no se tendrá en cuenta la aportación de los muros entre los estribos, a pesar de que parte del peso del muro contribuirá a aumentar la estabilidad ya que es habitual que estén conectados con los estribos. Esta consideración está por el lado de la seguridad, pero si tras realizar el análisis, el estado de equilibrio no es satisfactorio, se deberá plantear otras hipótesis.

En cuanto a la sección transversal, considerar muros y estribos como un todo monolítico puede ser optimista, y según el caso debería estudiarse en profundidad la constitución interna de la fábrica, poniendo especial interés en la trabazón entre muros y estribos o contrafuertes. La anisotropía en los muros debe considerarse no sólo transversalmente, sino que también en vertical.

Rankine (1858) sugería que el empuje debía pasar, al menos, dentro del tercio central de los estribos. Estudios realizados sobre estructuras existentes sitúan la línea de empujes dentro del cuarto central, siendo el coeficiente geométrico todavía más restrictivo. En todo caso, las líneas de presiones deberán estar contenidas dentro de la sección de fábrica, de acuerdo con los principios del análisis límite.

El estudio sólo del equilibrio global, considerando el estribo como un monolito y suponiendo por tanto el posible vuelco en la base, puede ir en contra de seguridad. Existe la posibilidad de un fallo por deslizamiento en cabeza, siendo necesario contrastar el ángulo resultante de la línea de empujes con el ángulo de rozamiento de la fábrica. Por otra parte, si el estribo presenta una reducción escalonada de su ancho, la sección crítica puede ser una sección intermedia. Según Huerta (2004), el sistema de planos de corte verticales debería descartarse en el análisis de estribos de fábrica, ya que la línea de presiones resultante puede ser favorable en comparación a otros sistemas de planos de corte, horizontales u inclinados. Las consecuencias de este hecho fueron señaladas por Dupuit¹⁴⁷, y posteriormente por Ungewitter (1890).

¹⁴⁷ Dupuit, J. (1870). *Traité de l'équilibre des voûtes et de la construction des ponts en maçonnerie*. Paris: Dunod Editeur.

2.5.3. *Métodos de análisis de bóvedas góticas*

En la actualidad disponemos fundamentalmente de dos procedimientos analíticos para el estudio de estructuras de fábrica:

- Métodos basados en el análisis límite y la estática gráfica.
- Métodos basados en Elementos Finitos (FEM en inglés).

A demás de los citados Heyman y Huerta, diversos autores como Paulo B. Lourenço¹⁴⁸, Pere Roca¹⁴⁹, Thomas Boothby¹⁵⁰ o Philippe Block¹⁵¹ entre otros, han utilizado y evaluado ambas técnicas para el estudio de bóvedas de fábrica. El análisis límite a partir de las curvas de presión permite, tal y como se ha expuesto, evaluar las condiciones de equilibrio de una estructura a partir de su geometría y su peso. A pesar de que su uso es habitual y su validez aceptada a nivel internacional, no existe ningún programa informático, comercial o de código abierto, que haya resuelto su implementación. Diversos trabajos académicos han abordado la cuestión, resolviendo solo parcialmente el problema.

Los elementos finitos (FEM) permiten evaluar la distribución de esfuerzos y desplazamientos en una estructura. Su principal limitación reside en que los resultados del cálculo dependen de factores difíciles de concretar con precisión, como las condiciones de contorno y contacto entre distintas partes o materiales. A demás, la fábrica es un material heterogéneo y anisótropo, con un comportamiento marcadamente no-lineal, por lo que es necesario utilizar homogeneizaciones para reproducir su respuesta estructural. Su interés reside en la posibilidad de evaluar la totalidad (o parte) de una estructura en tres dimensiones, y a pesar de las limitaciones expuestas, resultan especialmente útiles para el análisis de la respuesta ante acciones sísmicas.

Por otra parte, el mallado de geometrías complejas puede resultar complicado, y además tendrá una influencia directa en el resultado de los cálculos. Así, el estudio de una estructura que requiera la utilización de diversos modelos geométricos requerirá una inversión de tiempo importante en la fase de mallado.

Tal y como se ha indicado, las estructuras de fábrica se rigen por el criterio de estabilidad, por lo que la distribución de los esfuerzos no es tan importante en este caso como puede serlo en una estructura de hormigón o acero. A demás, en el presente trabajo se estudian las condiciones de equilibrio considerando únicamente las cargas gravitatorias en los distintos momentos

¹⁴⁸Lourenço, P. B. (1996). *Computational Strategies for Masonry Structures*. Delft: Delft University Press; Lourenço, P. B. (2001). Analysis of historical constructions: From thrust-lines to advanced simulations. *Proc. of Historical Constructions, Guimarães 2001*, 91–116.

¹⁴⁹Roca, P., Cervera, M., Gariup, G., Pelà, L. (2010). Structural Analysis of Masonry Historical Constructions. Classical and Advanced Approaches. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17(3), 299-325.

¹⁵⁰Boothby, T. (2001). Analysis of masonry arches and vaults. *Progress in Structural Engineering and Materials*, vol3, 3, 246-256.

¹⁵¹Block, P., DeJong, M., Ochsendorf, J. (2006). As Hangs the Flexible Line: Equilibrium of Masonry Arches. *Nexus Network Journal*, 8(2), 38–47.

constructivos. Por tanto, las estrategias de cálculo utilizadas se basarán en el análisis límite a partir de las líneas de presión.

Métodos para el cálculo de la línea de empujes

Según Huerta (2005), el empuje de la bóveda depende principalmente de sus dimensiones globales, su espesor y su peralte (la relación entre su flecha y la luz). El enfoque global para obtener de modo directo el empuje de las bóvedas góticas fue planteado por primera vez por P.F. Michon¹⁵². A partir de los parámetros enunciados es posible elaborar tablas de empujes para bóvedas de distintos tipos y formas.

Karl Mohrmann hace una de las principales aportaciones al estudio estructural de la arquitectura gótica en la tercera edición del *Lehrbuch der gotischen Konstruktionen* (manual de la construcción gótica) de Ungewitter (1890), donde analiza las familias de planos de corte en función de la bóveda. Mohrmann elaboró una serie de tablas que permiten calcular de forma simplificada el empuje producido por una bóveda cuatrimpartita de planta cuadrada en función del material y algunos parámetros geométricos.

Estas tablas fueron recopiladas por Heyman (1995) y más tarde por Huerta (2005), quienes comprobaron su validez a la hora de aproximar el valor del empuje. Éste método resulta especialmente útil en el caso de bóvedas pequeñas, donde las desviaciones en valor absoluto serán poco relevantes, y/o en situaciones en que no dispongamos de datos precisos sobre el objeto de estudio, y por tanto no tenga sentido realizar cálculos más precisos. Éste procedimiento ha sido utilizado en varios trabajos como los de José Carrasco¹⁵³ o Rosa Ana Guerra¹⁵⁴, entre otros.

A pesar de sus ventajas, éste método no deja de ser una simplificación y no permite matizar las consideraciones necesarias para el estudio aquí planteado. Por tanto, resulta necesario utilizar un método que ofrezca una mejor aproximación al problema, más allá del empuje general.

Método de los cortes

El enfoque del equilibrio permite analizar bóvedas complejas empleando la teoría de los arcos, según el método conocido como método de los cortes. Éste se basa en el mismo principio que el utilizado en el cálculo de cúpulas. El primer cálculo de una cúpula real por gajos fue realizado en el contexto de los informes sobre la cúpula de San Pedro de Roma. Giovanni Poleni¹⁵⁵ fue el

¹⁵²Michon, P.F. (1857). *Instruction sur la stabilité des voûtes et des murs de revêtement*. Metz: Lithographie de l'École de Metz.

¹⁵³Carrasco, J. (2002). *La estructura gótica catalana: Sobre los conceptos de medida y espacio. El problema de la forma en la cubierta*. Tesis Doctoral. Departamento: Expresión Gráfica Arquitectónica I. Universidad Politécnica de Catalunya.

¹⁵⁴Guerra, R.A. (2012). *Bóvedas y contrarresto del Colegio de Nuestra Señora de la Antigua de Monforte de Lemos. Geometría, construcción y mecánica*. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid. Universidad Politécnica de Madrid.

¹⁵⁵Poleni, G. (1748). *Memorie istoriche della gran cupola del Tempio Vaticano*. Stamperia del Seminario, Padova.

primero en emplear modelos colgantes para la determinación de líneas de empujes en cúpulas. El principio se basa en la división en arcos de la cáscara según el corte con planos meridianos. Ésta técnica se convirtió en el enfoque habitual para el análisis de cúpulas, y Heyman (1966, 1995) retoma la técnica en el marco de la teoría de Análisis Límite (Figura 2.21).

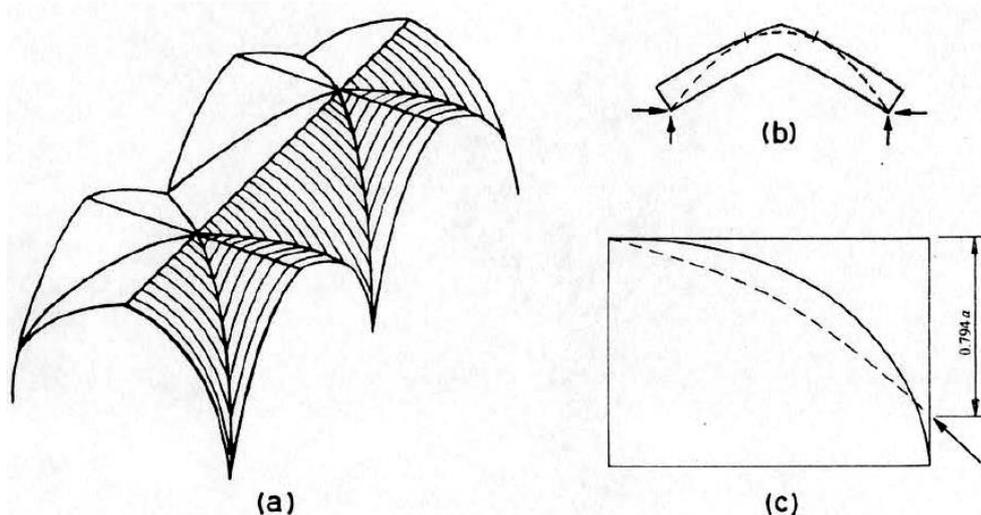


Figura 2.21. Método de los cortes para el cálculo de bóvedas (Heyman, 1995).

Del mismo modo que en las cúpulas, se puede aplicar el método de los cortes en el análisis de bóvedas góticas. En este caso, la familia de planos de corte dependerá de la forma de la bóveda. Si consideremos la típica bóveda de crucería que resulta de la intersección de dos bóvedas cilíndricas apuntadas. Cada una de las bóvedas cilíndricas está compuesta por una serie de arcos fundamentales apoyados sobre los nervios. Es posible calcular el empuje de cada arco y luego analizar los nervios sometidos a un sistema de cargas formado por las reacciones de cada arco elemental.

La familia de planos de corte dependerá de la geometría de la bóveda, ya que las formas de las bóvedas góticas llegan a ser muy diversas. En la publicación de Ungewitter (1890) se proponen diversas familias de planos de corte en función de la geometría de la bóveda. Así, los resultados del cálculo estarán condicionados a la familia de cortes utilizada.

La construcción más elemental de una bóveda cuatrimpartita (A) es aquella que resulta de la intersección de dos cañones iguales, definiendo dos arcos diagonales que pasan por el centro de ambos. Así, la plementería se puede entender como la extrusión de dos arcos (ya sea de medio punto o apuntados), de manera que la altura de las claves de los arcos y la bóveda es constante. El cálculo por el método de los cortes de ésta bóveda se resolverá con cortes paralelos a los cuatro lados del perímetro de la bóveda. El empuje de cada uno de los arcos resultantes repercute en la intersección diagonal, i se suma a su simétrico obteniendo una fuerza oblicua (con componente vertical y horizontal) con la dirección del arco diagonal.

Si aumentamos la altura en la clave de bóveda por encima de la clave de los arcos (B), la plementería se construye a partir de una superficie reglada, y la directriz de la línea que une las claves es inclinada. Esto afectará la distribución de cargas en los arcos. Según la construcción (A) todo el peso de la plementería repercute en los nervios diagonales, y la resultante de los arcos torales y formeros sólo considera su propio peso. En el caso de (B) se puede considerar que parte del peso de la plementería actúa sobre los arcos, aumentando el valor de su empuje. Esta aproximación no considera la componente horizontal de la plementería, repercutiendo únicamente la componente vertical de su peso propio. Por el contrario, incrementa el valor del empuje de los arcos formeros y perpiaños. La distribución del área entre los distintos arcos está condicionada por el despiece de la plementería.

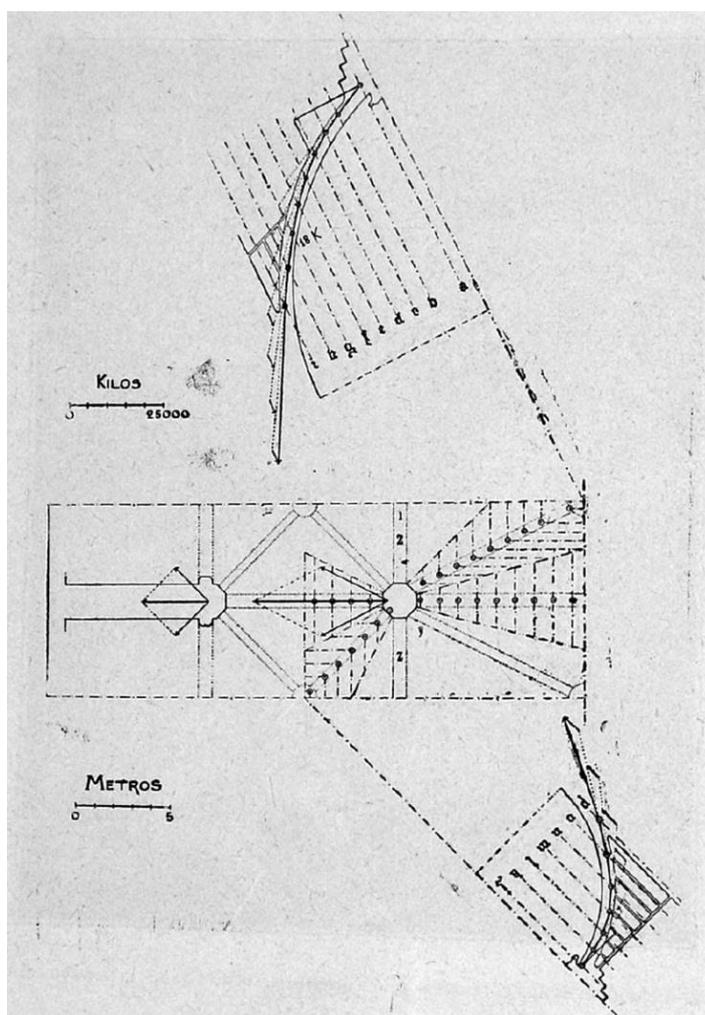


Figura 2.22. Análisis del empuje provocado por las bóvedas de la Catedral de Mallorca (Rubió, 1912).

Éste método fue el utilizado por Rubió (1912) en el descenso de cargas de la catedral de Mallorca (Figura 2.22). Rubió nos describe la operativa seguida para obtener un resultado que califica de *satisfactorio*, (aunque)...*no por eso deja el espíritu satisfecho del todo, ni la solución es tan indiscutible que no dé lugar a la duda*. A partir del trazado de numerosas curvas de presiones

obtiene una hipótesis de equilibrio global de la que extrae los empujes obtenidos para cada elemento. El estudio mecánico permite concretar algunas conclusiones sobre el comportamiento global de la estructura que de otra forma habría sido imposible deducir.

Se ha comprobado con un sencillo ejemplo las variaciones de resultados que implican ambos planteamientos. Dada una bóveda cuatupartita ideal de lado 4,80 m, una altura en la clave de 3.8 m y cuyos arcos tienen una flecha de 3,6 m, se ha calculado la resultante en cada una de sus esquinas por los dos métodos, considerando la hipótesis del empuje mínimo. Los valores numéricos quedan recogidos en la (Tabla 2.1), donde en (M1) se han utilizado cortes paralelos a los arcos, y en (M2) se han repartido las cargas entre arcos y nervios (Rubió).

	M1	M2	DIFERENCIA
Componente Vertical	45,23	42,94	2,29 kN
Componente Horizontal	19,23	23,22	3,99 kN
Resultante	49,15	48,82	0,33 kN

Tabla 2.1. Comparativa entre los resultados de los dos métodos de cálculo de bóvedas.

Se observa como el valor de la resultante en ambos casos es similar, con una diferencia de magnitud que no alcanza el 1% respecto el valor medio. En cuanto a las componentes vertical y horizontal, se observa como las diferencias son más significativas (aunque los valores siguen siendo pequeños), siendo mayor el empuje horizontal en (M2), mientras la componente vertical es mayor en (M1). Por tanto, el empuje será más desfavorable en (M2).

Se comprueba también la influencia de estas variaciones en la estabilidad de un estribo. Considerando un pilar monolítico con una altura de 7,40 m y una superficie en planta de 1,17 m², la línea de presiones resultante queda más alejada del centro geométrico del pilar en el caso de (M2), con una diferencia de 12.38 cm, que corresponde a un 8% del ancho total del pilar (Tabla 2.2).

	M1	M2	DIFERENCIA
Distancia al centro	0,448	0,572	0,1238 m

Tabla 2.2. Comparativa entre los resultados de los dos métodos. Excentricidad en la base del pilar.

Así, los valores de la resultante del empuje en ambos casos es similar, pero el empuje en el caso de (M2) es más desfavorable, ya que se obtiene una pendiente más pronunciada a partir de la combinación de esfuerzos. Éste aproximación también permite una cierta simplificación del cálculo, ya que no es necesario calcular los empujes de cada sección de la plementería, reduciendo el problema a un cálculo de cargas gravitatorias. Por el contrario, la implementación del método de los cortes en sistemas estructurales complejos, con la interacción de diversas bóvedas, puede consumir una mayor cantidad de tiempo.

Ejemplos de análisis

A parte de los casos mencionados de Benouville (1891-1892) en Beauvais y Rubió (1912) en la Catedral de Mallorca, existen diversos ejemplos en los que el análisis a través de curvas de presión se ha utilizado de forma global para estudiar la estabilidad en un edificio de fábrica de gran escala, como es una catedral. Ejemplo de ello es el análisis del equilibrio de la iglesia de Sankt Martin en Landshut¹⁵⁶, cuyo diseño plantea unos pilares extremadamente esbeltos.

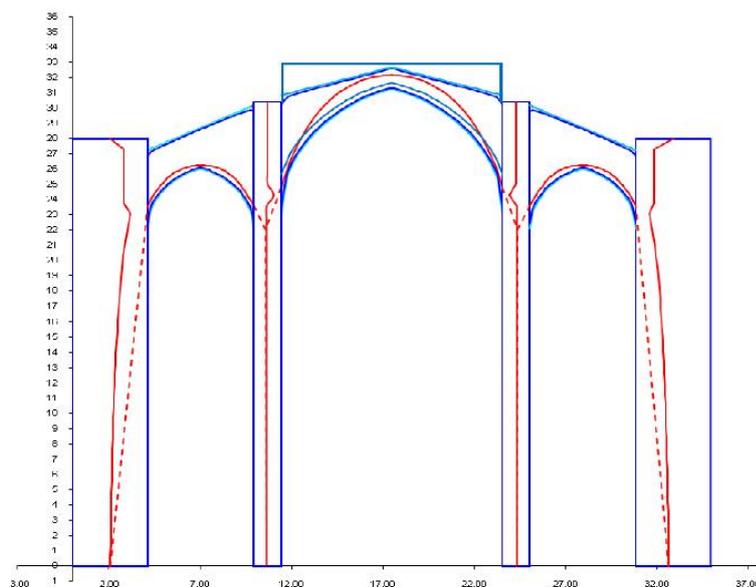


Fig.2.23. Estudio de la sección transversal de la iglesia de Santa María del Mar de Barcelona, por medio del trazado de líneas de presión con hojas de cálculo (Vendrell, Giráldez, González, Cavallé y Roca, 2008).

Otros ejemplos más recientes los encontramos en la Catedral de Mallorca¹⁵⁷, donde Maynou reproduce el cálculo de Rubió (1912) en este caso a través de un programa específico que permite resolver el cálculo de la crujía de la nave central obteniendo infinitas líneas de presión válidas. En Santa María del Mar de Barcelona¹⁵⁸ se analiza el equilibrio de la nave combinando los resultados de la estática gráfica con los de cálculos de elementos finitos. En el caso de la estática gráfica, su implementación se realiza a través de una hoja de cálculo que permite agilizar notablemente la obtención de diferentes combinatorias de hipótesis (Figura 2.23). Por otra parte, la técnica no solo es útil para analizar el estado de equilibrio de una estructura y entender su funcionamiento, pudiendo también aportar datos de base analítica sobre la historia constructiva

¹⁵⁶Zorn, E. (1933). *Statische Undershung der St Martinskirche in Landshut*. Dissertation: Technischen Hochschule Universität München.

¹⁵⁷Maynou, J. (2001). Estudi estructural del pòrtic tipus de la Catedral de Mallorca mitjançant l'estàtica gràfica. Graduation Thesis. Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.

¹⁵⁸Vendrell, M., Giráldez, P., González R., Cavallé, F., Roca, P. (2008). *Santa Maria del Mar. Estudi històric-constructiu, materials de construcció i estabilitat estructural*. Barcelona: UB-Patrimoni, Veclus, UPC.

del edificio, Será el caso del trabajo de M^a Ángeles Benito en la Catedral de Ávila¹⁵⁹, donde a través de la estática gráfica comprueba diversas hipótesis sobre los estadios intermedios de construcción del edificio. En este caso, combinará los resultados de la estática gráfica manual, asistida por programas de dibujo tipo CAD, con los de las tablas de la edición de Mohrmann de Ungewitter (1890). Otro ejemplo más próximo será el de la iglesia de Castelló d'Empúries¹⁶⁰, donde la estática gráfica, también manual/CAD, se utiliza para determinar la estabilidad de la estructura y evaluar una posible intervención en su cabecera gótica.

2.5.4. Conclusiones

El presente apartado establece la base teórica que permitirá analizar las condiciones de equilibrio de la fábrica durante el proceso de construcción de la catedral gótica.

- El análisis estructural se enmarcará en los principios del análisis límite, a partir de curvas de presiones.
- El procedimiento requerirá la comprobación de diversas secciones, y será necesario poder definir distintos modelos con facilidad. Por tanto, se plantean dos operativas
 - o Cálculo asistido por hoja de cálculo: primera aproximación simplificada, para obtener un rango de soluciones posibles.
 - o Cálculo manual asistido por programas de dibujo informatizado tipo CAD: permitirá detallar la respuesta estructural del sistema de contrarresto en los diferentes elementos.
- En la comprobación detallada, se utilizará el sistema simplificado para el cálculo de bóvedas. Ésta operativa es coherente con las características geométricas de las bóvedas, con la clave a mayor altura, y permite agilizar la operativa de cálculo.
- Se considera que arco y plementería pueden trabajar solidariamente. Por tanto, los modelos considerarán la sección conjunta de ambos elementos.
- Los estribos se considerarán monolíticos, ya que su sección es constante en altura. Complementariamente, se verificará que el ángulo del empuje no supere el ángulo de rozamiento de la piedra.

¹⁵⁹Benito, M.A (2011). *La Catedral de Ávila: Evolución constructiva y análisis estructural*. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid. Universidad Politécnica de Madrid.

¹⁶⁰González Moreno-Navarro, J.L. (2007). El caso de los arbotantes de la cabecera de la iglesia gótica de Castelló d'Empúries (la llamada 'catedral del Ampurdán'). En *Actas del Quinto Congreso Nacional Historia de la Construcción. Burgos, 7-9 junio 2007* (pp. 479-488). Madrid: Instituto Juan de Herrera.

3. CAMPAÑAS EXPERIMENTALES

3.1. Introducción

3.1.1. Marco general

En el caso de construcciones históricas, la documentación topográfica es una herramienta fundamental para su conservación. El levantamiento preciso de la geometría permite la identificación de desplazamientos y posibles daños de la estructura. Esta información es importante tanto desde el punto de vista de la diagnosis como del análisis constructivo y permite, por una parte, adecuar los procedimientos de mantenimiento y restauración, a la vez que también profundizar en el conocimiento histórico sobre el edificio.

En el caso de construcciones complejas como una catedral, el proceso de levantamiento plantea dos dificultades principales: la complejidad de las formas arquitectónicas y la inaccesibilidad del techo abovedado. El uso de técnicas tradicionales de medición directa supondría una gran inversión de recursos, pero actualmente el desarrollo de nuevas técnicas de medición está cambiando la forma en que se puede realizar el proceso de toma de datos topográficos.

Las técnicas de medición indirecta como la fotogrametría digital y el Escáner Laser Terrestre (Terrestrial Laser Scanner, TLS) permiten la captura masiva de datos de manera automatizada y en tres dimensiones¹, agilizando notablemente el proceso. Ambas técnicas son de uso habitual en el análisis de construcciones históricas², y permiten registrar en poco tiempo las propiedades geométricas de los objetos en un sistema de coordenadas (x, y, z) con una precisión antes muy difícil de conseguir.

Los datos obtenidos deben ser procesados y a menudo requieren un post-procesado que simplifique su geometría en función de las aplicaciones futuras del modelo. Este hecho será especialmente relevante en el caso de análisis estructurales, donde las formas geométricas deberán simplificarse para adecuarse a los procedimientos de cálculo³. En el caso de estructuras de obra de fábrica, los métodos más adecuados serán los basados en el trazado de líneas de presión⁴, así como los procedimientos tridimensionales a través de elementos finitos⁵. El formato

¹Yastikli, N. (2007). Documentation of cultural heritage using digital photogrammetry and laser scanning. *Journal of Cultural Heritage* 8, 423-427.

²Núñez, A., Buill, F., Regot, J., de Mesa, A. (2012). Generation of virtual models of cultural heritage. *Journal of Cultural Heritage* 13, 103-106; Armesto, J., Roca-Pardiñas, J.; Lorenzo, H., Arias, P. (2010). Modelling masonry arches shape using terrestrial laser scanning data and nonparametric methods. *Engineering Structures* 32, 607-615.

³Lourenço, P.B. (2001). Analysis of historical constructions: From thrust-lines to advanced simulations. *Proc. Of Historical Constructions* (p.98). P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.), Guimaraes 2001.

⁴Schueremans, L., & Van Genechten, B. (2009). The use of 3D-laser scanning in assessing the safety of masonry vaults— A case study on the church of Saint-Jacobs. *Optics and Lasers in Engineering*, 47(3-4), 329-335.

⁵Armesto, J., Lubowiecka, I., Ordóñez, C., Rial, F.I. (2009). FEM modeling of structures based on close range digital photogrammetry. *Automation in Construction* 18 (2009), 559-569.

y características de los datos geométricos necesarios, estará condicionado por el sistema de cálculo a utilizar, y en primera instancia por lo que se quiera averiguar sobre la estructura. Actualmente, disponemos de diversos programas que permiten procesar la información topográfica y obtener, por ejemplo, modelos tridimensionales⁶ o secciones bidimensionales⁷ del objeto de estudio.

Las técnicas fotogramétricas guardan un mejor equilibrio coste-precisión⁸ y por tanto hasta ahora su uso ha sido más generalizado⁹. Recientemente el TLS está tomando más protagonismo debido a su rapidez y simplicidad, así como al desarrollo tecnológico y reducción de costes. La fiabilidad de estas tecnologías ha sido ampliamente testeada y comparada¹⁰. En el caso específico del levantamiento de construcciones históricas, existen múltiples estudios donde se analizan sus ventajas y desventajas, y se plantea la compatibilidad entre procedimientos para optimizar recursos y/o resolver casos complejos¹¹.

En este contexto, el levantamiento topográfico de una catedral seguramente es uno de los casos que plantean mayor dificultad, debido a la complejidad arquitectónica y su gran escala. Algunos trabajos han abordado el levantamiento parcial de la fábrica, como el caso de la Catedral de Santiago de Compostela¹² o la Catedral de Milán¹³, otros han planteado el levantamiento de la totalidad del espacio interior, como en la Catedral de St. Johannis en Meldorf¹⁴, y más allá de la propia investigación en procedimientos de levantamiento, las técnicas de captura masiva de datos

⁶Martín Lerones, P., Llamas Fernández, J., Melero Gil, Á., Gómez-García-Bermejo, J., & Zalama Casanova, E. (2010). A practical approach to making accurate 3D layouts of interesting cultural heritage sites through digital models. *Journal of Cultural Heritage*, 11(1), 1–9.

⁷Bonora, V., Colombo, L., Marana, B., Mattioli, V., & Marconi, V. (2005). Laser technology for cross-section survey in ancient buildings: a study for S.M. Maggiore in Bergamo. *Proceedings of the CIPA 2005 XX*.

⁸Riveiro, B., Caamaño, J. C., Arias, P., & Sanz, E. (2011). Photogrammetric 3D modelling and mechanical analysis of masonry arches: An approach based on a discontinuous model of voussoirs. *Automation in Construction*, 20(4), 380–388.

⁹Arias, P., Ordóñez, C., Lorenzo, H., & Herraiz, J. (2006). Methods for documenting historical agro-industrial buildings: a comparative study and a simple photogrammetric method. *Journal of Cultural Heritage*, 7(4), 350–354.

¹⁰Alkan, R. M., & Karsidag, G. (2012). Analysis of The Accuracy of Terrestrial Laser Scanning *Measurements*, (May 2012), 6–10; Riveiro, B., González-Jorge, H., Varela, M., & Jauregui, D. V. (2013). Validation of terrestrial laser scanning and photogrammetry techniques for the measurement of vertical underclearance and beam geometry in structural inspection of bridges. *Measurement*, 46(1), 784–794; Guarneri, A., Vettore, A., & Remondino, F. (2004). Photogrammetry and ground-based laser scanning: assessment of metric accuracy of the 3D model of Pozzoveggiani Church. In *Working Week, The Olympic Spirit in Surveying*. Athens.

¹¹Grussenmeyer, P., Landes, T., Voegtle, T., & Ringle, K. (2008). Comparison methods of terrestrial laser scanning , photogrammetry and tacheometry data for recording of cultural heritage buildings. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 37 (B5), 213–218.; Kadobayashi, R., Kochi, N., Otani, H., & Furukawa, R. (2004). Comparison and evaluation of laser scanning and photogrammetry and their combined use for digital recording of cultural heritage. *International Archives of Photogrammetry*; Rizzi, A., Voltolini, F., Remondino, F., Girardi, S., & Gonzo, L. (2007). Optical measurement techniques for the digital preservation, documentation and analysis of cultural heritage. *8th Conference on Optical 3D Measurement Techniques*, 16–24.

¹²Martínez, S., Ortiz, J., Gil, M. L., & Rego, M. T. (2013). Recording Complex Structures Using Close Range Photogrammetry: The Cathedral of Santiago De Compostela. *The Photogrammetric Record*, 28(144), 375–395.

¹³Fassi, F., Achille, C., & Fregonese, L. (2011). Surveying and modelling the main spire of Milan Cathedral using multiple data sources. *The Photogrammetric Record*, 26(136), 462–487.

¹⁴Sternberg, H. (2006). Deformation measurements at historical buildings with terrestrial laserscanners, *XXXVII*(September), 303–308.

son de uso habitual como base para otros estudios, como los mencionados casos de Santa María del Mar (2008) y la Catedral de Ávila (2011).

3.1.2. Campañas realizadas

El primer levantamiento informatizado de la catedral de Tortosa se realizó en el periodo 1995-2000 para el Plan Director *Sancta Maria Dertosae* (2000). Tal y como se explica en el apartado 2.1, los datos fueron tomados a través de medidas directas, referenciadas a puntos topográficos fijados con un teodolito. Los datos se procesaron con aplicaciones CAD, obteniendo un levantamiento con un error aproximado de 3cm.

Ésta metodología permitió obtener un levantamiento de la planta con una precisión adecuada. En el caso de las bóvedas, la inaccesibilidad de las superficies complicaba el proceso de toma de datos, por lo que un topografiado detallado habría requerido una inversión de recursos mucho mayor. Así, el levantamiento de la sección permitió fijar las medidas generales de los elementos pero no dibujarlos de forma exhaustiva y pormenorizada.

El uso de técnicas indirectas de captura masiva de datos planteó la posibilidad de obtener una nueva base documental completa de la Catedral de Tortosa con una precisión sin precedentes. En primera instancia, se testeó el uso de técnicas fotogramétricas para realizar el levantamiento de las bóvedas del ábside (Campaña 2012, Josep Lluís i Ginovart, Josep M. Toldrà, Agustí Costa). En una segunda campaña, se utilizó un escáner láser terrestre para topografiar el interior de la catedral (Campaña 2013, Josep Lluís i Ginovart, Josep M. Puche, Agustí Costa). Finalmente, se realiza una tercera campaña que permite y realizar el levantamiento de la superficie exterior (Campaña 2014-2015, Josep Lluís i Ginovart, Sergio Coll, Agustí Costa), a la vez que completar algunas zonas de la nave.

Ambas operativas permiten obtener un modelo tridimensional de la Catedral que reproduce la geometría de la fábrica con una precisión milimétrica y con el que es posible parametrizar las formas de los elementos. Los resultados obtenidos permitirán analizar la fábrica desde distintas disciplinas, ya sea desde un punto de vista constructivo y estructural, como desde la historiografía a partir de fuentes primarias como los *Llibres d'Obra* (Llo.) del Archivo Capitular de Tortosa (ACTo.).

La información topográfica obtenida se complementará con una campaña de prospección del subsuelo (Campaña 2013, Roger Sala, SOT Prospecció Arqueològica). A través de la técnica Ground Penetrating Radar (GPR) se podrán identificar elementos enterrados en el subsuelo de la catedral, pertenecientes a construcciones anteriores.

3.2. Fotogrametría

3.2.1. Principios generales

La fotogrametría es una técnica pasiva de medición indirecta que permite realizar la captura de datos en poco tiempo y sin ningún contacto con el objeto de estudio. Se obtiene gran cantidad de información espacial de forma automatizada, mediante algoritmos de correlación de imágenes que identifican los puntos homólogos de las fotografías de un mismo objeto¹⁵. En este caso, se ha utilizado la técnica conocida como *Close Range Photogrammetry* (a partir de ahora CRP) referida a la captura de objetos cuya medida no excede los 100m y donde la cámara tiene una posición cercana al objeto, y por tanto es necesario tomar diversas series de fotografías¹⁶.

La Teoría de Orientación de Modelos fotogramétricos (*photogrammetric Model Orientation Theory*¹⁷) establece que la reconstrucción geométrica en tres dimensiones se resuelve matemáticamente en dos pasos:

- Orientación interna (*inner orientation*): reconstrucción de la geometría del haz perspectivo en el sistema de la cámara para cada fotografía.
- Orientación externa (*external orientation*): se determina la posición de cada haz en relación a un sistema de coordenadas, y su relación con el de referencia. Permite el cálculo de la posición y orientación del centro perspectivo de la cámara. En este paso se necesita la identificación de un mínimo de puntos comunes entre las distintas fotografías.

Así, el proceso consiste en la identificación e intersección de los rayos homólogos de las fotografías para encontrar su posición en el espacio. La posición de un punto en el espacio se define por un sistema de coordenadas cartesianas en tres dimensiones. El origen, escala y orientación se pueden definir de manera arbitraria y a menudo es necesaria la conversión entre coordenadas de sistemas diferentes. Las transformaciones de coordenadas se dividen en 3 partes: translación, rotación y cambio de escala. Actualmente estas operaciones se realizan de forma automatizada por programas específicos.

Para cada modelo de reconstrucción es necesario tener, al menos, dos imágenes, siendo 3 el número óptimo. Estas deberán estar centradas respecto las superficies del objeto con ángulos convergentes del haz perspectivo a 90°. En general, un solape del 60% entre las imágenes

¹⁵Karara, H. M. (1989). *Non Topographic Photogrammetry*. ASPRS, Falls Church, Virginia.

¹⁶Cooper, M., Robson, S. (2001). Theory of Close Range Photogrammetry, En: Atkinson K.B. (Ed.), *Close Range Photogrammetry And Machine Vision* (pp. 9-51). Whittles Publishing, Caithness, Scotland.

¹⁷Arias, P., Armesto, J., Di-Capua, D., González-Drigo, R.; Lorenzo, H., Pérez Gracia, V. (2007). Digital photogrammetry, GPR and computational analysis of structural damages in a mediaeval bridge. *Engineering Failure Analysis*, 14 (8), 1444–1457,

permitirá la orientación externa del modelo, y para obtener todos los modelos orientados externamente en el mismo sistema de coordenadas, serán necesarias superposiciones del 40% entre los modelos consecutivos. De acuerdo con los principios matemáticos de la fotogrametría, la solución para la orientación externa se consigue gracias a la identificación de un número mínimo de puntos comunes entre las imágenes que componen el modelo. Estos puntos pueden ser marcas identificables en la fábrica o dianas artificiales, que además pueden servir como puntos de control para establecer un sistema de coordenadas global y verificar la precisión final del modelo¹⁸.

Según lo establecido, las fases de trabajo implicarán la toma de datos de campo (fotografías y medidas topográficas de referencia), y la obtención del modelo tridimensional. La fase de modelado implicará el control de posiciones de los objetos a partir de la localización de puntos homólogos en las imágenes, y la aplicación de transformaciones y construcción de la geometría a partir de software específico.

La principal limitación del sistema reside en la necesidad de unas condiciones de iluminación óptimas para captar con el mayor detalle posible las texturas de los paramentos. De lo contrario, el software no podrá identificar puntos comunes en los pares estereoscópicos. Otro aspecto relevante es la textura de los paramentos. En caso de superficies especulares o muy lisas (p.ej. un vidrio o una pared blanca) probablemente también generaremos errores en el algoritmo de reconocimiento.

3.2.2. Toma de datos

La campaña de toma de datos se realiza en diversas jornadas durante la primera mitad del año 2012. El instrumental utilizado para la toma de datos consiste fundamentalmente en una estación total y una cámara calibrada réflex¹⁹. Debido a las dimensiones del ábside y su configuración arquitectónica, es imposible capturar todo el techo abovedado con una sola toma fotográfica. Por tanto, es necesario tomar imágenes parciales e identificar puntos comunes para la orientación externa en base a un sistema cartesiano, de acuerdo con los principios matemáticos de la fotogrametría.

Se han realizado cinco estaciones de posicionamiento, cuatro en la franja de la girola y una sobre el eje de la nave principal, tomando un total de 221 puntos topográficos. Como referencia para

¹⁸Riveiro, B., Solla, M., de Arteaga, I., Arias, P., & Morer, P. (2013). A novel approach to evaluate masonry arch stability on the basis of limit analysis theory and non-destructive geometric characterization. *Automation in Construction*, 31, 140–148.; Núñez, M. a., Buill, F., Regot, J., & De Mesa, a. (2012). Levantamiento arquitectónico de la Puerta de Antioquía (Alepo). *Informes de La Construcción*, 64(528), 487–496.

¹⁹Estación Total Topcon Imaging Station 203, con precisión de 0.2 mm/1 mm ± (5 mm), cámara de 1.3 mp y velocidad de captura 1-10 fps, Exploración Max 20 pts/sec; cámara fotográfica calibrada Nikon D7000+Tokina 12-24, usando las lentes focales extremas del zoom: 12 mm and 24 mm.

registrarlos en un único sistema de coordenadas, se han usado como puntos de control elementos singulares de los relieves tallados en las claves de bóveda. Así, se ha obtenido un levantamiento con discrepancias inferiores a 10mm en la posición de los puntos de referencia captados desde los diferentes posicionamientos.

Se han tomado al menos dos fotografías por cada bóveda, con un porcentaje de solape muy elevado, y siete para el mapeado del presbiterio (además de algunas tomas complementarias para zonas especiales). Se han tenido en cuenta parámetros habituales para la captura de imágenes²⁰ en cuanto a iluminación y solape. En la toma de fotografías la principal dificultad fue la luz, ya que la sillería de piedra proporciona una textura fácilmente reconocible. Las condiciones interiores de luz son las propias del tipo edificatorio. Así, en el interior del templo la iluminación es tenue pero relativamente uniforme, y fue necesario adaptar el horario de trabajo en función del asoleo. A pesar de ello, las condiciones interiores de luz cambiantes y la distinta exposición de los paños de bóveda obligaron a pre-tratar las imágenes para igualar la textura.

3.2.3. Modelado

El Modelado en 3D esta generado por superficies a partir de pares estéreo de fotografías orientadas gracias a los puntos topográficos (puntos de control). Se utiliza el programa *Image Master*²¹ de Topcon para la generación de las superficies. Se trata de una aplicación que automatiza parte del proceso de reconocimiento de puntos comunes (es necesario identificar algunos pares de puntos manualmente). Otros programas comerciales automatizan totalmente el proceso (como p.ej. el 123DCatch de Autodesk) pero la calidad de las imágenes y la precisión de los modelos obtenidos es menor.

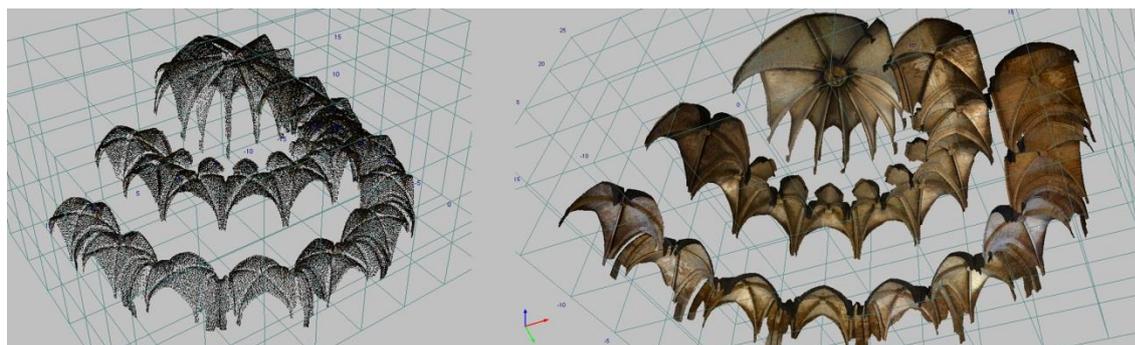


Figura 3.1. Modelo obtenido por fotogrametría: malla y textura de las bóvedas (2012).

Se obtienen así mallas triangulares, tipo TIN (*Triangulated Irregular Network*), que incorporan las texturas de los paramentos reales gracias al mapeado de las mismas fotografías de los pares

²⁰Arias, P., Carlos Caamaño, J., Lorenzo, H., & Armesto, J. (2007). 3D Modeling and Section Properties of Ancient Irregular Timber Structures by Means of Digital Photogrammetry. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 22(8), 597-611.

²¹ <http://www.topconpositioning.com/products/software/office-applications/imagemaster>

estéreo (Figura 3.1). El paso de malla propuesto es de 30 mm, es decir, los triángulos que forman las mallas tienen unos lados en condiciones óptimas de 30 mm.

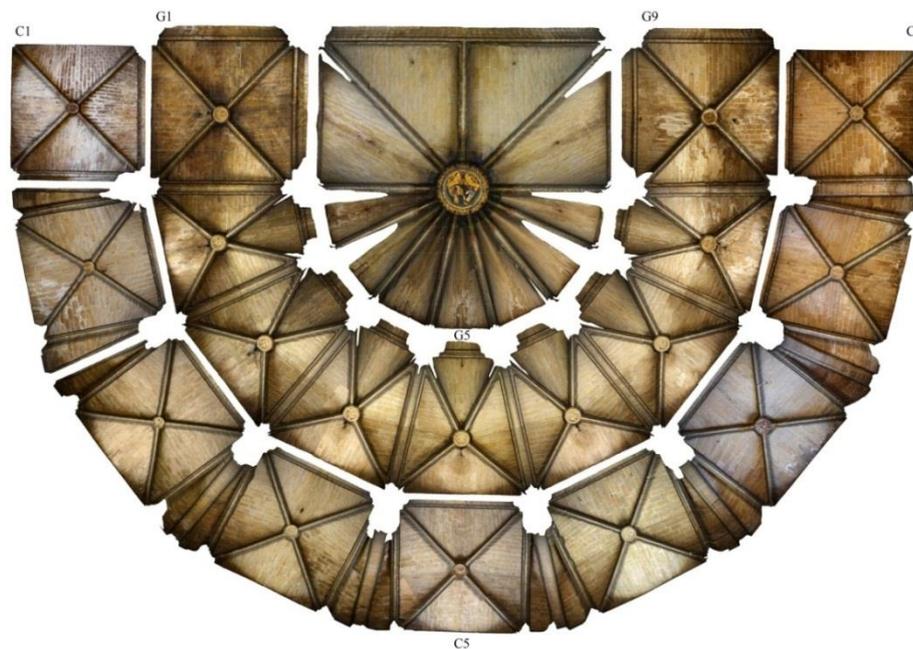


Figura 3.2. Ortoimagen de las bóvedas del ábside (2012).

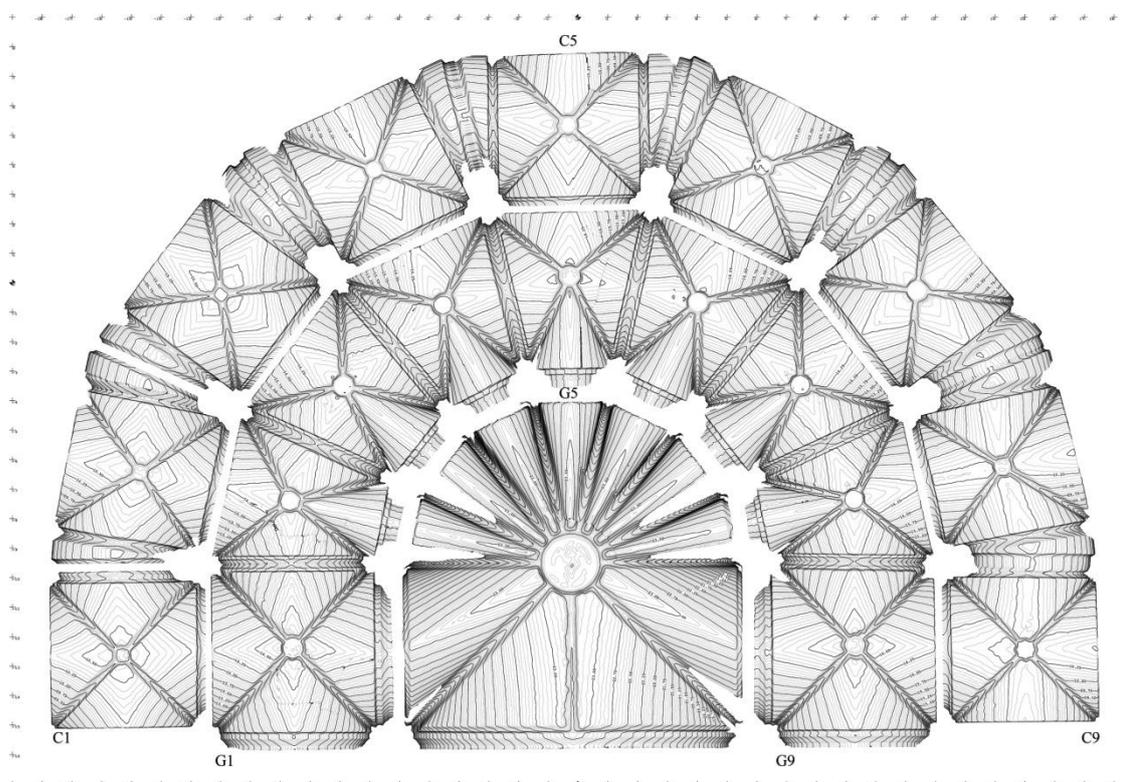


Figura 3.3. Topografía de las bóvedas del ábside (2012).

El resultado es un modelo 3D que incorpora las texturas de los paramentos estudiados. A partir del modelo virtual de las bóvedas se han generado ortoimágenes a escala métrica (Figura 3.2), modelos de curvas de nivel (Figura 3.3) y secciones de las bóvedas de fábrica.

3.3. Escáner láser terrestre

3.3.1. Principios generales

Al igual que la fotogrametría, los sistemas láser permiten la captura masiva de datos sin entrar en contacto con el objeto de estudio²². Podemos clasificar los sistemas de medición por láser en dos categorías básicas:

- Estático: cuando el escáner se mantiene en una posición fija durante la toma de datos. Las ventajas de este método son la alta precisión y la densidad elevada de puntos. Suele ser el método más extendido a la hora de realizar escaneados terrestres, pero no todos los escaneados láser terrestres son estáticos.
- Dinámico: el escáner se suele montar en una plataforma móvil y requiere otros sistemas de posicionamiento adicionales tales como INS o GPS, lo que hace que el sistema completo sea más complejo y caro. Ejemplos de láser escáner dinámico los encontramos en aeroplanos (láser escáner aerotransportado), o sobre vehículos o plataformas aéreas no tripuladas.

A demás, en función del sistema de medición utilizado por el dispositivo láser, podemos distinguir entre:

- Sistemas pasivos: se basan en detectar la radiación ambiental reflejada y presentan algunas limitaciones técnicas.
- Sistemas activos: emiten radiaciones controladas y detectan su reflexión. Así, no requieren luz ambiental, ya que ellos generan su propia radiación. Se pueden utilizar en superficies sin rasgos distintivos y permiten capturar mucha información en poco tiempo de manera automática.

Existen diversos escáneres activos en función de la forma en que el escáner recibe y/o analiza la señal de radiación reflejada. Diferenciaremos entre²³:

- Medición basada en triangulación (sistemas directos): se dirige un patrón láser sobre el objeto y se emplea una cámara para buscar la localización de la proyección del mismo. El

²²Lerma, J.L., Biosca, J.M. (2008). *3D RiskMapping: teoría y práctica del escaneado láser terrestre* (pp. 14-29). Universidad Politécnica de Valencia.

²³ Escarpa, F.J. (2011). *Introducción a los sistemas de medición tridimensional con láser*. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática. Universidad del País Vasco. <http://www.disa.bi.ehu.es/spanish/asignaturas/17223/>

emisor láser y la cámara se instalan con un ángulo constante, creando un triángulo entre ellos y la proyección del láser sobre el objeto. La distancia se determina en función de la imagen del láser medida sobre la toma obtenida en la cámara.

- Medición basada en tiempo (sistemas indirectos): se basan en la medida directa del tiempo que tarda la luz en recorrer la distancia entre el emisor y el blanco, y volver. Son los dispositivos más comunes. En general, hay dos principios de medición por tiempo: escáneres basados en pulsos (tiempo de vuelo, *time of flight*) y basados en fase.

3.3.2. Toma de datos

En julio de 2013 se realiza la primera campaña de captura de datos por medio de un escáner láser terrestre, durante dos jornadas consecutivas de trabajo. La máquina utilizada es un escáner láser Leica C10²⁴, una máquina compacta para mediciones de medio alcance, basada en el principio de tiempo de vuelo. Con un completo campo de visión (360° horizontal, 270° vertical) permite realizar escaneos a gran velocidad, con una precisión de 6mm por punto hasta un rango de 50m.

En cada estacionamiento se realiza una captura de imágenes para poder precisar el color de los puntos. En lugar de utilizar la cámara integrada de la máquina, se dispone una cámara Canon EOS 60D, con resolución de 18 megapíxels y un objetivo angular Sigma de 8 mm. Controlada directamente por el escáner, permite cubrir los 360° de cada posición en menos de 3 minutos.

La complejidad de la configuración arquitectónica exige un número elevado de estacionamientos para evitar sombras en el modelo. Se realizan un total 32 estaciones intermedias para el ábside, más otras 6 para capturar la nave. Utilizando una malla de escaneado de densidad media, se obtiene una nube de más de 457 millones de puntos, con un porcentaje de solapamiento muy elevado en la zona del ábside. Por el contrario, debido a las limitaciones de tiempo la nave presenta algunas zonas incompletas.

Para referenciar cada una de las posiciones en un mismo sistema de coordenadas se utilizan 25 dianas (*artificial targets*), distribuidos estratégicamente por todo el recinto. En cada estacionamiento el dispositivo escanea el centro de las dianas para garantizar la correlación entre estaciones. El procesado de la nube de puntos se realiza con el programa Cyclone (Leica Geosystems)²⁵, que registra automáticamente los puntos de referencia de cada estación y sitúa las nubes de puntos en un mismo sistema de coordenadas local.

²⁴Leica Scan Station C10, velocidad máxima instantánea de 50,000 points/sec, compensador de doble eje, rango de visión de nivel topográfico, nivel láser clase 2 (IEC 60825-1). Escáner óptico Smart-Mirror™ the rotación y oscilación automática, laser verde 3R (IEC 60825-1) con un rango visible de 532 nm. La precisión de una medición es: posición (6 mm), distancia (4 mm), ángulo horizontal/vertical (60 µrad/60 µrad; 12"/12"). El dispositivo dispone de cámara incorporada pero se utilizó una cámara externa Canon EOS 60D de 18 mp, con un gran angular que permite obtener una única imagen de 17°x17° y 1920x1920 píxels (4mp).

²⁵http://hds.leica-geosystems.com/en/Leica-Cyclone_6515.htm

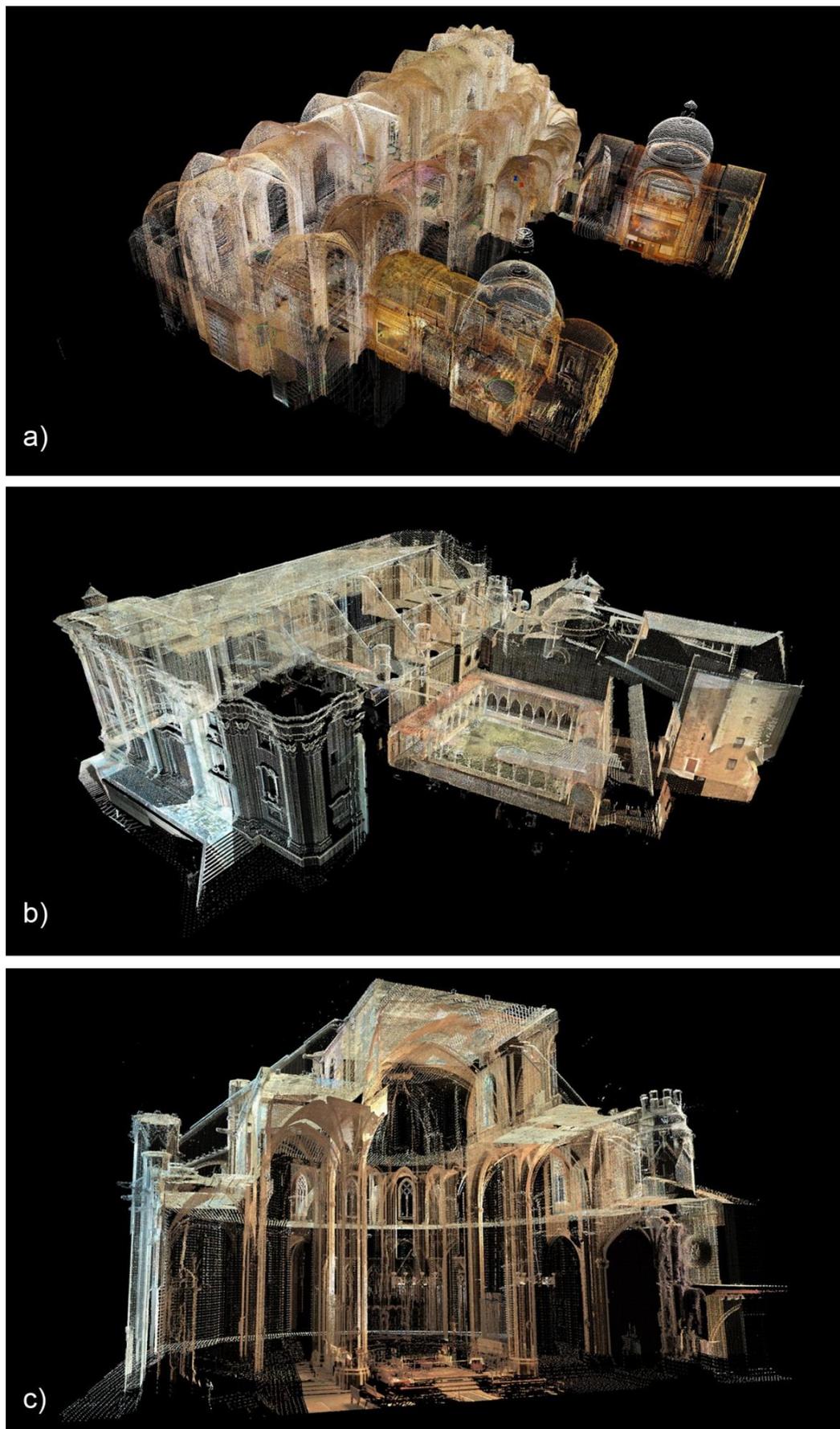


Figura 3.4. Nube de puntos de la Catedral de Tortosa: a) interior b) exterior c) ábside.

La segunda campaña requiere tres jornadas completas de trabajo de campo, que se distribuyen en días no consecutivos en los meses de diciembre de 2014, y enero y abril de 2015. El dispositivo utilizado en este caso es un escáner láser Leica P20²⁶, con unas prestaciones muy similares (precisión, rango, etc) al utilizado en la primera campaña, aunque con una velocidad de escaneo superior. En este caso sí que se utiliza la cámara incorporada del escáner para asignar el color correspondiente a cada punto de la nube. La operativa general de la campaña será análoga a la anterior (2013).

La primera jornada se dedica a completar el levantamiento del cuerpo de la nave, las fachadas en contacto con la calle, y un primer escaneo de la cubierta desde el Castillo de la Zuda, el cual gracias a su posición elevada y próxima a la catedral permite una vista completa del lateral de la cubierta. Se realizan un total de 22 posiciones, referenciadas a través de 15 dianas. La nube bruta estimada²⁷ obtenida tiene 77259215 puntos. La segunda jornada incluye el levantamiento del claustro y la fachada correspondiente (fachada sur), así como los tres niveles de cubierta de la nave del mismo lado. En este caso se realizan 22 estaciones, referenciadas con 7 dianas, obteniendo una nube bruta estimada de 39544985 puntos. Finalmente, la tercera y última jornada permite completar el exterior de la catedral, con el escaneado de los tramos de cubierta restantes, es decir, ábside y fachada norte. Se realizan 35 estaciones, referenciadas con 24 dianas. La nube bruta estimada obtenida tiene una densidad de 51526971 puntos.

Una vez completa la campaña (2014-15), la nube de puntos obtenida tiene una densidad de 168331171 puntos (Figura 3.4b), que junto con la primera campaña (2013), completa el levantamiento de la Catedral de Tortosa (Figura 3.4c). La precisión del levantamiento se define a partir del error resultante de la unión de las distintas nubes de puntos, y se establece con un valor medio de 3 mm. Se obtiene así una base topográfica sin precedentes de la Catedral de Tortosa, que incluye la basílica, el claustro y las capillas de la Cinta y el Santísimo. Esta documentación será la base del presente trabajo, pero también podrá ser explotada en futuras investigaciones. La siguiente fase se centra en el templo, haciendo especial incidencia en la zona del ábside gótico. Se han definido tres conjuntos de nubes de puntos a partir de las campañas realizadas:

²⁶Leica Scan Station P20, precisión en 3D 3mm a 50m; 6mm a 100m, error lineal menor o igual a 1mm. Precisión angular 8" horizontal/8" vertical. Desviación estándar en la adquisición de dianas 2mm a 50m. Compensador de doble eje de resolución 1", rango dinámico +/- 5', precisión 1,5". Ultra-high speed time-of-flight scanner, longitud de onda 808 nm (invisible) / 658 nm (visible). Laser clase 1 (IEC 60825:2014), rango de 120m a 0,4m. Campo de visión de 360° horizontal / 270° vertical. Espejo de rotación vertical sobre base de rotación horizontal. Cámara incorporada de 5 mp para cada 17°x17° imagen en color. Nivel laser clase 1 (IEC60825:2014).

²⁷Este valor hace referencia a la nube de puntos completa antes del proceso de limpieza. La cantidad de puntos que proporciona el programa (Cyclone) es un valor estimado.

- nube del espacio interior, que incluye la basílica y las capillas del Santíssim y la Santa Cinta (Figura 3.4a);
- nube del espacio exterior, con la basílica, el claustro y parte de la canónica y las capillas del Santíssim y la Santa Cinta (Figura 3.4b);
- nube con el interior y el exterior del ábside gótico (Figura 3.4c).

3.3.3. Modelado

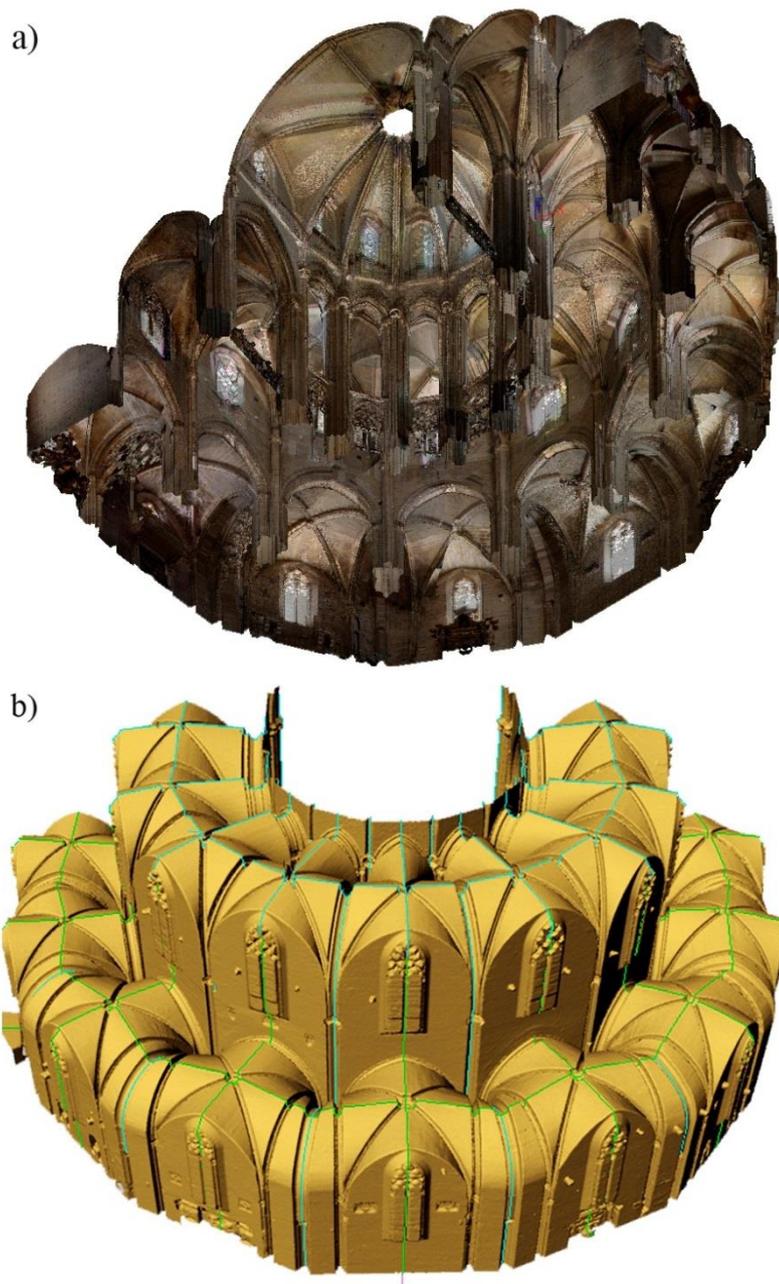


Figura 3.5. Modelo tridimensional del interior del ábside (2013-15): a) malla texturizada, b) líneas de sección.

La fase de modelado se centra en la basílica, diferenciando entre la zona de la nave y el ábside. Se utiliza el programa 3D Reshaper²⁸, que permite editar las nubes de puntos y generar una malla tipo TIN (*Triangulated Irregular Network*) a partir de los puntos seleccionados. El modelado se centrará en la zona del ábside, ya que será la zona estudiada en el análisis estructural de las condiciones de equilibrio (Figura 3.5a). La densidad de mallado se ajusta a partir de un tamaño medio de triángulo de 2,5cm. Complementariamente, se modelizará la nave con un tamaño medio de triángulo de 5cm como base para la comprobación en 3D de las medidas generales del edificio.

El modelo tridimensional permitirá determinar con precisión la geometría de arcos y bóvedas. Por ello, se trabajará a partir de planos de sección, trasladando el desarrollo geométrico de los elementos a un sistema en dos dimensiones (x, y) (Figura 3.5b). Así, el modelo se trabajará en bruto, es decir, sin rellenar las eventuales discontinuidades de la malla producto de zonas con menor densidad de puntos o sombras (*occlusions*). El objetivo de este procedimiento es establecer una base geométrica para los estudios desarrollados en los capítulos 5 y 6 del presente trabajo.

El uso de un escáner laser para la captura de datos permite reducir significativamente el tiempo de trabajo de campo. Por contra, la gestión de los puntos para un modelo de estas características requiere el uso de un hardware adecuado, así como de software específico que permita la generación de mallas a partir de los puntos.

²⁸<http://www.3dreshaper.com> (last visited 8/11/2013)

3.4. Prospección geofísica

Tal y como se ha descrito, existen elementos anteriores a la construcción de la catedral gótica de los cuales no existen evidencias físicas. Será el caso de la antigua Seo románica y del pilar mayor. El estudio tiene como objetivo aportar nuevos datos físicos que permitan identificar estos elementos a través de técnicas no destructivas de prospección

Las técnicas de prospección arqueológicas de Richard J.C. Atkinson (1920-1994), mostrando imágenes legibles y fiables de estructuras arqueológicas enterradas²⁹, son el precedente de la aplicación de prospecciones geofísicas. Los avances instrumentales de las propuestas técnicas en la década de los 70 y finales del siglo XX³⁰, propiciaron su aplicación en el estudio de estructuras arquitectónicas en el subsuelo³¹.

En España se han utilizado en el estudio de catedrales como Gerona³², Valencia³³ y Burgos³⁴, permitiendo localizar anomalías del subsuelo. La técnica todavía es operativa completando metodologías sobre prospecciones geofísicas actuales³⁵, como en la de Tarragona³⁶ y nuevamente Burgos³⁷. El uso de técnicas geofísicas para localizar estas estructuras anteriores a las góticas, tienen la limitación de la comprobación física de los elementos, a diferencia de las técnicas de las catas arqueológicas, como las utilizadas para determinar la seo románica de Barcelona³⁸. En este caso, los resultados se han completado con una hipótesis de reconstrucción gráfica³⁹.

²⁹Atkinson, R.J.C. (1963). Resistivity surveying in archaeology. En: Pyddoke E. (Ed.), *The scientist and Archaeology*, (pp. 1-30), London: Phoenix House.

³⁰Aspinall, H.B. (1997). Twenty five years of archaeological prospection. En: *Archaeology in the age of the internet: CAA 97. Computer applications and quantitative methods in archaeology: proceedings of the 25th anniversary conference*, volum 1, (pp.13-18). Birmingham: University of Birmingham; Dabas M. (1998). La prospección géophysique, La prospección, En Ferdière, A(Ed) *Collection Archéologiques*, (pp. 161-207). París : Errance.

³¹Dabas M. (2000). Géophysique et archéologie. Comment construisait-on au moyen âge?. *Dossiers d'archéologie. Architectures Médiévales*, 25, 36-41.

³²Dabas M., Camerlynck C., Freixas i Camps P. (2000). Case History: Simultaneous use of electrostatic quadrupole and GPR in urban context: Investigation of the basement of the Cathedral de Girona (Catalunya, Spain). *Geophysics*, 65(2), 526-532; Freixas P. (2000). *La catedral de Girona, redescobrir la Seu Romànica. Els resultats de la recerca del Projecte Progres* (pp. 61-64). Girona: Ajuntament de Girona.

³³Pérez V., Canas J.A., Pujades LL., Clapés J., Caselles O., Garcia F., Osorio R. (2000). GPR survey to confirm the location of ancient structures under the Valencian Cathedral (Spain). *Journal of Applied Geophysics*, 43, 167-174.

³⁴García, L. M. (2002). La antigua catedral románica de Burgos. *Revista de Obras Públicas*, 51-57.

³⁵Brito-Schimmel P., Carreras C. (2010). Metodología para la prospección geofísica en arqueología: Apuntes a partir de los trabajos de Iesso, Can Tacó, Molins Nous y el Goleró. *Lucentum*, 19, 9-22.

³⁶Macias J.M., Muñoz A., Teixell I. (2012). A la Recerca del Temple d'August, les intervencions arqueològiques a la catedral de Tarragona. *Plecs d'Historia Local*, 146, 3-5.

³⁷Espinosa A.B., Garcia L.M., Aracil E. (2012, 21 de septiembre). Application of electromagnetic techniques (Georadar) to investigate Burgos Cathedral subsoil and foundation. En: *Proceedings of the 4th International Conference on Site Characterization 4, ISC-4, (Volume 2, pp. 1403-1408)*, Brazil: Pernambuco.

³⁸Beltrán J., Lorés I. (2005). La catedral romànica de Barcelona: revisió de les dades arqueològiques i de l'escultura. *Quarhis 1. Quaderns d'arqueologia i història de la ciutat de Barcelona*, 101-117

³⁹Sobrino M., Bustos C. (2008, diciembre). Nueva hipótesis dibujada de la catedral románica de Barcelona. En: *Actas del XII Congreso Internacional de Expresión Gráfica Arquitectónica: Congreso Internacional de Expresión Gráfica Arquitectónica* (pp. 811-818). Madrid.

La interpretaci3 de los datos obtenidos se establece en combinaci3 con los levantamientos topogr3ficos de la catedral y los datos documentales existentes. As3, la metodolog3 de trabajo plantea:

1. Prospecci3 geof3sica (2012-2013), (Sala 2013).
 - a) Determinaci3 de estructuras visibles, vasos y fosas funerarias
 - b) Creaci3 de una cuadr3cula de prospecci3 para el estudio geof3sico.
 - c) Obtenci3 de los datos.
 - d) Filtrado de los datos obtenidos.
2. An3lisis e interpretaci3 de resultados
 - a) Estudio combinado de los datos f3sicos (Sala 2013) y la topograf3 (Lluís 2000)
 - b) Estudio complementario de los datos documentales (Almuni 1991, 2004, 2007) y Antoon van den Wyngaerde (1563)

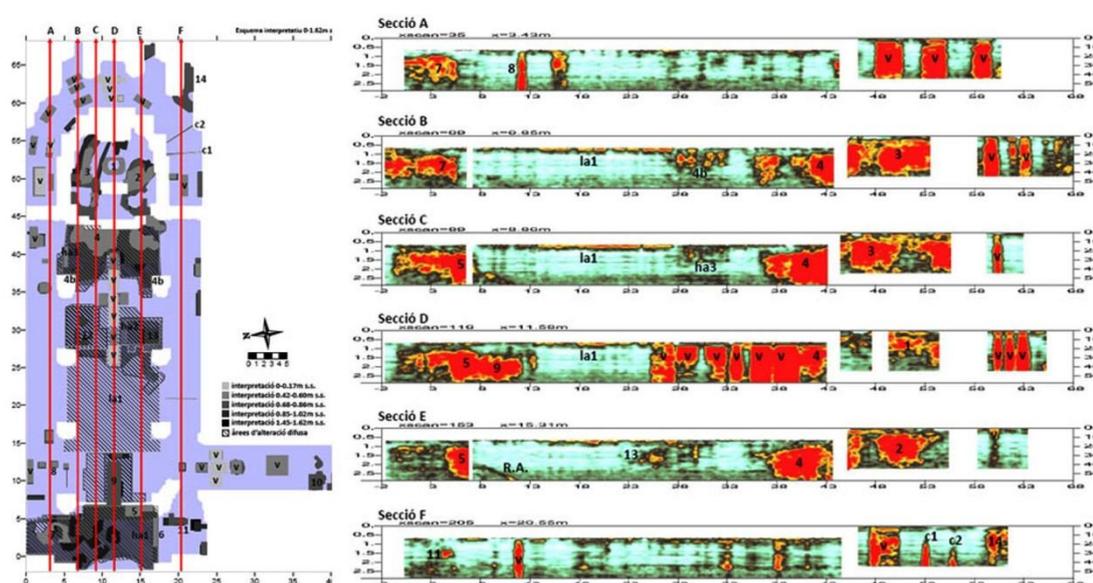


Figura 3.6. Resultados de la prospecci3 geof3sica (2012-13). Secciones longitudinales.

La campaa de la prospecci3 geof3sica se realiz3 entre (2012-2013)⁴⁰, mediante un Georadar IDS Hi-Mod 200-600MHz, con una resoluci3 de lectura de 0,018 x 0,2m. El sistema ha permitido obtener visualizaciones alternativas de las zonas exploradas, con un mayor detalle (600MHz, 60 nseg.) y una mayor profundidad (200MHz, 90 nseg.). La profundidad efectiva obtenida con los datos, oscila entre 1,8 m (600MHz) y 2,3 m (200MHz), calculando una velocidad de 0,095m/nseg.

Los datos obtenidos por medio de las lecturas (Figura 3.6) permiten identificar elementos ubicados en el subsuelo (Figura 3.7), y cruzar los resultados con la base topograf3 de la catedral (Lluís y Llorca, 2000). Esta informaci3, ser3 cotejada con las fuentes documentales directas: los

⁴⁰Sala, R. (2013). *Mem3ria d'Intervenci3. Prospecci3 geof3sica a la catedral de Tortosa*. SOT Prospecci3 Arqueol3gica. Campaa realizada conjuntamente con, Roger Sala, Ekhine Garcia, Robert Tamba.

Libros de Fábrica (Ll.o.) del Archivo Capitular (ATCo) transcritos por Almuni (2007) y las vistas de Antoon van den Wyngaerde (1563), de la imagen del Oeste (fol.8r), y las del Norte (fol. 7r y 8v.). Así, la identificación de anomalías en el terreno se podrá relacionar con los restos de construcciones anteriores, como será el caso del *pilar major* y la antigua Catedral Románica.

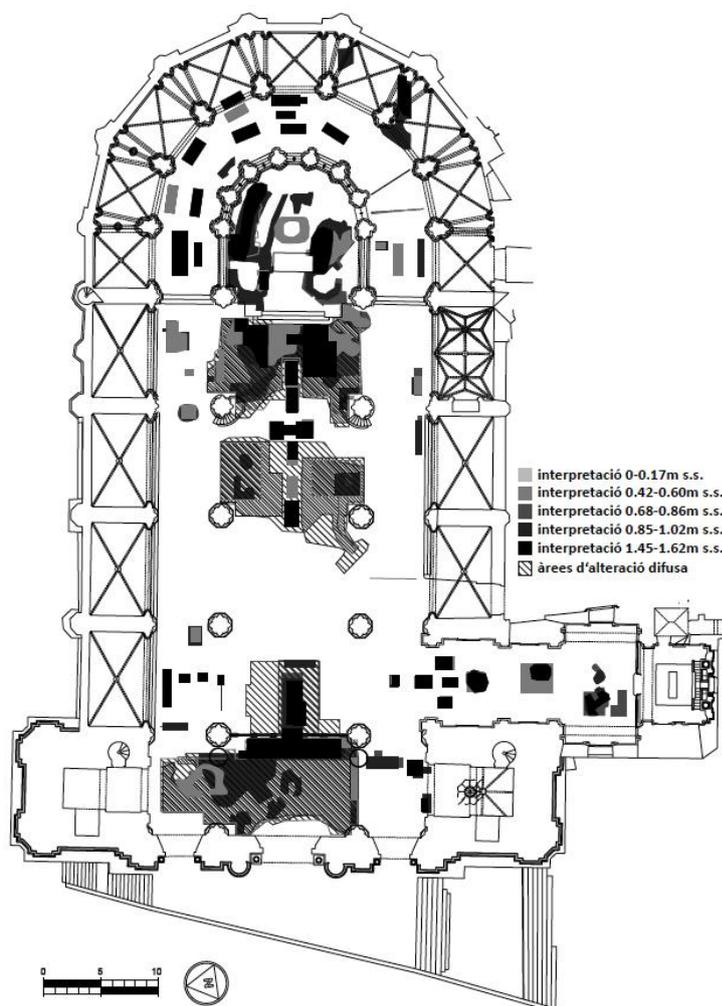


Figura 3.7. Resultados de la prospección geofísica (2012-13). Esquema interpretativo en planta.

4. DEFINICIÓ GEOMÈTRICA

4.1. Verificaci3n de resultados

4.1.1. Comparativa general

La verificaci3n de resultados del levantamiento se centrará en el interior del ábside g3tico, ya que permite la comparaci3n de los resultados de la campaa fotogramétrica con los del escáner láser, además de ser el ámbito del análisis estructural. Ambas técnicas permiten obtener una gran cantidad de datos con gran precisi3n, y la comparativa entre los dos modelos 3D obtenidos permitirá contrastar los resultados en un levantamiento de éstas características.

La comparaci3n general entre los modelos presenta la dificultad de insertarlos en un mismo sistema de coordenadas, ya que cada malla se ha generado mediante una técnica y software distintos, sin establecer previamente unos puntos de referencia comunes. Se ha optado por situar los modelos a través de la correspondencia entre las distintas claves de bóveda. Evidentemente, la correspondencia total es imposible, pero los resultados expuestos a continuaci3n revelan un índice de correspondencia elevado entre las coordenadas geométricas de ambos.

Se ha utilizado el programa 3D Reshaper, que permite el análisis comparado de distancias entre objetos tridimensionales. Se establece una malla principal o de referencia y se compara con otra. El programa toma la distancia de la normal de las superficies triangulares. El comando genera un mapeado según las distancias relativas entre los dos objeto, y establece rangos según las magnitudes resultantes.

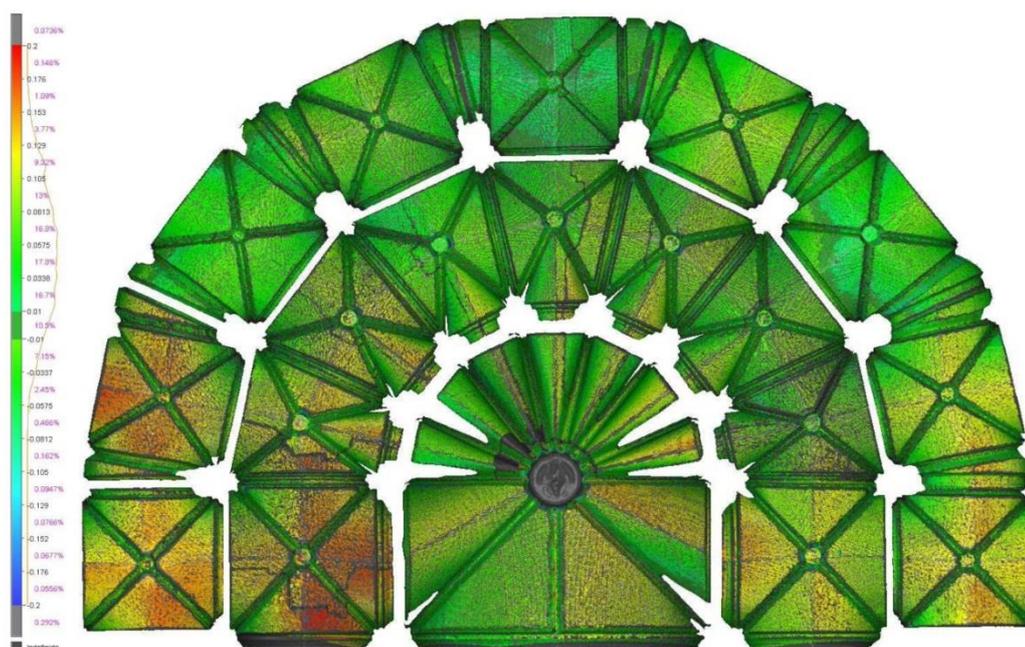


Figura 4.1. Comparativa entre mallas tridimensionales fotogrametría-láser.

A nivel general, se observa cómo las bóvedas situadas en los extremos más cercanos a la boca de la nave tienden a una posición más elevada, mientras las de la parte central quedan por debajo. Las desviaciones más importantes se encuentran en el lado izquierdo (capillas 1 y 2). Si se analizan individualmente las desviaciones en cada bóveda, cualitativamente se observa cómo las inflexiones de la plementería tienden a desviarse más que los arranques. Por tanto, existe una distorsión de la geometría según el sistema que se haya utilizado.

Cuantitativamente, a partir de los valores obtenidos podemos establecer que el rango de desviaciones con un porcentaje mayor es el comprendido entre 5,75 y 3,38 cm (17,8%), seguido muy de cerca por los rangos comprendidos entre 8,13-5,75 (16,8%) y 3,38-1 cm (16,7%).

4.1.2. Comparativa a partir de puntos de referencia

Después de procesar la nube de puntos y generar la malla 3D, disponemos de un modelo a escala, integrado en un sistema de coordenadas (x, y, z) conocido. El modelo permite realizar mediciones directas de la geometría con gran precisión, y es posible obtener líneas de sección directamente de la malla. Así, es posible parametrizar las coordenadas que definen la geometría de las bóvedas.

Complementariamente al apartado anterior, se verifican las desviaciones en puntos singulares comunes de los dos modelos, tomando como referencia elementos arquitectónicos fácilmente identificables. Así, en cada bóveda se realizan pares de secciones axiales, según las líneas que definen el desarrollo de la plementería. Se establece una nomenclatura, distinguiendo entre las Capillas (C) y el Deambulatorio (G) de acuerdo a la nomenclatura general definida, y para los puntos de la plementería (Figura 4.2), según las secciones axiales (SI y SII).

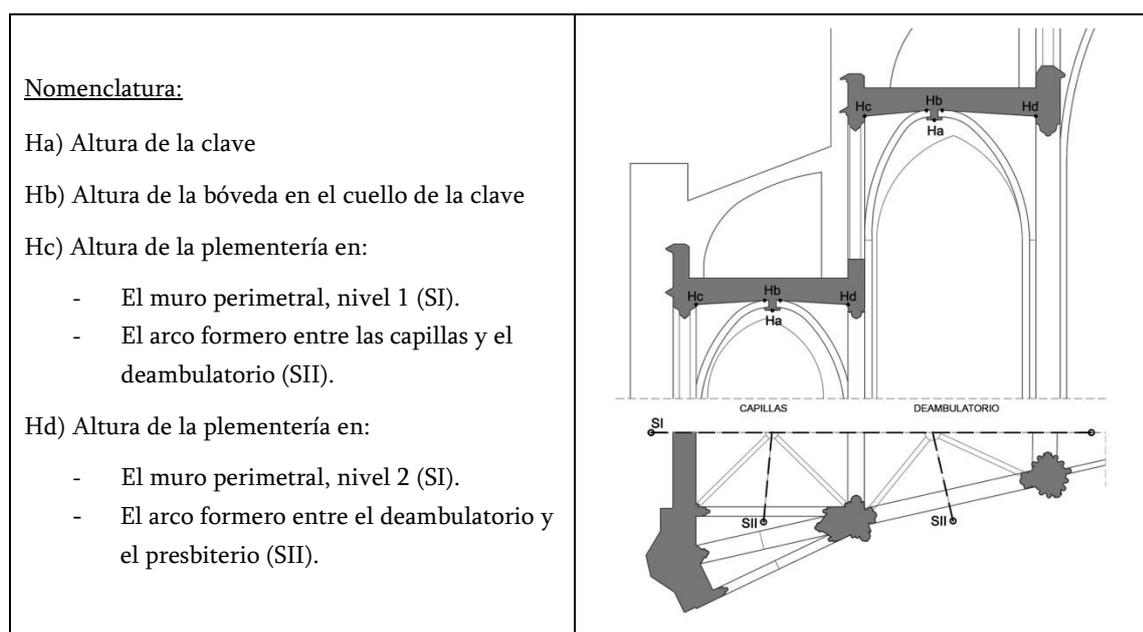


Figura 4.2. Nomenclatura y criterios.

Este procedimiento permite la comparación de coordenadas geométricas en un plano 2D, estableciendo los valores en (y). Se evita así el problema de referenciar ambos modelos en un mismo sistema de coordenadas, ya que al trasladar el problema a un plano bidimensional la única referencia necesaria es el plano del suelo.

A través del modelo generado con el TLS se ha podido comprobar que el suelo del ábside no es perfectamente plano. Para evitar errores en la medición de alturas, se establece el nivel del suelo debajo de la clave en C1 como cota cero de referencia común para ambos modelos.

Una vez definidos los modelos tridimensionales, el flujo de trabajo para establecer las coordenadas es el siguiente:

- Definición de los planos de corte y generación de secciones (Rhinoceros).
- Tratamiento de las secciones generadas, situándolas en un mismo sistema de coordenadas bidimensional (x,y) con una cota de referencia común, mediante transformaciones geométricas (AutoCad).
- Procesado de las coordenadas en eje (y) obtenidas a través de mediciones directas en Cad, introduciéndolas en una hoja de cálculo (Excel).
- Generación de tablas y gráficos (Excel).

En ambos modelos se han identificado las coordenadas en altura de 108 puntos. La desviación media entre puntos correspondientes es de 2,1 cm. Las desviaciones extremas van de 0 (máxima correspondencia) en G6 (SII.Hc) a 9,10 cm, en G4 (SI.Hd). El porcentaje para cada rango de error queda establecido en la (Figura 4.3), donde se observa que las desviaciones más allá del rango 0,5cm-5cm son muy reducidas.

Cabe destacar, por otra parte, las diferencias observadas en la configuración geométrica de las bóvedas de un mismo tipo a partir de los puntos analizados. Dichas variaciones serán analizadas en detalle en el apartado 4.3.



Figura 4.3. Desviaciones entre los dos modelos tridimensionales.

4.1.3. Conclusión y valoración

Si comparamos los resultados de las desviaciones por ambos procedimientos, encontramos que los valores según la comparativa por puntos son significativamente menores que en la comparativa global, donde la ubicación de los dos modelos en un mismo sistema de coordenadas toma como referencia las claves de bóveda. Se ha comprobado que las diferencias entre un modelo y otro en estos puntos son muy pequeñas, por tanto es una buena aproximación.

Por contra, sorprende que los valores de las desviaciones en la comparativa global sean mayores. Se observa un patrón en las desviaciones, es decir, las variaciones no son uniformes y repiten una pauta similar. Esto se podría deber a distorsiones causadas por la rectificación fotográfica en el caso del modelo fotogramétrico.

El TLS difícilmente produce errores singulares (más allá del ruido ocasional, que generalmente queda depurado durante el post-proceso). La fotogrametría, por su parte, está muy condicionada por la calidad de las imágenes y la textura de las superficies fotografiadas. Por tanto, en la captura de un espacio interior con condiciones de luz adversas (zonas oscuras, iluminación cambiante...) pueden producirse distorsiones en el modelo.

Por tanto, podemos concluir que:

- Las condiciones interiores de luz y la complejidad de la geometría del ábside abovedado dificultan el uso de la fotogrametría, siendo el láser el que ofrece mejor rendimiento en el trabajo de campo.
- Ambos métodos requieren el uso de software específico para procesado de datos. El consumo de tiempo vendrá determinado por el resultado a obtener, siendo mayor en una primera instancia en el caso de la fotogrametría.
- El láser permite obtener la geometría completa del espacio, mientras la fotogrametría se ha limitado al levantamiento de las bóvedas del ábside (el levantamiento de pilares y muros habría incrementado notablemente el consumo de tiempo).
- Ambos métodos son adecuados para realizar el levantamiento de las bóvedas del ábside. La fotogrametría se ve limitada al plano del techo, mientras el láser permite capturar todo el espacio.
- A pesar de las diferencias observadas en las comparativas, los valores de las desviaciones geométricas son pequeños en relación al objeto estudiado. Para este caso, el TLS es el sistema que ofrece mayor precisión en la captura de datos, además de una operativa más rápida y sencilla.

Según las conclusiones expuestas, se utilizará como base geométrica el modelo 3D generado con TLS.

4.2. Definición geométrica de los elementos constructivos

4.2.1. Bases planimétricas

La nueva base geométrica definida con el TLS se ha puesto en relación con las bases del Plan Director (2000). La comparativa con la planta revela un ajuste con un error máximo no superior a los 5cm (Figura 4.4). Esta diferencia se da en zonas muy puntuales, siendo las desviaciones a nivel general del orden de 1 o 2 cm. Si consideramos que ambos levantamientos presentan un error no inferior a los 2 cm, podemos considerar que la correspondencia es total. Por tanto, se utilizará como base geométrica en planta el modelo del Plan Director (2000), y se completará en alzado con el levantamiento obtenido con el escáner láser (2013 y 2014-15).

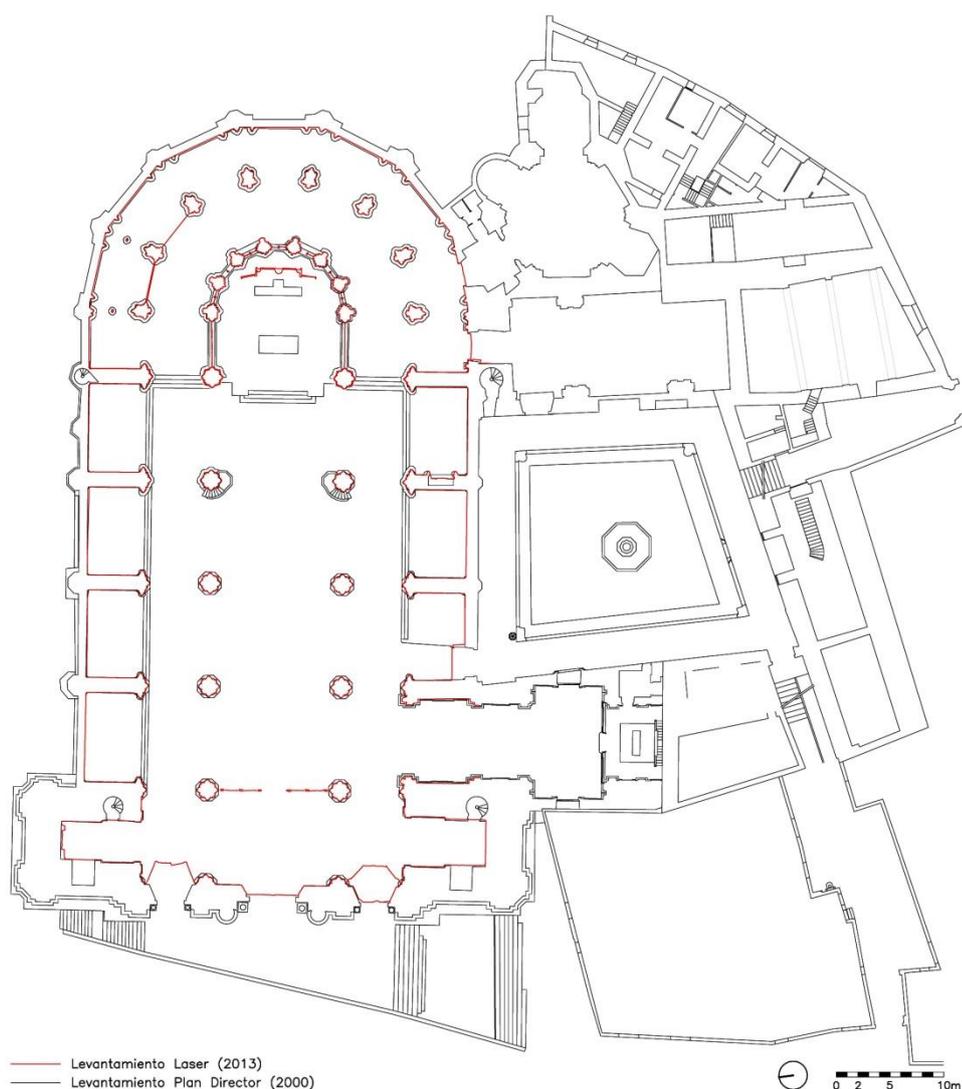


Figura 4.4. Planta Catedral. Comparativa geometría interior: Laser (2013) – Plan Director (2000).

Por otra parte, las diferencias geométricas entre bóvedas tipológicamente iguales alcanzan valores relativamente elevados en algunos puntos. Estas variaciones difícilmente alteraran de

forma significativa el equilibrio global de la estructura, por lo que en el estudio de las condiciones de equilibrio se establecen los modelos geométricos de referencia a partir de las dos primeras capillas (las primeras en ser construidas). El primer tramo del ábside es simétrico al último, y el segundo tramo establece el modelo que se repite en el resto del ábside. Así, a efectos de cálculo se consideran el resto de bóvedas iguales.

Se define el desarrollo geométrico de arcos (formeros y perpiaños), nervios diagonales y la plementería. Cabe mencionar que la plementería no es paralela a la directriz del arco que la sustenta en todo su desarrollo. Como resultado de las intersecciones geométricas suelen arrancar a una altura superior a la línea de imposta. Esto se repite en las esquinas de las bóvedas, donde el arranque de los nervios es concurrente con el de los arcos. Como consecuencia de ésta configuración, en las secciones se hace imprescindible matizar la curvatura de arcos y plementos.

El flujo de trabajo se define análogamente al procesado de las coordenadas de las claves de bóveda y la plementería:

- Procesado de la nube de puntos (Cyclone).
- Mallado de la nube de puntos correspondiente al ábside (3DReshaper).
- Definición de los planos de corte y generación de secciones (Rhinoceros).
- Tratamiento de las secciones generadas, situándolas en un mismo sistema de coordenadas bidimensional (x,y) con una cota de referencia común, mediante transformaciones geométricas (AutoCad).
- Reinterpretación y redibujado de las líneas de sección (AutoCad).
- Parametrización y síntesis de las medidas significativas.

Cabe mencionar el problema de la oclusión provocada por las cornisas. Tanto el modelo fotogramétrico como el láser presentan la misma limitación: las fotografías y medidas se han tomado desde el suelo, de manera que la cornisa no permite establecer una línea visual directa con el arranque de los arcos en muchos casos. Como consecuencia, el arranque de arcos y nervios se deducirá a partir de la geometría de los capiteles.

Como resultado de la metodología aplicada se obtienen las secciones con el desarrollo de arcos y bóvedas¹. El trazado teórico de la arquería se puede definir a partir de la flecha y la luz del arco²: a partir de la línea que une la clave del arco con su arranque, se traza la perpendicular desde el punto medio, que definirá el centro del arco en el punto de intersección con la horizontal desde la línea de imposta. La superposición del modelo teórico sobre las diferentes secciones revela un alto índice de coincidencia, por lo que se puede considerar que a nivel general la estructura ha sufrido pocas deformaciones. En el caso de los nervios diagonales, el desarrollo de la sección se

¹Ver Anejo 1: Documentación gráfica.

²Willis, R. (1842). *On the construction of the vaults of the middle ages*. Transactions of the Royal Institute of British Architects Vol.1, part 2. London: Longman. (p. 11).

aproxima al de un arco de medio punto. Por otra parte, las secciones realizadas también permiten comprobar la verticalidad de los paramentos, los cuales están perfectamente aplomados y no presentan deformaciones, así como definir los grosores y geometría de los elementos exteriores (Figura 4.5).

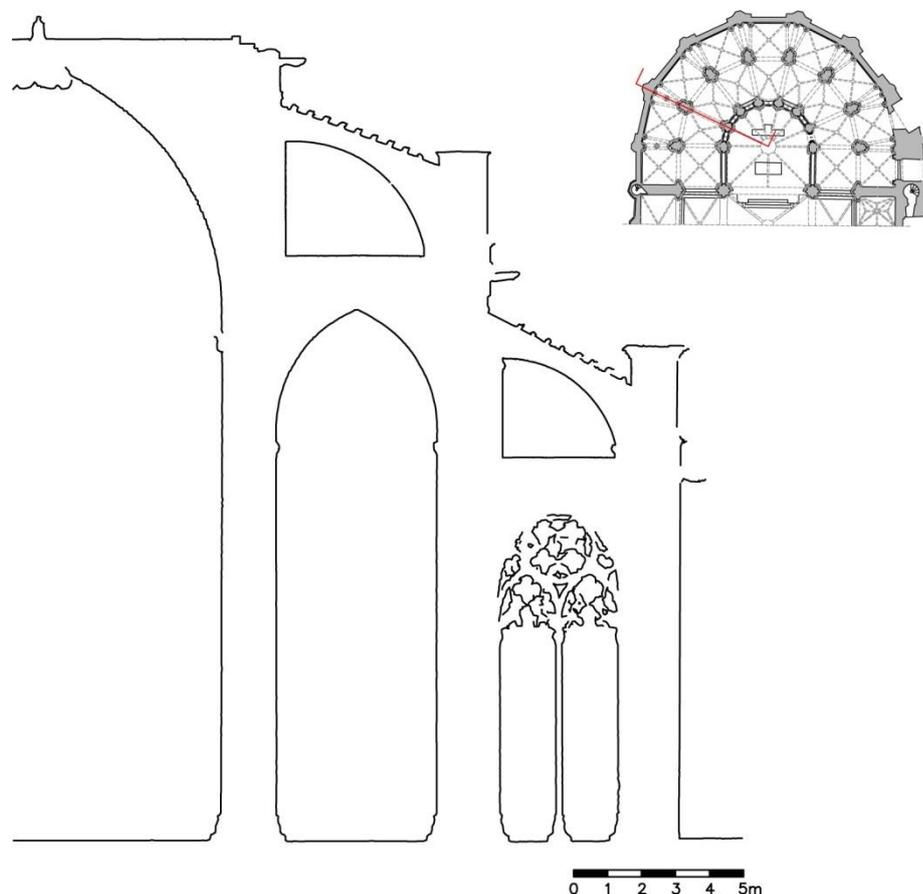


Figura 4.5. Sección del ábside gótico, a partir de la nube de puntos (2013-2015).

Desviaciones geométricas

Las desviaciones geométricas durante la construcción pueden producirse a causa de las técnicas y procesos constructivos, y/o del asiento de las bóvedas después de retirar el encofrado. El primer caso depende de aspectos geométricos, la altura del andamio y la carga de las bóvedas. También depende de la ejecución de la obra y de las juntas de mortero. Por último, el encofrado puede sufrir deformaciones.

En el segundo caso, el asiento puede producirse justo después de la extracción del encofrado o también después de un largo período de tiempo. Después del descimbrado de la estructura, el arco de fábrica comienza a empujar contra los contrafuertes, que inevitablemente ceden ligeramente. La luz aumenta una pequeña cantidad y la geometría del arco se recompone para

acomodar el movimiento³. En ocasiones, esto puede dar lugar a un descenso de la clave de bóveda. Con el tiempo, también puede haber un asiento de la fábrica, con el consiguiente impacto en las condiciones geométricas de la estructura.

4.2.2. La Clau Major

Las nuevas campañas realizadas han permitido también llevar a cabo una nueva aproximación a las propiedades geométricas de un elemento tan simbólico como es la *clau major*. La operativa se ha basado en la malla generada a partir de la nube de puntos. Una vez depurada la zona del presbiterio, se parametrizan los radios de circunferencia que definen las diferentes formas arquitectónicas por medio de planos de sección y se procede a reconstruir la geometría por operaciones de modelado tridimensional (Rhinoceros 4.0). Se obtiene así un modelo tridimensional paramétrico que permite calcular las medidas y volúmenes del presbiterio con gran precisión (Figura 4.6).

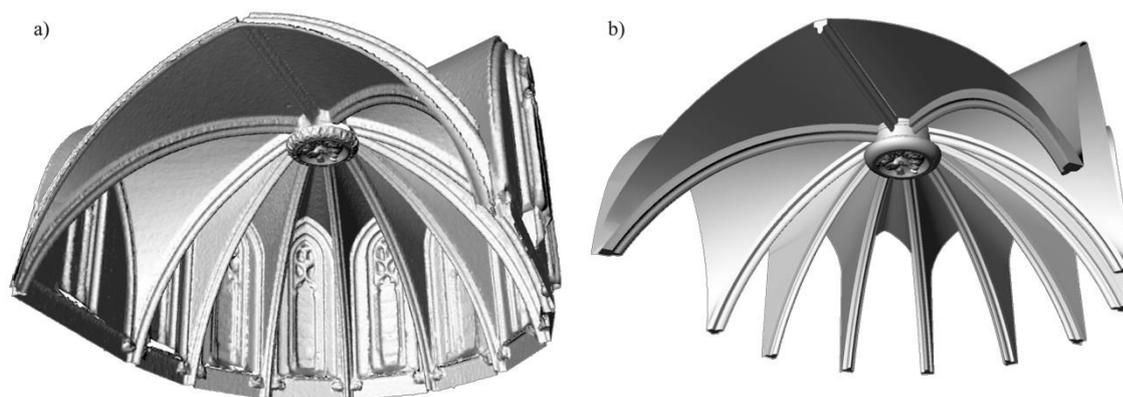


Figura 4.6. Modelo tridimensional del presbiterio y la *clau major*. a) Malla TIN a partir de la nube de puntos, b) Superficie paramétrica.

Las dimensiones de referencia⁴ para la piedra clave definen un diámetro de 10 palmos en la base, tres y medio en el cuello, y una altura de 5 palmos y medio desde el remate superior de cubierta. El nuevo levantamiento ha permitido precisar con exactitud estas dimensiones y determinar un modelo tridimensional de clave y el ajuste geométrico de los nervios concurrentes (Figura 4.7).

Según el modelo 3D generado, el diámetro de la clave es de 204 cm (un poco más de 8 palmos y medio) en la base, y 162 cm (7 palmos) de diámetro en el cuello, con una altura total de 151 cm (6 palmos y medio). Con estas medidas, el volumen de la piedra clave se establece en 3,64 m³,

³Huerta, S. (2004). Arcos, bóvedas y cúpulas. Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica (pp. 72-126). Madrid: Instituto Juan de Herrera.

⁴Lluis i Ginovart, J. (2002). Geometría y diseño medieval en la catedral de Tortosa: la catedral no construida: tesis doctoral. Universitat Internacional de Catalunya (UIC).

con un peso de 87,47 kN (considerando un peso específico de 24 kN/m³). Así, en la cantera la Clau Major debió labrarse a partir de un bloque de alrededor de 8,77 m³ y un peso de 210 kN.

Otra cuestión a destacar es el ángulo de encaje entre la clave y los futuros nervios. *De l'art de picapedrer* (1653) de Joseph Gelabert (b.1621) contiene una representación de varias bóvedas (fol. 131 v-146 r)⁵, en la que el tallado de la clave en el punto donde se une con el nervio es un plano transversal inclinado. Según Enrique Rabasa Díaz (1957 -), las reglas del gótico establecen que los nervios se producen con planos verticales, y que el encuentro debe ser en un eje vertical.⁶ En el caso de la catedral de Tortosa, el estudio realizado concluye que el corte tiene una ligera inclinación de 68° respecto a la vertical

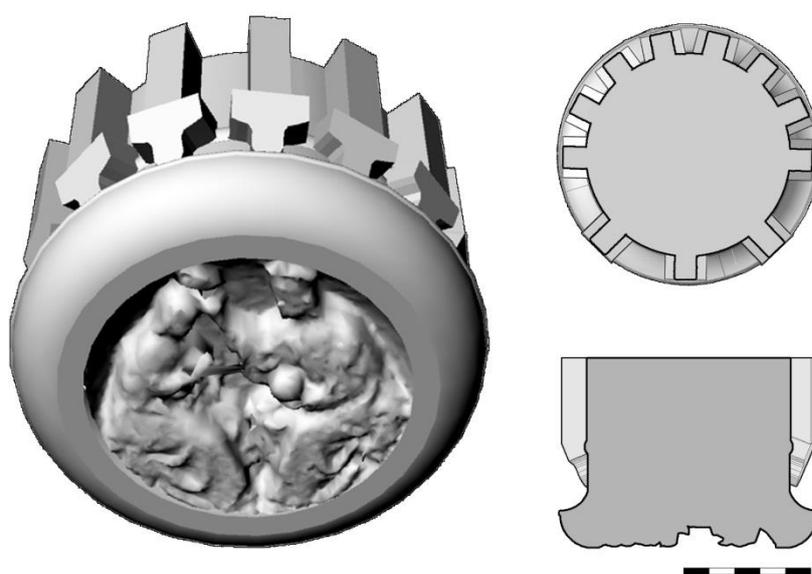


Figura 4.7. Modelo tridimensional de la *clau major*.

4.2.3. El Pilar Major

Los resultados obtenidos mediante la prospección geofísica (2012-2013), han evidenciado la existencia de diferentes anomalías en el subsuelo de la catedral. Las principales son compatibles con los restos de la anterior Catedral Románica, con una importante excepción. En el corte de la sección (0.42m-0.60m s.s. e 600MHz) del presbítero se identifica la llamada anomalía [1] situada en el centro del coro, bajo la actual clave mayor (Figura 4.8). La anomalía corresponde a un

⁵Gelabert, J. (1977) *De l'art de picapedrer* (pp. 253-283). Palma de Mallorca: Diputació Provincial de Balears; Rabasa, E. (2011). *El manuscrito de cantería de Joseph Gelabert titulado Vertaderas traças del Art de picapedrer: transcripción, traducción, anotación e ilustración del texto y trazados, edición a cargo de Enrique Rabasa Díaz* (pp. 363-398). Torrejón de Ardoz: C.O.A de les Illes Balears. Fundació Juanelo Turriano.

⁶Rabasa E. (2007). De l'art de picapedrer (1653) de Joseph Gelabert, un manuscrito sobre estereotomía que recoge tradiciones góticas y renacentistas. En *Actas del 5º Congreso Nacional de Historia de la Construcción, Burgos, 7-9 Junio, 2007* (pp. 745-754). Madrid: Instituto Juan de Herrera.

perímetro de alta amplitud, y centro de baja respuesta, detectada desde 0.3m bajo la superficie perdiendo definición a 1m de profundidad. El resultado se interpreta como un posible elemento constructivo colmatado. Este elemento [1] de imagen circular tiene una magnitud semejante a la de los pilares del presbiterio, y puede relacionarse con el gran pilar auxiliar.

En los libros de fábrica aparece a partir del mes de mayo de 1428 la noticia de un *pilar major*. La noticia surge tras la culminación de las nueve capillas radiales que rodeaban a la catedral románica. Se trata además, de un hecho cronológicamente coincidente con las obras de derribo en la cabecera de la catedral románica. Esta demolición se realiza paulatinamente a partir del mes de agosto de 1428⁷. Así se plantea la hipótesis de que este pilar fuera una construcción auxiliar que luego sería retirada. Según los resultados del georadar (2012-2013), el pilar se situó en el centro del presbiterio, en concordancia con las citas de los libros de fábrica⁸. El pilar se construye antes de cerrar las primeras bóvedas del deambulatorio, cuyos trabajos empezarán a partir del mes julio de 1431. El pilar será derruido tras el descimbrado de las bóvedas del presbiterio en marzo de 1440⁹, y su carácter eventual lo demuestra la escasa cimentación. El corte D del Georadar (2102-13), detectó las trazas de lo que pudieron ser sus cimientos a tan solo 30 cm bajo la superficie del pavimento actual, perdiendo la definición, a partir de 100 cm de profundidad.

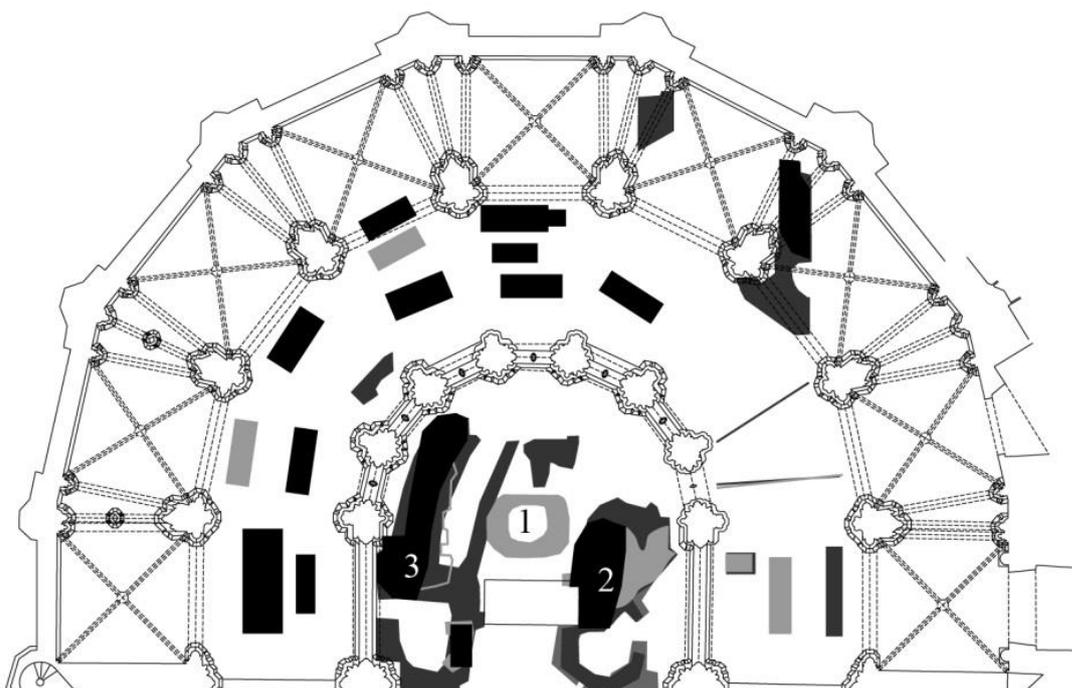


Figura 4.8. Anomalías en la zona del presbiterio. Identificación de la anomalía [1], compatible con los cimientos del *pilar major*.

⁷Almuni, V. (2004). La catedral románica de Tortosa. Aproximació documental a la seva historia. *Recerca*, nº 8, 211-250.

⁸...començam de desfer lo bastiment de la cerqua e començam lo bastiment del pilar major darrera l'altar, e forenhi III mestres de axa e hun fadri ... (ACTo, ll. o. 1427-1428, núm. 13, fol. 15r.).

⁹ACTo, ll. o. 1439-1441, fol. 62r.

La disposición de un pilar auxiliar, situado centralmente bajo la calve del presbiterio aporta grandes ventajas constructivas. En primer lugar, acorta a la mitad la luz del presbiterio para el apoyo del cimbrado de las bóvedas. En segundo lugar, puede ayudar a la colocación de la pesada clave. En tercer lugar, dado que se construye antes del cierre del deambulatorio, ha de tener alguna relación constructiva con las bóvedas de la girola.

La colocación de un pilar como elemento estructural central en el gótico, no es nuevo. Esta disposición aparece como un elemento constructivo definitivo en la construcción de estructuras de salas¹⁰. Aparecerá también en plancha XL de Villard de Honnecourt¹¹, o en la sala capitular de la catedral de Salisbury (1263-1284). Estas estructuras a manera de *Palmier* como se conoce en los Jacobins de Toulouse (1275-1292)¹², recogen hacia abajo, a manera de bóvedas de abanico, las estructuras de las bóvedas superiores¹³.

¹⁰Viollet-le-Duc, E. E. (1854-1868). Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle. 10 vol. (vol.8, p. 85). París: Bance et Morel.

¹¹Lassus, J.B.A. (1858). *Album de Villard de Honnecourt. Architecte du XIIIe siècle* (pp. 161-162). París: Imprimerie impériale.

¹²Sundt, R.A. (1989). The Jacobin Church of Toulouse and the Origin of Its Double-Nave Plan. *The Art Bulletin*, Vol. 71, No. 2 (Jun., 1989),185-207.

¹³Carrasco, J. (2002). *La estructura gótica catalana: Sobre los conceptos de medida y espacio. El problema de la forma en la cubierta*. Tesis Doctoral. Departamento: Expresión Gráfica Arquitectónica I. Universidad Politécnica de Catalunya (pp. 85-97).

4.3. Estudio de las bóvedas del ábside

4.3.1. Análisis de la relación de alturas

Conocer el proceso constructivo de un edificio histórico es un tema fundamental en la conservación del patrimonio, y en disciplinas como la historia del arte, la precisión cronológica es fundamental. Las metodologías actuales están basadas en técnicas historiográficas y arqueológicas, donde el estudio de fuentes primarias aporta información relevante, aunque a veces incompleta. En estos casos es necesario complementar los datos a través de otros procedimientos.

El levantamiento obtenido a partir del Escáner Laser Terrestre pone de manifiesto diferencias formales entre las bóvedas, a priori iguales entre ellas. Esto permite estudiar los orígenes de estas desviaciones desde la historia constructiva. Los resultados de la metodología permiten cruzar los datos geométricos con los obtenidos de las fuentes documentales directas, como los *Llibres d'Obra* (Ll.o.) conservados en el Archivo Capitular de Tortosa (ATCo), transcritos por Almuni (2007).

El estudio de la geometría tomará como punto de partida los datos obtenidos en el apartado '4.1.2. Comparativa a partir de puntos de referencia'. Así, a partir del modelo 3D obtenido, es posible identificar las desviaciones geométricas de la fábrica, y por medio del tratamiento estadístico de los datos, parametrizar las diferencias. Distinguiremos entre la altura de la clave (Ha) y de la plementería (Hb, Hc y Hd), y en esta analizaremos las alturas en los dos ejes axiales (según las secciones S.I y S.II) que definen las intersecciones de la plementería y la arquería (Figura 4.9).

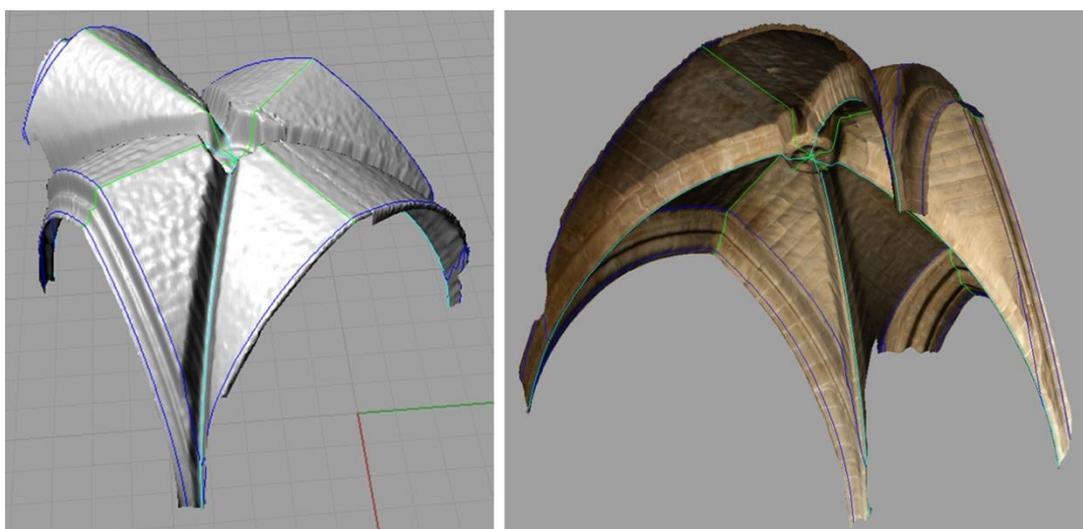


Figura 4.9. Seccionado de una bóveda del deambulatorio (G).

Relación de alturas en las capillas

La altura de las claves de bóveda (Ha) en las capillas alcanza unas desviaciones de hasta 40cm, entre las capillas C2 (10,253 m) y C8 (9,851 m). Las capillas C4 y C5 no alcanzan el centímetro de diferencia, y las 4 últimas tienden a ser más bajas (Figura 4.10). La altura de la plementería en la clave (Hb) sigue el mismo patrón definido en la clave con pequeñas diferencias, y una desviación máxima de 41 cm entre bóvedas.

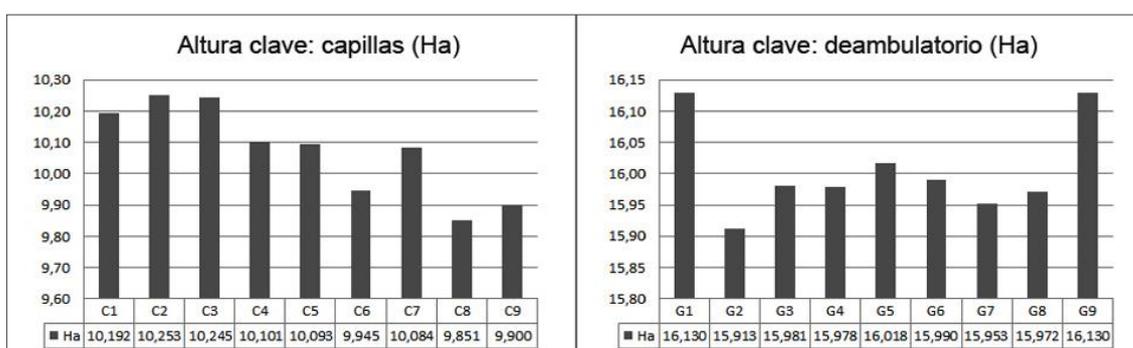


Figura 4.10. Altura de las claves de bóveda (Ha).

Si comparamos las variaciones de la plementería de la sección (S.I) (Figura 4.11, SI) en su encuentro con el arco (Hd) y el muro (Hc), ésta última siempre está situada a una altura superior. La dispersión en los arcos es de 17,50 cm (C1-C4) y en el muro de 15,10 cm (C3-C7). Mencionar que las alturas en las tres primeras bóvedas son menores que en el resto.

Los valores son superiores en el caso de las secciones radiales (S.II) (Figura 4.11, S.II) y la relación entre las alturas de los dos lados analizados varia. En (S.I) siempre se cumple la relación (Hc > Hd), mientras en (S.II) esto no es constante. Por otra parte, coincide que los valores de las tres primeras capillas también tienden a ser inferiores, con un rango de alturas de 17,90 cm para (Hc) entre (C2-C9) y de 13,60 cm para (Hd) en (C1-C8).

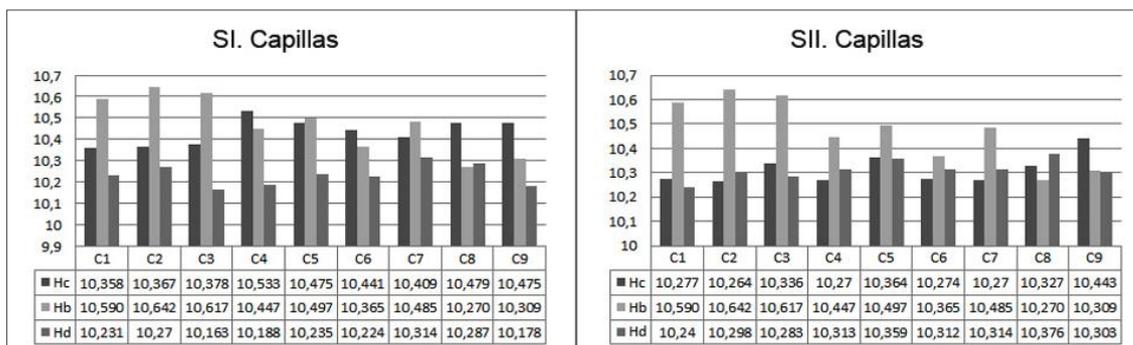


Figura 4.11. Alturas de la plementería en las capillas. Secciones S.I y S.II.

Relación de alturas en el deambulatorio

La altura de las claves de bóveda (Ha) del deambulatorio sigue un patrón diferente del identificado en las capillas. La diferencia de alturas en este caso es menor, con un rango de 21,80 cm (G1-G2). Esta desviación está relacionada a la diferente configuración arquitectónica entre las bóvedas de la boca del ábside, de planta cuadrada, y el resto, de planta trapezoidal. Si descartamos (G1) y (G9), el rango se reduce a 10,50 cm entre (G2-G5). Así, la altura tiende a disminuir desde la boca del ábside, remontando en el centro. En cuanto a la plementería en la clave (Hb), tal y como sucedía en las capillas, el patrón es el mismo con una diferencia en relación a (Ha) de unos 50cm.

En (S.I) (Figura 4.12, S.I), se cumple que ($H_c < H_d$), con la única excepción de G8, al contrario que en las capillas. La dispersión en el arco formero (Hc) es de 8,60cm (G1-G9) y en (Hd) de 11,20 (G1-G7). En el caso de (S.II) (Figura 4.12, S.II) el rango en (Hc) es de 16,50 cm (G1-G6) y de 9,50 cm (G2-G5) en (Hd).

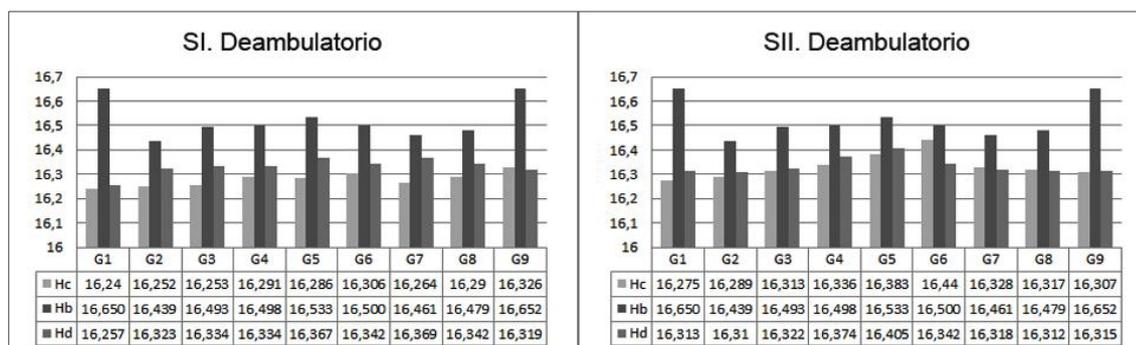


Figura 4.12. Alturas de la plementería en el deambulatorio. Secciones S.I y S.II.

4.3.2. Relación con las fuentes documentales.

El estudio comparado de los resultados geométricos obtenidos y los datos de las fuentes primarias permite establecer una relación entre las bóvedas ejecutadas y la cronología constructiva de la construcción.

A través de las fuentes documentales y del estudio de las molduras de la fábrica construida, fue posible determinar la participación de cuatro Maestros constructores en los inicios de la catedral gótica. Después del maestrazgo inicial del *Mestre Joan* (1378-c.1385), en la ejecución de las capillas radiales se identifican los sucesivos maestrazgos de Pere Moragues (c.1382-1387), Joan de Maini (c.1387-1403/1410) y Pasqual Xulbi (c.1402/1410 – c.1416/1420), quien fue sucedido después por su hijo Joan Xulbi hasta 1458. Las fases constructivas en el anillo de las capillas radiales son las siguientes:

- El primer periodo (1383-1388) supuso la construcción de las capillas C1, C2 y C3 (*San Pedro, San Pablo and San Vicente*)

- El segundo periodo (1392-1397) supuso la construcción de las dos capillas siguientes (C4 y C5).
- En el tercer y último periodo (1412-1424) se construyeron las 4 últimas capillas.

Estas fases en las que se sucedieron los distintos maestros constructores definen la cronología constructiva de las bóvedas del ábside gótico (Figura 4.13).

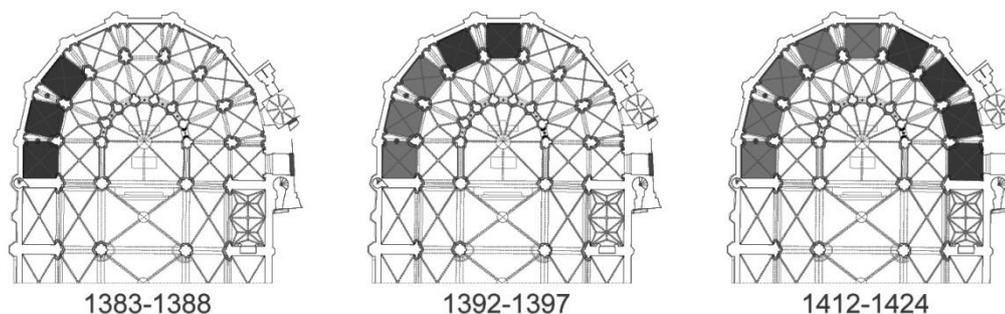


Figura 4.13. Cronología constructiva de las bóvedas de las capillas radiales (1383-1424).

Según los resultados del análisis geométrico de las bóvedas, se observa una correspondencia clara entre la sucesión de momentos constructivos y las variaciones geométricas. Las tres primeras bóvedas (C1 a C3) tienen la clave en un punto más alto que el resto, y la plementería sigue un patrón claramente diferente del resto. C4 rompe con el patrón anterior, y hay una estabilización sucesiva, con la clave de bóveda a una altura inferior y relaciones similares entre los otros puntos. El patrón cambia significativamente una vez más en las últimas dos capillas (C8 y C9), lo que podría suponer un cambio en la maestría no registrado en los Libros de Obra.

La estrategia constructiva en el caso del deambulatorio (1431-1434) era diferente de la utilizada en las capillas, que fueron cerradas consecutivamente. La construcción de las bóvedas del deambulatorio se realizó simétricamente desde las capillas del evangelio y la epístola. Las de planta cuadrada se realizaron en primer lugar, y a continuación se realizaron las siete de planta trapezoidal.

Los resultados muestran un patrón en la variación de alturas correspondiente con el proceso constructivo de las bóvedas. Así, las bóvedas finales tienen una diferencia de altura mayor entre la clave y los otros puntos, mientras que hay una pérdida progresiva de altura, para aumentar una vez más en las bóvedas centrales.

4.3.3. *Desviaciones respecto al modelo teórico*

El modelo teórico de la sección se lleva a cabo de acuerdo a normas proporcionales basadas en el diseño de la planta. Aunque no hay documentos con la planimetría original, al conocer estas reglas y la métrica utilizada es posible deducir sus medidas con precisión. Como se dijo anteriormente, muchos factores pueden cambiar la geometría de la fábrica construida, pero la

comparación entre el modelo teórico y la reconstrucción virtual en 3D proporciona información relevante acerca de las alteraciones sufridas por la mampostería. Así las alturas de referencia sobre el despliegue teórico de la sección gótica son: capillas 10.454 cm (45 palmos), deambulatorio 16.726 cm (72 palmos) y presbiterio 23.230 (100 palmos). Se tomaran siempre como referencia las alturas de la plementería en la clave de bóveda (Hb).

En las bóvedas de las capillas, la mayoría de las alturas registradas son superiores a su posición teórica. Las distorsiones más extremas en valores absolutos son 19 cm por encima en C2 ($h = 10,642$ cm), y 18 cm más bajo en C8 ($h = 10,270$ cm). Además, cinco de las nueve claves están por encima de su altura de referencia de 10,45 cm, con una desviación media de 12 cm.

En cuanto al ambulatorio, todas las claves de bóveda están situadas por debajo de su altura teórica. Las variaciones identificadas van de 8 cm en G9 ($h = 16,652$ cm) a 29 cm en G2 ($h = 16,439$ cm). La desviación media en este caso es de 23 cm. Finalmente, la altura de la clave principal en el presbiterio es variable, ya que la intersección entre su cuello y la plementería no sucede en el mismo plano horizontal. A pesar de ello, la mayoría de las medidas son casi coincidentes con la altura teórica de 2323cm.

En términos relativos, las desviaciones oscilan entre el 0,5% y el 1,8% respecto a su despliegue teórico. Aunque algunos valores absolutos pueden ser relativamente altos, las variaciones geométricas sufridas por la mampostería no superan en ningún caso el 2%. Si se tiene en cuenta que parte de estas desviaciones probablemente tuvieron lugar durante el proceso de replanteo, construcción y descimbrado, se puede considerar que la estructura apenas han experimentado alteraciones geométricas significativas largo de los siglos.

4.3.4. Conclusiones

La geometría de las construcciones de fábrica puede verse alterada por diferentes razones. Las deformaciones causadas por la ejecución de las bóvedas, o por el descimbrado difícilmente pueden diferenciarse, y además pueden realizarse ajustes del modelo durante el proceso de construcción.

La metodología utilizada permite la evaluación geométrica de las bóvedas y la identificación de desviaciones formales en relación a un modelo de referencia, en este caso, la sección gótica teórica. Algunas desviaciones suponen alteraciones significativas en la geometría, pero el estudio realizado permite afirmar que la catedral de Tortosa está en perfecto estado, y apenas ha sufrido alteraciones geométricas desde su construcción. Los nuevos datos obtenidos han permitido determinar con precisión la relación entre las alturas, así como cuantificar las diferencias formales entre bóvedas.

Las variaciones topográficas permiten la identificación de patrones geométricos que pueden estar relacionados con el proceso de ejecución, el cual puede deducirse parcialmente de las fuentes históricas y el estudio de la obra de fábrica. Así, fue posible observar una variación significativa en la disposición geométrica de bóvedas C8 y C9. Se revela así un cambio en los criterios de construcción durante la teórica maestría de Pasqual Xulbi, no mencionada en los Llibres d'Obra. Esto implica que podrían haber sido construidas bajo la maestría de su hijo Joan Xulbi, cuyo relevo no está registrado en las fuentes directas. Por lo tanto, los resultados de la metodología proporcionan nuevos datos compatibles con la información de las fuentes directas (Figura 4.14).

En términos constructivos, el cambio en las capillas C8 y C9 es importante, ya que ejerce una presión pasiva de modo que toda la bóveda de crucería actúa sobre el pilar del ambulatorio. Esto provocará un cambio en las condiciones de equilibrio debido a la asimetría de la forma de bóveda, en relación al resto.

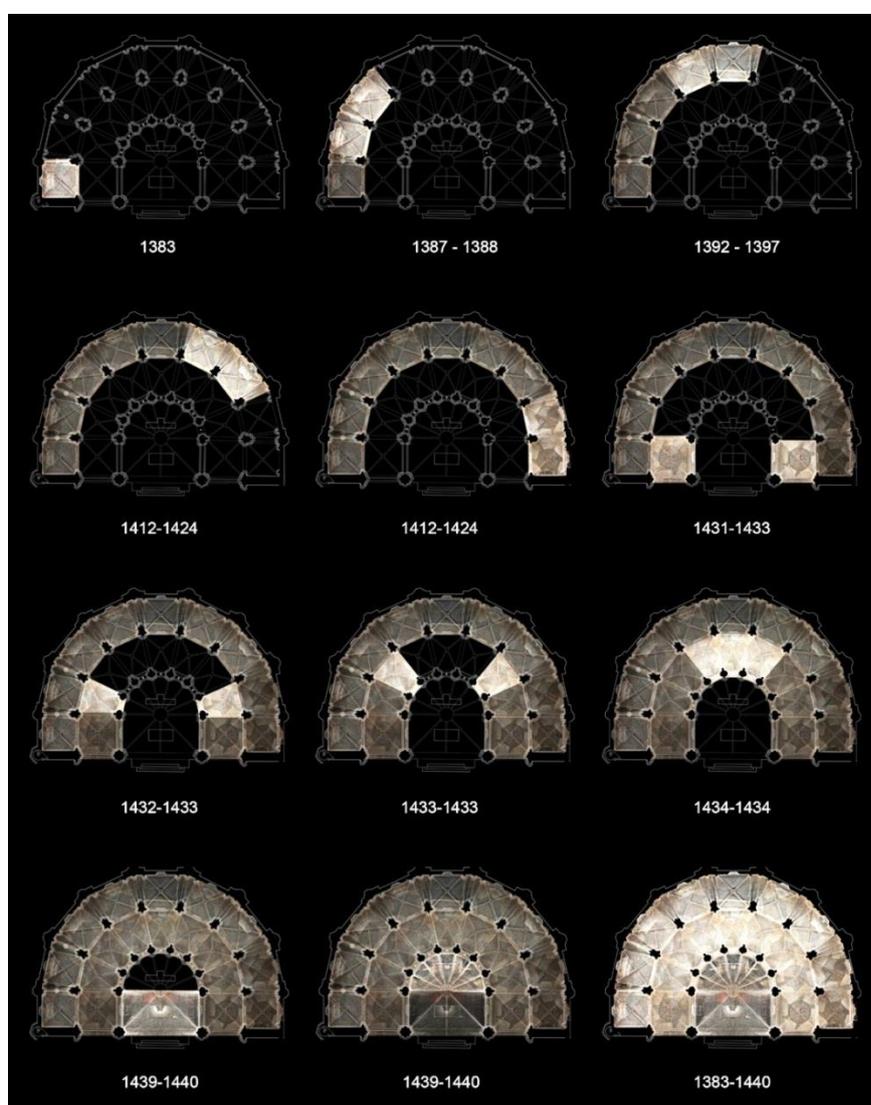


Figura 4.14. Cronología constructiva del ábside gótico (1383-1440), matizada con los resultados del análisis geométrico.

4.4. Definición de un modelo de catedral Románica

4.4.1. Resultados de la prospección geofísica: anomalías.

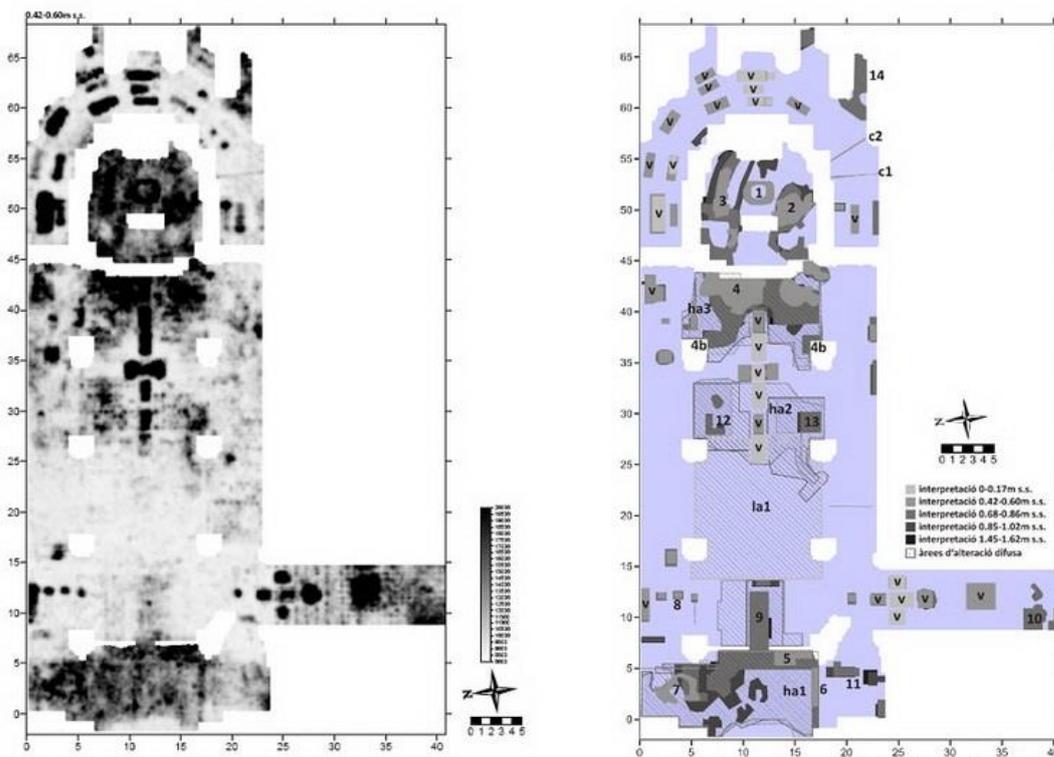


Figura 4.15. Anomalías estudios geofísicos, Catedral de Tortosa. Sala (2013)

Los resultados obtenidos mediante la prospección geofísica, han evidenciado la existencia de anomalías de diferentes tipologías (Figura 4.15). Se establece un registro con la nomenclatura utilizada y las características principales de su localización (Tabla 4.1). Aparte de los vasos funerarios (V), las principales anomalías se concentran en el presbiterio [1, 2, 3], las cuales son compatibles con la cabecera de la catedral románica. Otras, interpretables como pavimentos, se sitúan en el inicio de la nave central [ha2, ha3] y [4,4b, 12,13], y son compatibles con la ubicación de la nave de la catedral románica. Otras, como el relleno [ha1] y otros elementos constructivos [5, 6, 7, 11], estarían relacionadas con la fachada de la catedral antigua. Finalmente, la Capilla de la Santa Cinta no presenta prácticamente distorsiones a excepción de los vasos funerarios y el elemento [10]. A continuación se describe la interpretación constructiva de las anomalías en el contexto de la obra gótica.

Ref.	Inicio (m)	Profund. (m)	Ubicación	Interpretación
la1	0.00	0.17	Nave central	Pavimento
c1	0.42	0.60	Girola	Conducciones
c2	0.42	0.60	Girola	Conducciones
ha1	0.42	0.42	Nave central	Elementos de escombros
ha2	0.50	0.50	Nave central	Pavimento
ha3	0.50	0.50	Nave central	Pavimento
1	0.3	0.3	Presbiterio	Elemento constructivo colmatado
2	0.42	0.42	Presbiterio	Elemento constructivo o cavidad colmatada
3	0.42	0.42	Presbiterio	Elemento constructivo
4	0.42	0.42	Nave central	Elemento constructivo
4b	0.68	0.68	Nave central	Elemento constructivo
5	0.50	0.50	Nave central	Muro
6	0.42	0.42	Nave central	Muro
7	0.50	0.50	Nave central	Elemento constructivo
8	0.42	0.42	Nave central	Elementos metálicos
9	0.50	0.50	Nave central	Elemento constructivo
10	0.68	0.68	Capilla S. Cinta	Elemento constructivo
11	0.50	0.50	Nave central	Elemento constructivo
12	0.68	0.68	Nave central	Elemento constructivo
13	0.68	0.68	Nave central	Elemento constructivo
14	0.68	0.68	Girola	Elemento constructivo
15	0.20	0.20	Nave central	Elemento constructivo
16	2.50	2.50	Nave central	Elemento constructivo

Tabla 4.1. Listado de anomalías detectadas con el georeadar.

En el presbiterio se interpretan tres anomalías de carácter constructivo (Figura 4.16): la anomalía [1] situada en el centro del presbiterio, bajo la actual clave, y las anomalías [2, 3] situadas en el altar, cerca de los pilares de la boca del ábside. El elemento de forma circular [1], con una magnitud semejante a los pilares del presbiterio y situado en el centro del altar, lo podemos relacionar con el *pilar major*. En los libros de fábrica aparece la noticia de un *pilar major*, a partir del mes de mayo de 1428, en plena construcción del sector central del presbiterio¹⁴.

Así, se plantea la hipótesis de una construcción auxiliar que luego será desmontada. Tras el cierre de las capillas que rodeaban a la catedral románica, en mayo de 1428 se empieza construir el *pilar major*, a la vez que se inician las obras de derribo en la cabecera de la catedral románica, realizadas a partir del mes de agosto. El pilar se construye antes del cierre de las primeras bóvedas del deambulatorio, realizadas en julio de 1431, y se desmonta en marzo de 1440¹⁵, tras el descimbrado del presbiterio. La escasa cimentación identificada a partir del corte D del Georadar (2102-13), revela su carácter eventual.

Las anomalías [2, 3] son elementos constructivos concéntricos al muro de cerramiento del presbiterio gótico. La anomalía [3], de forma arqueada, irá ganando complejidad y dimensión con

¹⁴començam de desfer lo bastiment de la cerqua e començam lo bastiment del pilar major darrera l'altar, e forenhi III mestres de axa e hun fadri ... (ACTo, ll. o. 1427-1428, núm. 13, fol. 15r.)

¹⁵ (ACTo, ll. o. 1439-1441, fol. 62r.)

la profundidad hasta trazar una forma de arco. Esta puede ser interpretada como los muros del ábside central de la catedral románica. El hecho de que exista un tramo recto y otro curvo, puede responder a la estructura clásica de una estructura de bóveda de cañón, rematada con un cuarto de esfera, habitual en los ábsides lombardos.

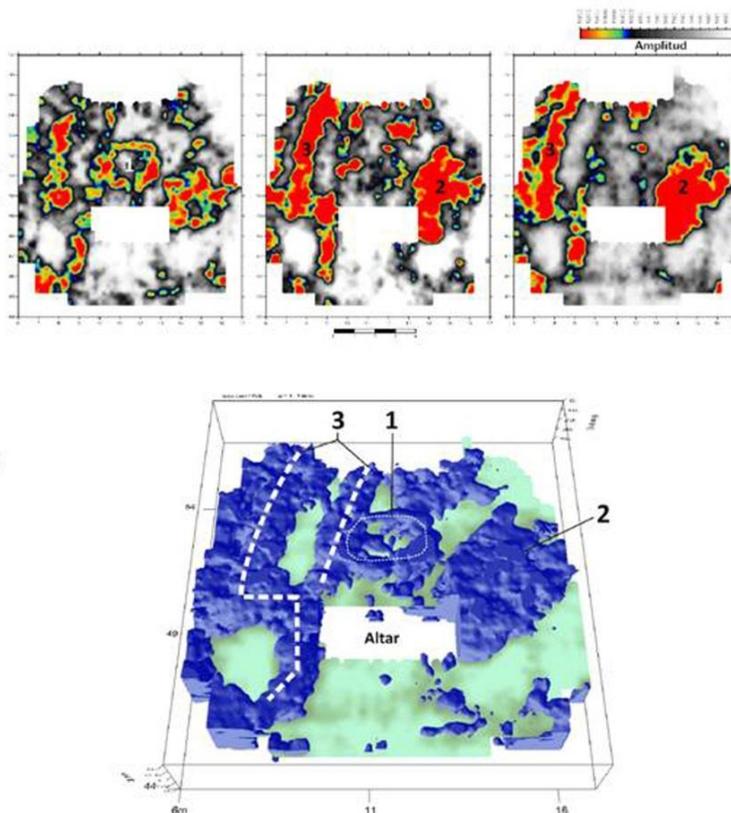


Figura 4.16. Anomalías [1,2,3] identificadas en la zona del presbiterio gótico.

La interpretación de las anomalías [4b, 12 i 13] determina que son elementos constructivos. Todos ellos tienen la característica de estar próximos a los pilares de la sección gótica. Están situados hacia el interior de la nave central, y más próximos al presbiterio que los pilares actuales. Interpretamos estos elementos como los pilares de la catedral románica. El nivel de los cimientos de los primeros pilares de la nave gótica es objeto de peritaje. Así, en 27 septiembre 1440, en el pilar de la epístola, se determina que han de tener hasta el arranque de la base del pilar, una medida de, *XXVII palms de cana* (627 cm), situándolo a *sis palms mes avant de la obra vella* (139 cm)¹⁶. El 13 de agosto 1442, se realiza la excavación de pilar del evangelio, dice entrar 20 palmas de profundidad y que en aquel momento *entrava VIII palms mes que lo pilar veyll*¹⁷. Por la documentación determinamos que los cimientos de los pilares de la catedral románica eran perfectamente visibles y situados en la zonas próximas al pilar, ya que los cimientos tenían una

¹⁶Almuni (2007, v2): 818-819; consellaven que sens perill de la obra podien carregar com fos fet lo dit pilar hagues de altava fins en la cara de la (terça) XXVII palms de cana, sis palms mes avant de la obra vella, en la fi del qual clot fonch hobrat caba, tepar e argila, de amplaria XVI palms e de largaria XX palms

¹⁷Almuni (2007 v2): 829; que lo clot del pilar {que havia fet per continuar la dita obra} entrava XX palms de cana de Tortosa, e encara que havia intrar VI palms mes. Item que {lo dit clot} entrava VIII palms mes que lo pilar veyll

dimensión en dirección a la nave, y sobre el eje del pilar, de 371 cm, y perpendicularmente, hacia la nave lateral de 465 cm.

Finalmente, la anomalía [5] se interpreta como un muro que abarca gran parte del cuerpo de la nave central. Se trataría del límite de la catedral de románica, cuya existencia prevalece hasta 1703, en cuyo mes de enero se empieza el derribo¹⁸.

4.4.2. *La base metroológica*

A partir de las anomalías identificadas con el georadar, es posible deducir tres consideraciones básicas sobre la composición de la construcción románica y su medida:

- a) Disposición de una cabecera en forma de ábside, concéntrica al presbiterio gótico con un ancho aproximado de 5 m en la boca del ábside, según las anomalías [2, 3].
- b) Existencia de una construcción anterior inscrita en la nave central, apoyada sobre pilares con ángulos rectilíneos en la base. La distancia entre estos elementos, según las imágenes es del orden de 7,00 m. Anomalías [4b, 4b] y [12, 13].
- c) Existencia de un gran muro tras los pilares del último tramo de la nave gótica, alineado con la actual capilla de la Santa Cinta, con orientación Norte a Sur. La medida interior entre las anomalías [2,5] y [5] es de unos 42,00 m.

Por otra parte, carecemos de información geofísica sobre el ancho de las naves colaterales de la construcción románica, así como de la morfología de las absidiolas. Con ello y en base a los datos obtenidos, se formulará una hipótesis según las referencias metrologías con que se construyó la catedral de Tortosa.

4.4.3. *Modelos historiográficos de referencia*

La cronología de la catedral románica consagrada en 1178, se enmarcaría dentro de un sistema constructivo definido como lombardo por Josep Puig i Cadafalch (1867-1956). La ejemplificación la realiza sobre el modelo de la catedral de la Seu d'Urgell (c. 1116-1122). El sistema constructivo inicial, consta de bóveda de cañón y arcos de resalto o fajones en la nave central, y de bóvedas de arista en las naves colaterales. Las pilastras de cruz latina soportaran en sus brazos los arcos torales y formeros. Sobre la planta de la cruz se alojan cuatro cuartos de círculo que generará la estructura de las bóvedas de arista en las colaterales y las arquivoltas de refuerzo de los fajones.

¹⁸O'Callaghan (1888): 184; Acta de 19 de enero de 1703. Attés que lo dilluns se ha de comensar a derrocar la obra vella, per a la prosecusió del estall, lo diumenge en la tarde después de completes de cante una salve a Nostra Senyora, colocada la reliquia de la Santa Cinta en lo altar major. Y lo dilluns se diga una misa matinal en la capella de Nostra Senyora, per a que Nostre Senyor sia servit per sa intercesió, guardar-nos del dit enderroch, y sempre, de tota desgracia. Se participe per lo Secretari als Señors Procuradors, per si voldrán asistir a dita Salve.

La sección transversal inicial consta de una nave central doblando las naves colaterales, y posteriormente será modificada con la colocación superior de una bóveda de cuarto de círculo¹⁹.

Otro modelo constructivo y tipológico similar pudiera ser un modelo anterior como el de Sant Vicent de Cardona (1040). La construcción está considerada como un modelo más primitivo con referencias no solo en Lombardía y Sur de Francia, sino también de Constantinopla²⁰. Se trata de un modelo constructivo con bóveda central de cañón, las naves laterales con tres bóvedas de arista sobre arcos fajones y con pilares en forma de cruz latina que recogen los resaltes de la arquería de las bóvedas²¹.

La imagen que determina Antoon van den Wyngaerde en las vista de la ciudad de Tortosa (1563) permite una visión lateral, desde el Norte donde coexisten la construcción románica y la gótica (Cod.min 41; fol. 7r, y fol 8 v) (Figura 4.17). La imagen es similar a la de la catedral de Gerona, de la Taula de la Pietat (ca.1543-1550) de Pere Mates (c.1490-1558) el Museu d'Art de Girona, procedente del monasterio de Sant Esteve de Banyoles²².



Figura 4.17. Detalle fachada Norte catedral de Tortosa (1563). Antoon van den Wyngaerde. (1525-1571). Osterreichische Nationalbibliothek, Viena, Picture Archive, Cod.min 41 (fol. 7 r).

¹⁹Puig, P. (1918). *Santa Maria de la Seu d'Urgell* (p. 57-71). Barcelona: Tallers d'Arts gràfiques Henrich i C^a.

²⁰Fernie, E.C. (2000). Saint-Vincent de Cardona et la dimension méditerranéenne du premier art roman. *Cahiers de civilisation médiévale. 43e année (n°171), Juillet-septembre 2000. Regards croisés sur l'An Mil*, 243-256

²¹Reed, P. (2000). Structural Rationalism and the Case of Sant Vicenç de Cardona. *Architectural History* 4, 24-41; Reed P. (2000-2001). Racionalismo estructural y el caso de San Vicente de Cardona. *Lombard. Estudis d'Art Medieval*, 13, 163-184.

²²Freixas, P. (2005-2006). La façana gòtica de la catedral de Girona. *Locvs Amoenvs*, 8, 123-132.

4.4.4. Simulació del model arquitectònic

Es important resaltar el engranaje necesario de los trabajos de demolición de la antigua catedral románica y de construcción de la gòtica. El proceso de la catedral de Tortosa ha de ser similar a lo establecido en las catedrales de Gerona y Barcelona, con la superposici3n de las catedrales actuales sobre los modelos románicos. Así se realiza el estudio tipol3gico con los modelos románicos de la Seo de Urgel (Figura 4.18.1) y San Vicente de Cardona (Figura 4.18.2), aún existentes, y las hipótesis de las catedrales románicas de Barcelona (Figura 4.18.3) y Gerona (Figura 4.18.4), superpuestas a las gòticas.

La definici3n tipol3gica de la catedral románica de Tortosa tomará como referencia principal el modelo constructivo de Santa Vicente de Cardona. Se determinan las dimensiones te3ricas de la seo románica mediante métodos de proporcionalidad geométrica, de acuerdo con las anomalías identificadas y las referencias tipol3gicas. En el modelo resultante se establece una longitud total de 28 canas (224 palmos, 52,04 m) y un ancho de 10 canas y 4 palmos (84 palmos, 19,51 m) (Figura 4.19).

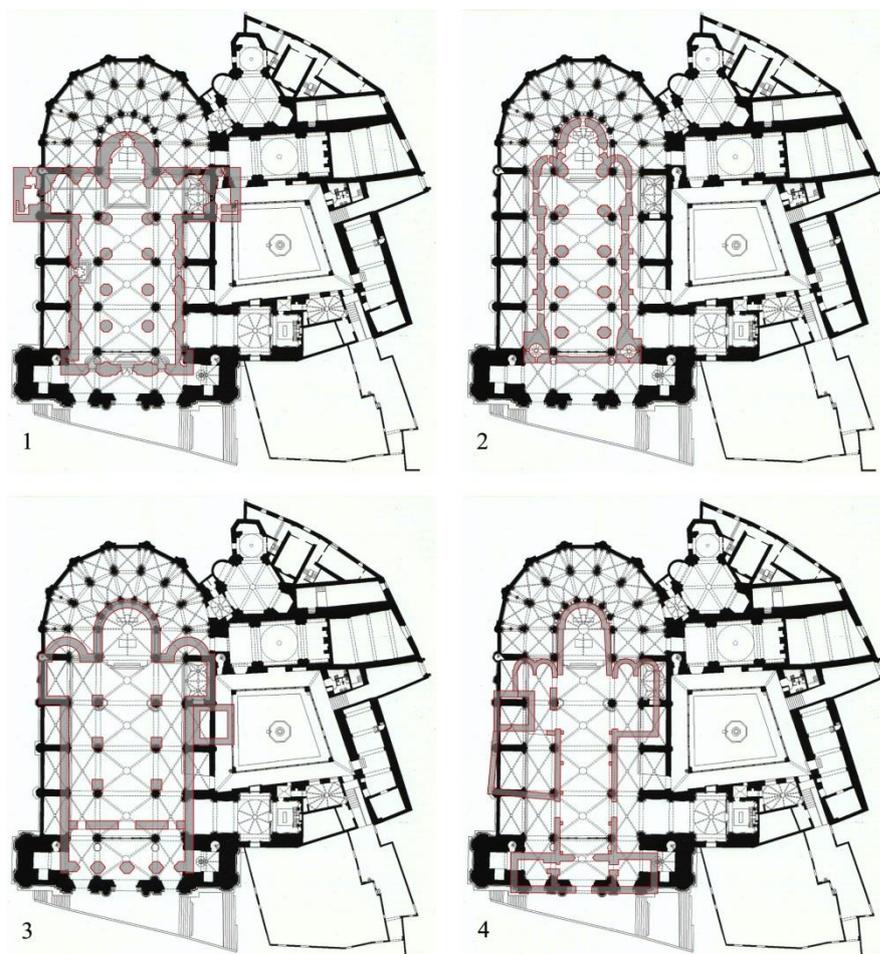


Figura 4.18. Superposici3n sobre la catedral gòtica de Tortosa de las catedrales románicas de la Seo de Urgel (1), San Vicente de Cardona (2) y las hipótesis de las catedrales románicas de Barcelona (3) y Gerona (4).

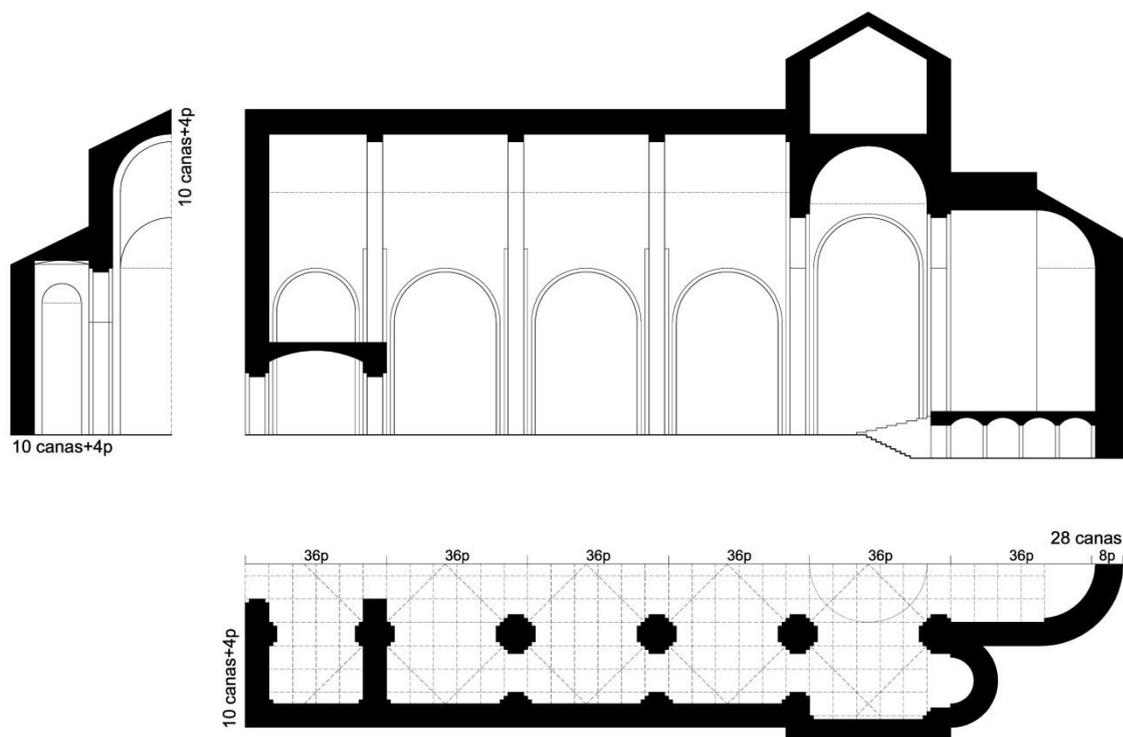


Figura 4.19. Base metrológica de la hipótesis seo románica. J. Lluís, A. Costa, A. Ferré (2013)

Así, el edificio se estructura con una nave central y dos colaterales de menor altura, un transepto con dos absidiolas y el ábside principal, coincidente con la actual ubicación del presbiterio gótico. Cuatro crujías dividen el espacio cubierto por una bóveda de cañón en la nave central, apoyada sobre arcos de medio punto sobre pilares en forma de cruz. El transepto estaría cubierto por una cúpula esférica sobre la que se construiría el cimborrio. El ábside y las absidiolas estarían cubiertos por semicúpulas esféricas. Cabe suponer que en la crujía de acceso estaría ubicado el atrio del coro. Se ha identificado también lo que podría ser la estructura de las escaleras que daban acceso a la cripta, de la cual no tenemos ninguna otra evidencia (Figura 4.20).

Las anomalías [2, 3] y [5] determinan la longitud interior de la catedral románica, a la que hemos asignado 21 canas. El ancho de la nave central se establece a partir de las anomalías [4b, 4b] y [12, 13], separadas por una distancia definida en 30 palmos (696,9 cm). Así la nave central dispondría de una bóveda de cañón de 30 palmos, mientras que las colaterales tendrían un ancho de 16 palmos (2 canas, 371,68 cm), más el ancho de los elementos de soporte (6 palmos, 139,38 cm). La medida será coincidente con los bordes internos de los vasos funerarios de las naves colaterales.

El modulo estructural de las anomalías [4b, 4b] y [12, 13], es de 36 palmos: 30 corresponderían al cañón y 6 al arco de resalto. Estas proporciones serán similares a los modelos de la Seo de Urgel y Cardona, y por ello establecemos un pilar cruciforme de 10 palmos, con unos muros de cerramiento de 6 palmos.

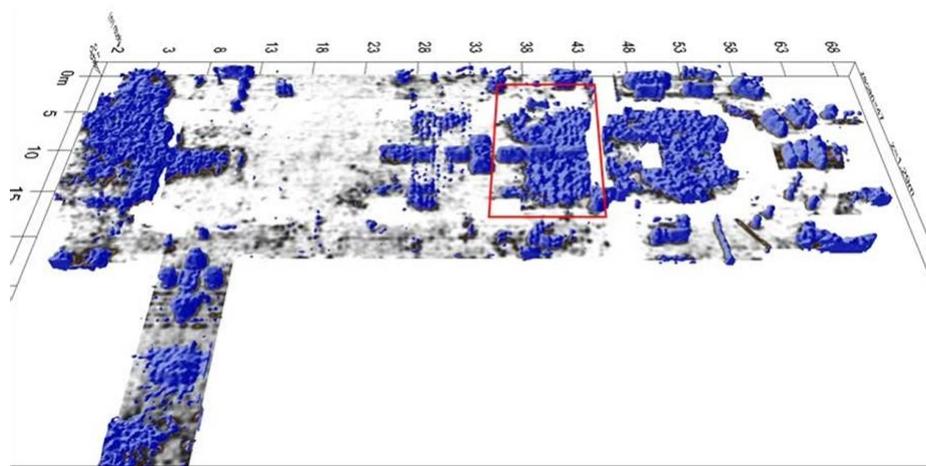


Figura 4.20. Imagen en relieve de las anomalías identificadas. Localización de las posibles escaleras de la cripta.

El ábside principal según [2,3] tendrá una longitud de 44 palmos, y un crucero de 36 siguiendo la modulación de la estructura. Con ello, disponemos de una nave principal de 144 palmos, un crucero de 36 palmos y un ábside de 44 palmos ($44+36+44= 224$ palmos, 28 canas). De las absidiolas no disponemos de datos específicos así que se les ha asignado un modelo similar a las hipótesis de Barcelona y Cardona, determinando un transepto con 92 palmos.

La hipótesis de la sección se establece, al igual que la planta, según el modelo de la iglesia de Cardona. La clave de los arcos de medio punto, situados entre la nave central y las colaterales, se sitúa a 42 palmos (9,75 m) de altura. El cénit de la bóveda de cañón central se sitúa a 84 palmos de altura (10 canas y 4 palmos, 19,51 m), mientras el remate de las colaterales, con bóvedas muy rebajadas, estaría a una altura aproximada de 45 palmos (10,45 m).

4.4.5. Conclusión

Los resultados del estudio del subsuelo aportan los primeros datos de carácter físico de la antigua construcción románica de Tortosa. Se descarta así la tesis de Matamoros (1932), basada en la historiografía clásica del siglo XIX, y se precisa la ubicación con orientación Este-Oeste, según la hipótesis establecida por Almuni (2004), anunciada previamente por Querol (1992).

Una vez determinada la ubicación de la antigua seo, es posible deducir el proceso constructivo, deconstructivo. Se establece un dialogo entre lo nuevo, gótico, y lo viejo, románico. La nueva edificación es concéntrica a la anterior (Figura 4.21), donde las anomalías situadas en el presbiterio [2, 3], están inscritas en los pilares del deambulatorio. Por otra parte, los pilares góticos en los dos primeros tramos de la nave central, tienen una ubicación próxima a las anomalías [4b, 12 y 13], identificadas como pilares de la seo románica, quedando está inscrita en el nuevo templo.

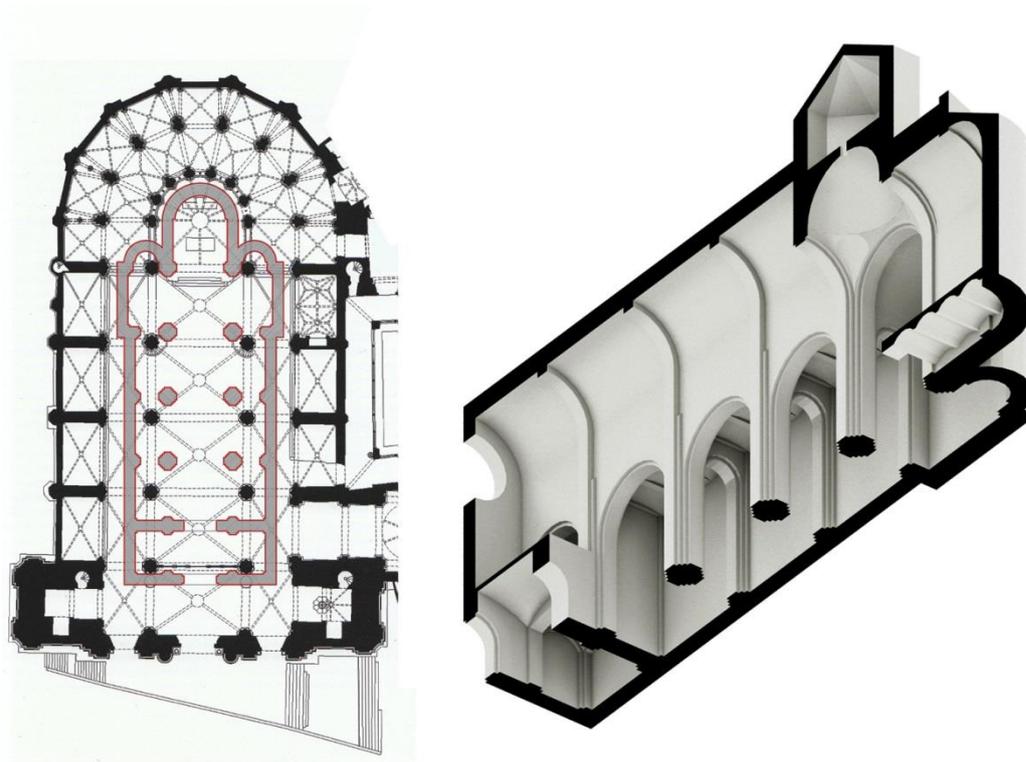


Figura 4.21. Hipótesis seo románica, implantación y axonometría.

Este proceso permite, desde el punto de vista litúrgico, no alterar los oficios que se celebran en la Seo. Además, el proceso de derribo del edificio románico se solapa con los nuevos tramos construidos, y no se produce hasta que no es estrictamente necesario, debido a su utilidad como elemento auxiliar de construcción. Así, la colocación estratégica de los nuevos elementos constructivos será compatible con la ubicación de los que se están desmontando.

5. DEFINICIÓN CONSTRUCTIVA

5.1. Definición de los elementos que intervienen en la estructura

5.1.1. *Definición constructiva e hipótesis*

La existencia de partes no accesibles supone la formulación de hipótesis que completen la geometría de los elementos constructivos. Para ello se han utilizado dos estrategias:

- Búsqueda de referencias bibliográficas: diversos tratados históricos han abordado la cuestión de cómo se construía la arquitectura gótica. Otros trabajos más recientes exponen además las evidencias constructivas encontradas en trabajos de restauración o reconstrucción.
- Realización de un modelo 3D: ha permitido resolver geoméricamente el trasdós de las bóvedas, pudiendo descartar así algunas hipótesis que de otra forma (trabajando solo en 2D) no habría sido posible.

Así, la definición de los elementos constructivos plantea las siguientes incógnitas:

- El grosor de la plementería.
- La altura de macizado de los senos.
- El grosor del trespol
- El grosor de los muros en el trasdós de la bóveda.

Será imprescindible la formulación de hipótesis para definir éstas incógnitas. La unidad métrica utilizada en el ábside y la nave de la catedral es el palmo de Tortosa (23.23cm), cuya cana mide 8 palmos (185,87cm)¹. Por tanto, generalmente las dimensiones deberán ajustarse a ésta modulación, diferente del sistema decimal.

Grosor de la plementería

El trasdós de la bóveda no es accesible y tampoco existe ninguna referencia en los *Llibres d'Obra*. Tampoco se ha realizado nunca una cata ni se ha producido un derrumbe². Por tanto, según la base métrica identificada en la fábrica, se trabajará con la hipótesis de $e=23,23$ cm (1 palmo de Tortosa).

¹Lluís i Ginovart, J. (2002). Geometría y diseño medieval en la catedral de Tortosa: la catedral no construida: tesis doctoral. Universitat Internacional de Catalunya (UIC), (pp. 275-292).

²El único derrumbe documentado se produjo durante la Guerra Civil Española y afectó a una de las bóvedas de la nave central. No existe un registro del grosor de la piedra.

Macizado de los senos

Diversos autores sitúan su altura entre $1/3$ y $1/2$ de la flecha del arco. El estudio geométrico de la sección, apoyado por el modelado en 3d, ha permitido determinar que la altura del macizo en las bóvedas de la Seo de Tortosa debe situarse entre $1/2$ y $2/3$ de la flecha del arco, ya que una altura inferior es materialmente imposible. De todas formas, la relación no podrá ser exacta, ya que cada arco tiene un desarrollo geométrico distinto. En cambio, la altura de los senos debería ser igual en cada una de las cuatro esquinas, de acuerdo posiblemente con la disposición de las hiladas de piedra. Así, a efectos de cálculo se definirá una altura única de macizo en cada bóveda, según a los parámetros expuestos.

Grosor del trespól

Las catas realizadas durante las obras de la nueva cubierta (1995) permitieron identificar las diferentes capas dispuestas sobre el relleno de *gerres*. De entre éstas, sólo se conservó la capa de trespól, ya que el resto pertenecían a intervenciones posteriores, destinadas a solucionar los problemas de impermeabilización que durante mucho tiempo afectaron a la cubierta. Así, según la cata el grosor de trespól se establece en $e=40\text{cm}$. En este caso se utiliza el sistema decimal como unidad de medida, ya que su construcción se realiza por capas sucesivas, y difícilmente se podía establecer un grosor con una métrica determinada.

Grosor de los muros en el trasdós de las bóvedas

En este caso la información aportada por el levantamiento láser está limitada a la captura de puntos interiores. Se completará la medida del grosor con medidas directas tomadas en la parte exterior de las ventanas accesibles desde la cubierta plana. Se comprueban así diversas vidrieras del presbiterio y del deambulatorio, con unas medidas que oscilan entre los 68 y 70 cm. Esta medida es coincidente con la indicada por Lluís (2002) para el muro de cierre de las capillas de 3 palmos ($3 \times 23.23 = 69.69$ cm). El pliegue de refuerzo del muro añadirá 3 palmos más a su grosor, llegando así a los 139.38 cm.

Éste grosor de muro no coincidirá con el grosor de los arcos que los soportan, siendo de 53 cm el arco que separa las capillas del deambulatorio, y de 100 cm el siguiente entre el deambulatorio y el presbiterio (medidas tomadas del escáner láser y coincidentes con el Plan Director). Por otra parte, el espesor de los muros en el remate de cubierta tampoco es el mismo con una medida de 45 cm. Por tanto, se considerará que el grosor del muro varía en la parte no accesible.

5.1.2. Consideraciones complementarias

Fases constructivas y juntas de fábrica

Otro tema importante en la concreción de los modelos serán las juntas de fábrica, entendidas en este caso como los puntos donde se suceden las distintas fases constructivas, sin que por ello

quede constancia en el paramento o en los libros de obra. En concreto, será necesario determinar la sucesión de alturas de los muros. La formulación de hipótesis tomará como referencia:

- La cota teórica del trespól de la cubierta
- La línea de cornisa exterior
- La parte maciza del arranque de bóvedas y arcos.

Una vez establecidos los criterios para definir la geometría de las partes no accesibles, los modelos se completan con los datos geométricos que definen el arranque y trazado de los distintos arcos y nervios.

Cabe mencionar que en el arco central situado entre las dos primeras capillas (así como entre la 2ª y la 3ª) encontramos elementos decorativos de fábrica que en las siguientes capillas desaparecen. Las molduras indican que estaba previsto construirlos más adelante pero no llegaron a ejecutarse. A efectos de cálculo no se tendrán en cuenta, ya que no es posible precisar el momento de su construcción y las evidencias encontradas indican que se debieron construir una vez las bóvedas estaban cerradas.

Consideraciones sobre el arranque de arcos y bóvedas

No hay un criterio único sobre cómo considerarse el arranque de una bóveda o arco. En algunos tratados el arranque aparece con una inclinación de 30°³ sobre la horizontal, normalmente en el lugar donde desaparece el relleno macizo del trasdós. También es habitual considerar gráficamente el empuje sobre el plano vertical o, según el caso, considerar el arranque plano (horizontal sobre el soporte) en caso de no existir relleno.

En el presente estudio, se analizan los arcos de forma pormenorizada para después combinar las resultantes. El arranque se dispone a unos 30°, ajustándolo según la altura establecida para el relleno macizo. Dicha altura se fija según la intersección del trasdós de la plementería con la proyección de su arranque, medida que será prácticamente coincidente con 2/3 de la flecha total del arco. La parte de arco que queda por debajo de esta cota queda asimilada en el cálculo del peso del pilar. Otra estrategia sería prolongar la vertical del muro o pilar y considerar el arranque vertical, pero de esta forma en algunos casos se deja de contar una parte significativa de la plementería, y en consecuencia del relleno y el trespól. En resumen, el arranque de los arcos estará en función altura de macizo: se considera el arranque de los arcos a partir del momento en que su sección se independiza del soporte.

³Bassegoda i Musté, B. (1944). Racionalismo a ultranza en la arquitectura ojival. En *Separata Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona. Tercera época, núm. 564, vol. XXVII, núm. 4*. Barcelona: Sobs. De López Robert y C^a, Impresores, p. 8.

5.1.3. Características físicas de los materiales

En cuanto a las propiedades físicas de los materiales, el análisis límite nos permite obviar la mayoría de parámetros habituales, considerando solo la densidad de los elementos y su geometría. En una tipología constructiva como la de una catedral, prácticamente la totalidad de los elementos constructivos son estructurales. Así, según la sección constructiva definida, los materiales principales son: piedra arenisca, el relleno aligerado del trasdós de las bóvedas y el trespól de cubierta.

No se dispone de datos experimentales sobre el peso específico de los materiales, por tanto se han establecido los siguientes valores según diversas fuentes de referencia:

- Piedra: el CTE, DB SE-AE, Anejo C-Tabla C.1 establece un valor para sillería de arenisca o caliza porosas de 24 kN/m^3 .
- Trespól: se trata de un mortero antiguo de mortero de cal. Se tomará como valor de referencia el que establece la norma MV.101.1962 para hormigón en masa: 22 kN/m^3 .
- Relleno: la mayor parte del volumen está ocupado por aire a causa de los recipientes cerámicos. Se toma como referencia el valor utilizado en Santa María del Mar⁴ de: 2 kN/m^3 .

El peso específico del acabado de cubierta no se tendrá en cuenta. Según la secuencia constructiva establecida, el acabado original consistía en un *enrajolat* con piezas cerámicas, cuyo peso no tendrá repercusión en el equilibrio global ni en el estado de cargas. Así mismo, tampoco se tendrán en cuenta sobrecargas accidentales ni de nieve. Las primeras, al igual que el acabado cerámico, apenas tienen impacto sobre el estado de cargas global, y en caso de prever un peso importante (como podría ser el de un andamio o la disposición de un elemento pesado) se considerará de forma específica en el cálculo. En cuanto a la nieve, el clima típico de la zona hace muy improbable una precipitación de nieve que pudiera generar un grosor significativo. Cabe recordar que el cálculo planteado no tiene por objetivo encontrar un estado de cargas real de la estructura, ni tampoco dimensionarla con unas garantías de seguridad determinadas.

⁴Murcia, J. (2008). *Seismic analysis of Santa Maria del Mar church in Barcelona*. Master's Thesis. Advanced Master in structural analysis of monuments and historical constructions. UPC

5.2. Proceso de construcción/deconstrucción: comprobación volumétrica

Tal y como se ha expuesto, la construcción de la Catedral Gótica de Tortosa plantea la problemática de levantar el nuevo templo mientras la Seo Románica sigue en funcionamiento. Esto implica diversos retos ya desde el replanteo de la planta en la obra, puesto que obliga a trazar el heptágono sin conocer su centro. La organización de la obra estará marcada por el encaje entre las dos construcciones, y la planificación de las fases de derrumbe será fundamental.

La existencia de la Seo Románica plantea por otra parte una ventaja: se dispone de una estructura sólida y estable que alcanza una cierta altura y que, por tanto, puede utilizarse como apoyo para la construcción de andamiajes y de más elementos auxiliares. Este hecho aparece registrado en los Llibres d'Obra⁵, refiriéndose al periodo (1420-1435) en que se construye el anillo del deambulatorio.

En este apartado se procede a verificar el encaje espacial entre ambas construcciones a lo largo de las diversas fases constructivas de la catedral Gótica. Para ello, se combinará la cronología constructiva establecida con los modelos tridimensionales de ambas construcciones. No se incluirán aquí hipótesis sobre los derrumbes efectuados en el sector de la canónica para dar cabida a las últimas capillas del ábside, ya que no es objeto del presente trabajo y requeriría un estudio en profundidad al no disponer de información suficiente.

5.2.1. El ábside (1347-1441)

La catedral empieza a construirse por la capilla de San Pedro, situada en el lado del Evangelio. Los trabajos iniciales (1347-1383) supondrán la construcción de los primeros tramos del muro perimetral de cierre. Las capillas se irán completando de forma consecutiva y secuencial, desde el lado del Evangelio al de la Epístola (1383-1424).

Según el modelo planteado para la seo románica, el anillo de capillas radiales no es físicamente coincidente con la estructura existente, por lo que es posible realizar su construcción sin interferencias. La proximidad entre ambas fábricas plantea la posibilidad de que se dispusieran puntales u otros elementos auxiliares sobre la estructura de la románica durante la construcción, especialmente de las bóvedas (Figura 5.1a).

⁵En aquest moment l'estat avançat de les obres del cap devia afectar bastant l'edifici romànic; sobretot el sector de la capçalera que actuava com a suport de les bastides de l'obra de la girola. Almuní, V. (2007). *La Catedral de Tortosa als segles del gòtic*. Barcelona: Fundació Noguera. (p. 153).

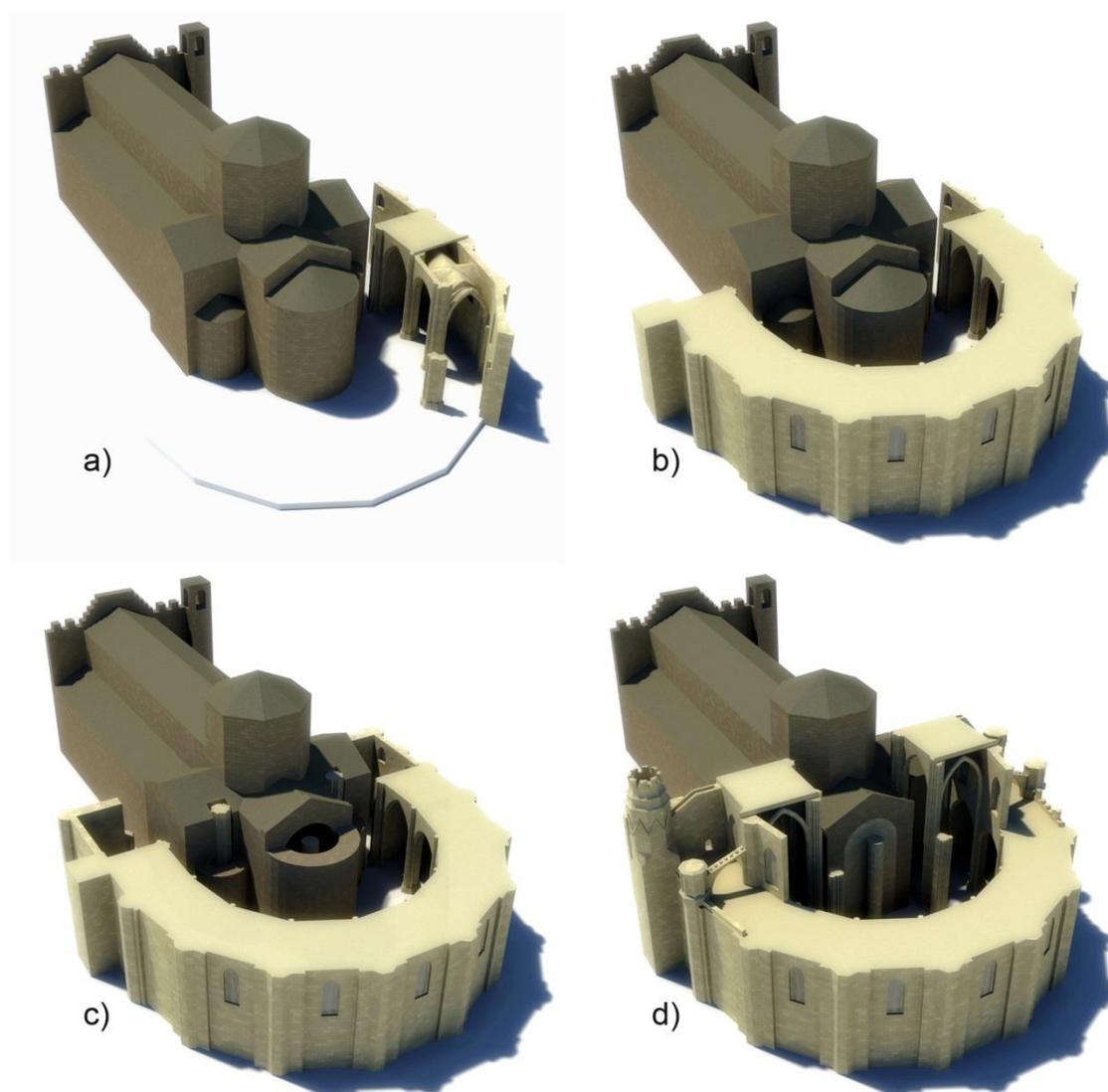


Figura 5.1. Fases constructivas del nuevo ábside gótico, encaje volumétrico: a) y b) construcción de las capillas radiales (1347-1424); c) fases iniciales de derribo y construcción del *pilar major*; d) construcción de las dos primeras bóvedas del deambulatorio.

Una vez completado el anillo de capillas radiales, se procede a la construcción del deambulatorio (1424-1434). Es en este momento cuando se produce el cambio en la proporción modular de la sección de $(9/5)$ a $(9/6)$, que ya se mantendrá hasta el final de la obra. El anillo de pilares situados entre el deambulatorio y el presbiterio rodearía el ábside románico sin afectarlo. Las obras debieron empezar en el mismo periodo que el cierre de las capillas, ya que en 1426 ya se han completado los primeros tramos del muro de cierre del primer nivel. En este mismo año también empezarán a levantarse los pináculos y arbotantes del primer nivel, cuya construcción se realizará de forma paralela a la de las bóvedas.

Por otra parte, en 1427 ya se empiezan a situar los arcos que separarán el deambulatorio del presbiterio. Éstos apoyarán sobre los pilares situados en la boca del ábside, los cuales son coincidentes con el muro de cierre superior de las absidiolas de la seo románica, de acuerdo con

el modelo planteado. Esto implicaría el primer proceso de derribo de la fábrica románica, ya que para construir las primeras bóvedas del deambulatorio, de planta cuadrada, es imprescindible la construcción de éstos pilares. Éstos afectarían al arco que abre las absidiolas, al muro superior y al sistema de cierre del techo.

Se han testado hipótesis alternativas al modelo propuesto con el objetivo de evitar la coincidencia, pero no se ha podido definir otra configuración coherente con la métrica establecida y con los resultados de la prospección del subsuelo. Por tanto, la construcción del deambulatorio plantea las siguientes posibilidades:

- Hipótesis 1: el modelo de la Seo románica responde a una estructura ideal, basada en un referente real. Cabe la posibilidad de que la configuración arquitectónica estuviera distorsionada (por ejemplo, por elementos preexistentes) y que el muro de cierre del transepto y las absidiolas no coincidieran con la ubicación del pilar.
- Hipótesis 2: la construcción del pilar obligaría al derrumbe parcial del muro superior, pudiendo quedar encajado en la absidiola. No existen referencias directas al respecto, pero la existencia documentada de derrumbes en ése periodo y los vacíos en la documentación dejan abierta la posibilidad.

Ambas opciones son posibles y en todo caso la disposición del sistema de andamiajes debió aprovechar la situación próxima de la construcción románica para el levantamiento de los pilares. En coherencia con el modelo establecido, se comprueba volumétricamente la Hipótesis 2 (Figura 5.1c). Así, los nuevos pilares se situarían en el centro de las absidiolas, rodeados por los muros de cierre cuyo derrumbe podría realizarse más adelante. Una vez levantados los pilares de la boca del ábside, la construcción de las bóvedas del deambulatorio sucede a una cota superior, por lo que no existen interferencias entre ambos edificios.

El derribo del ábside románico vendrá marcado por la eliminación de su bóveda (mayo de 1428), y en agosto del mismo año empezará la construcción del *pilar major*, junto con el derribo del resto del ábside. Éste hecho supondrá también el inicio de la construcción de las bóvedas del deambulatorio, ya que el *pilar* deberá ser la estructura principal que permita contrarrestar los empujes de las bóvedas mientras la estructura del ábside no esté completa (Figura 5.1d). La construcción de las bóvedas del deambulatorio (1431-1434) se realiza rápidamente, cerrando el espacio de forma simétrica desde la boca del ábside (Figura 5.2). Mientras, se situará un cerramiento provisional en la zona del altar que permita mantener el culto en la seo original.

La eliminación del ábside y absidiolas románicos supone la primera fase de la deconstrucción de la seo románica. El resto del ábside gótico podrá completarse sin afectar al templo original, ya que éste, al tener una altura inferior, queda contenido en el nuevo volumen. Diversas referencias de éste periodo mencionan la construcción de cierres de madera para resolver la transición entre ambos templos. Así, una vez completo el anillo del deambulatorio empezará la construcción del presbiterio (1434-1441).

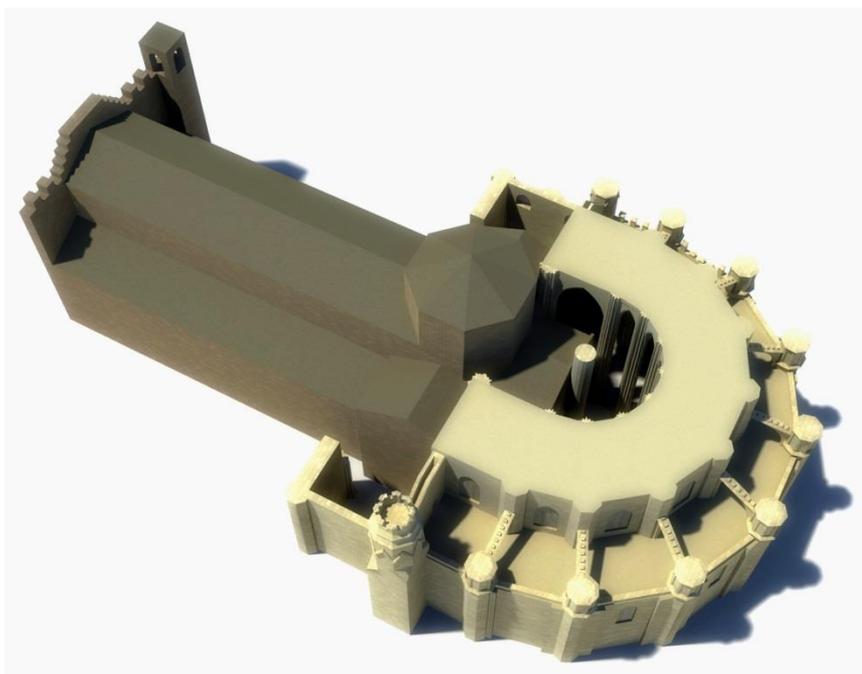


Figura 5.2. Cierre del deambulatorio (1434).

El inicio del cierre de las bóvedas del presbiterio vendrá marcado por la colocación de la *clau major* el domingo 27 de septiembre de 1439, la cual estaría apoyada sobre el *pilar major*. Éste tendrá aquí una doble función como elemento de soporte y también replanteo para fijar con precisión la ubicación de la gran clave. A demás, también soportará las cimbras y andamiajes necesarios para la construcción de las bóvedas (Figura 5.3), mientras sigue garantizando la estabilidad de todo el conjunto (Figura 5.4). Así, el espacio abovedado se cerrará en sentido Oeste-Este, completando la estructura del ábside gótico que será consagrado en abril de 1441.

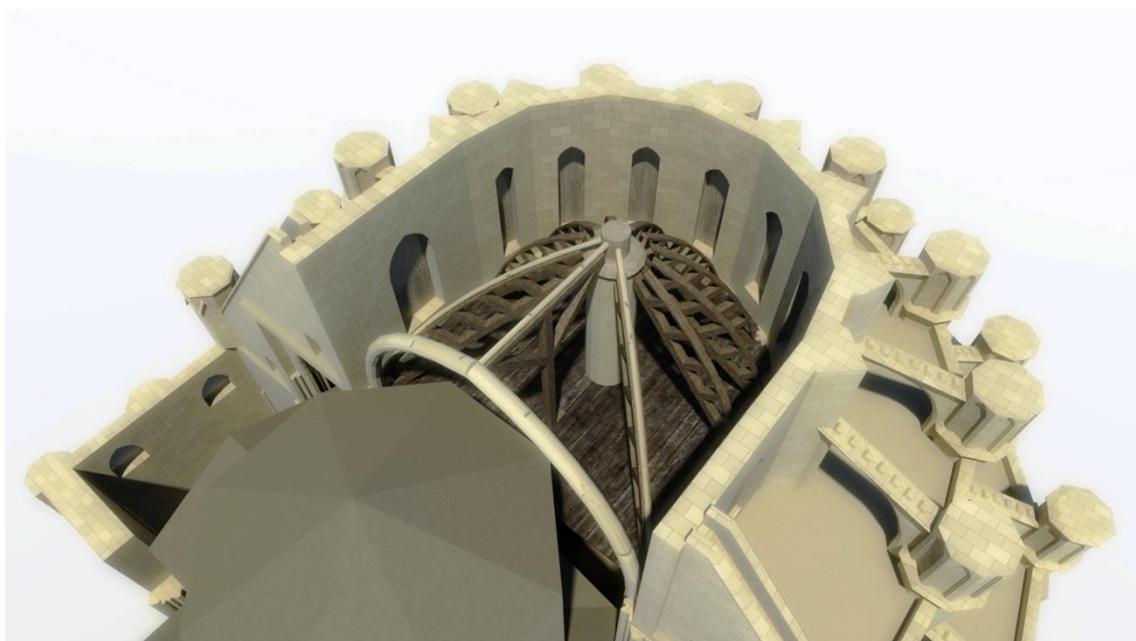


Figura 5.3. Andamio y cimbras de las bóvedas del presbiterio, apoyadas sobre el *pilar major*.

El modelo propuesto prevé la existencia de un cimborrio en el transepto románico que tendría una posición muy cercana al arco formero que separará el cuerpo de la nave del ábside. A pesar de ello, no serían coincidentes, por lo que la coexistencia entre ambas estructuras se compatible.

En este periodo también se inició la construcción del primer pilar de la nave, situado en el lado de la Epístola. Según el modelo propuesto, éste no coincide con ningún elemento portante de la románica, por lo que su construcción implica una afectación mínima y a cota de suelo. La excavación del cimiento debió dejar a la vista el cimiento de la Románica, tal y como se deduce de las fuentes directas.

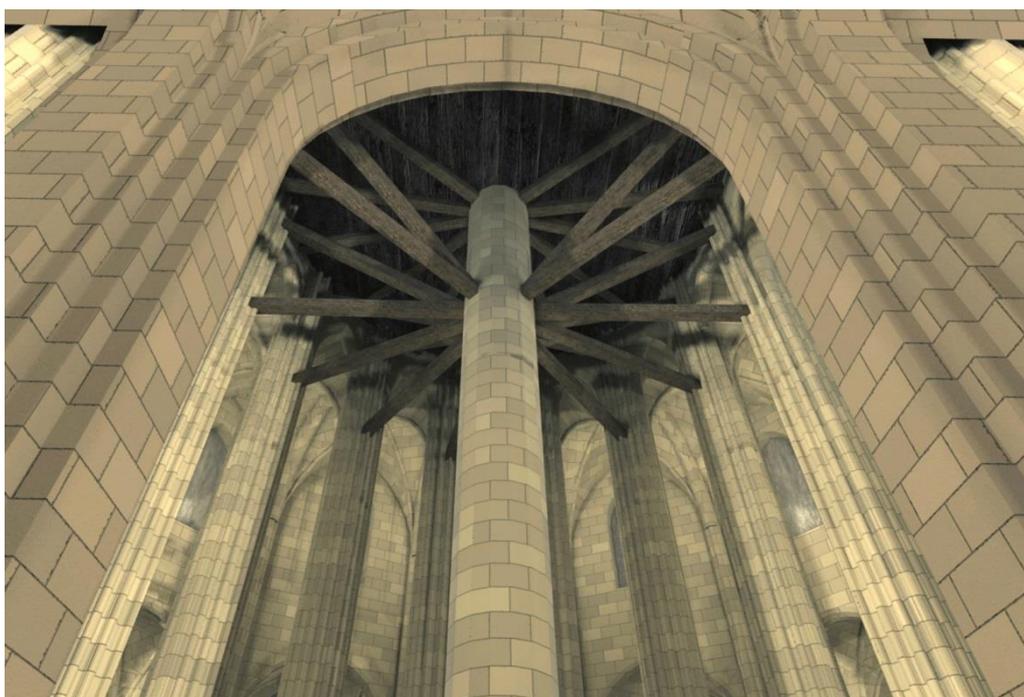


Figura 5.4. Vista inferior de los apoyos sobre el *pilar major*.

5.2.2. *La nave (1441-1757)*

Una vez completo el ábside gótico, se continúa con la construcción de la primera nave (1441-1495). No se dispone de datos históricos precisos sobre la simultaneidad de los trabajos de construcción-deconstrucción, pero la secuencia constructiva permite envolver la seo románica, manteniendo su uso. Los muros perimetrales no afectan a la estructura de la Seo, así como tampoco los muros de separación entre capillas. Los trabajos de cimentación y de levantamiento de los muros ya habían empezado durante la construcción del ábside. La nave se irá completando de forma secuencial, y los tramos se irán cerrando desde las capillas hacia la nave central (Figura 5.5).

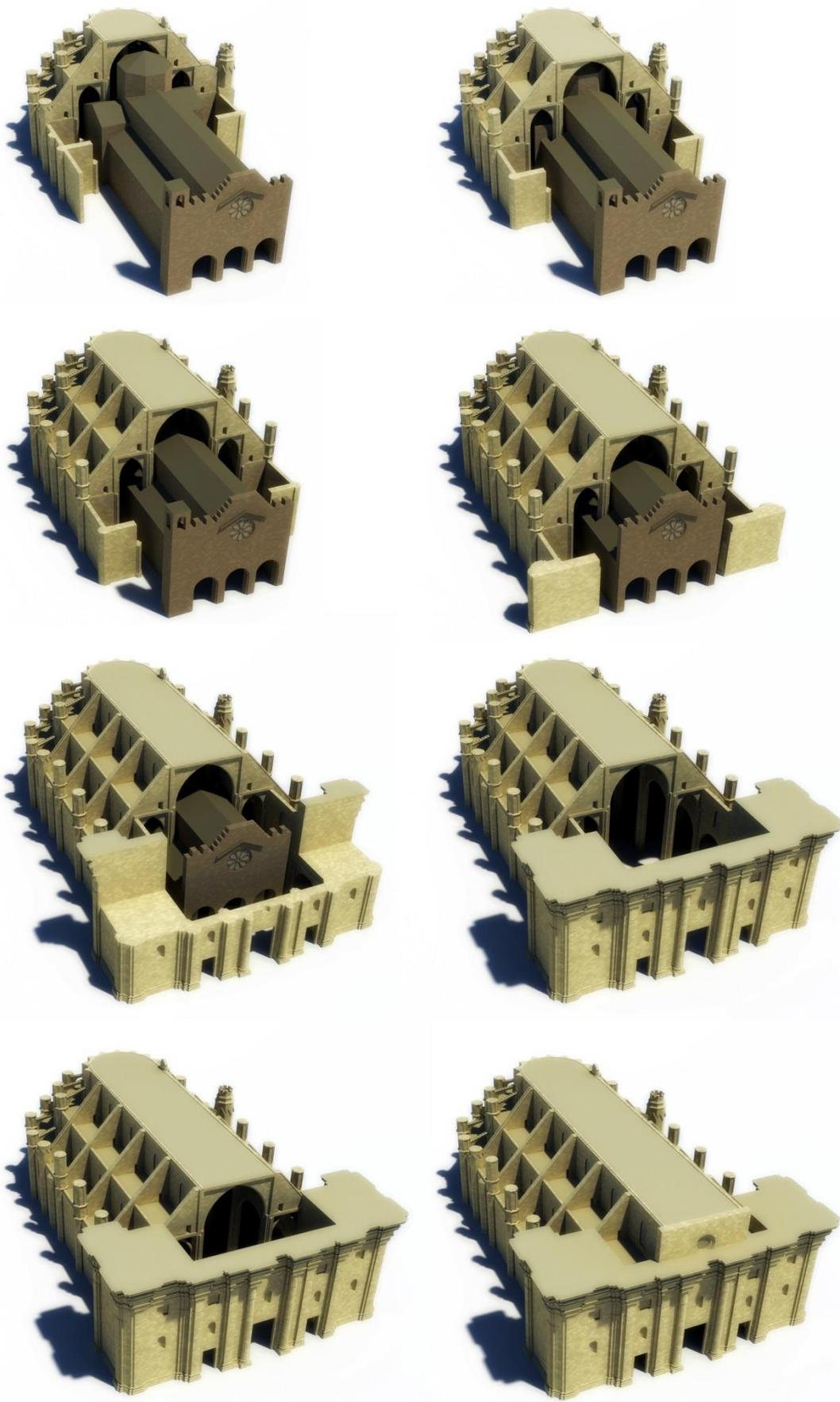


Figura 5.5. Fases constructivas de la nave gòtica (1441- 1757)

Así, apenas habrá afectación del edificio románico hasta la construcción de los pilares de la nave central, y éstos podrán levantarse con un mínimo derrumbe. En 1440 aparece la noticia de la visura de la excavación del cimiento del pilar en el lado de la epístola, con unas medidas de 21x16 palmos (487,83x371,68 cm). Al no coincidir con ningún eje estructural, el pilar podrá levantarse con una perforación de la cubierta de la nave lateral románica. Una vez superada la cota de la construcción original, se podrá cerrar la bóveda de la nave lateral sin derruir la estructura románica. Las capillas laterales del primer tramo de nave estarán completas en 1454.

La comprobación volumétrica permite deducir que, si bien las naves laterales de la románica podían mantenerse parcialmente durante la construcción de las bóvedas superiores, éste no sería el caso de un hipotético cimborrio. La construcción de la bóveda central implica en este caso dos posibilidades:

- Que el cimborrio alcanzara una cota inferior a la del modelo, lo cual significaría una alteración significativa de la tipología constructiva.
- Que el cimborrio se desmontara antes del cierre de la bóveda central.

En 1494 hay noticias del derribo de arcuaciones de la seo románica, y en 1495 la nave está completa y se está trabajando en el pavimento. En 1496 se hace referencia a restos de la románica existentes delante del altar mayor. Estas noticias serían coherentes con el modelo propuesto, validando la segunda hipótesis, ya que el derrumbe se produciría un año antes del cierre de la bóveda, y al año siguiente se estaría trabajando en retirar los restos de la base del cimborrio delante del altar. Así, la deconstrucción de la románica en este tramo se producirá en dos fases: en primer lugar, derrumbe del cimborrio, antes del cierre de la nave gótica y a continuación derrumbe de los niveles inferiores una vez cerrado completamente el primer tramo gótico.

Esto implicaría la disposición de algún sistema de protección frente a la lluvia, ya que transcurriría algún tiempo desde que se abriría la cúpula del cimborrio y se volvería a cerrar el espacio con la nueva bóveda gótica. Por otra parte, la estructura gótica podría construirse en su totalidad, exceptuando la bóveda, reduciendo al mínimo el periodo de transición, de forma que el resto de espacios interiores ya dispondrían de cubierta.

El proceso de construcción-deconstrucción de los dos tramos siguientes (1495-1575) será similar, con la excepción de que, al no existir cimborrio, la cubierta de la seo románica podrá desmontarse una vez estén acabadas las bóvedas góticas. Así se garantiza, por una parte, la protección del interior frente a la lluvia y la intemperie. Por otra, una superficie de trabajo a una altura próxima a la de la nueva construcción, con la consiguiente optimización de recursos en la construcción de medios auxiliares.

Las capillas laterales pueden construirse sin afectar al edificio románico. Las interferencias en este caso se repetirán inicialmente con los pilares de la nave, que en todo caso se sitúan entre las capillas i la nave central de la románica, siendo fácil desmontar la zona correspondiente de la

cobertura. Así, tal y como sucedía en la primera nave, las bóvedas góticas de las naves laterales podrán construirse sin el derribo de los tramos correspondientes de la románica, y en éste caso también la nave central.

En el año 1597 se realiza una nueva consagración de la catedral. En ese momento debían coexistir la construcción gótica, con su ábside heptagonal y los tres primeros tramos de nave, junto con el último tramo de la seo románica y su fachada principal.

En el siguiente periodo, correspondiente al siglo XVII, se empezará a construir la fachada barroca y a desmontar la románica. Ambas coexistirán hasta principios del siglo XVIII, ya que la nueva se sitúa más allá del edificio románico y su construcción es independiente. En enero de 1703 según O'Callaghan⁶, se empieza a desmontar la fachada románica, para posteriormente completar la nave con el remate de la fachada barroca y el cierre de las dos últimas naves. Esta alteración en el orden de construcción-deconstrucción debió suponer también un cambio en la concepción de los medios auxiliares y el desarrollo de la obra, en relación a las bóvedas anteriores. En los tramos anteriores el sistema de andamiaje pudo apoyarse en la estructura románica, mientras en los dos últimos tramos debieron utilizarse otros sistemas convencionales y construir las bóvedas que completaron el espacio de la nave. Finalmente, Catedral gótica de Santa María de Tortosa fue nuevamente consagrada en 1757, con la desaparición total del edificio románico.

⁶Acta de 19 de enero de 1703. *Attés que lo dilluns se ha de comensar a derrocar la obra vella, per a la prosecusió del estall, lo diumenge en la tarde después de completes de cante una salve a Nostra Senyora, colocada la reliquia de la Santa Cinta en lo altar major. Y lo dilluns se diga una misa matinal en la capella de Nostra Senyora, per a que Nostre Senyor sia servit per sa intercesió, guardar-nos del dit enderroch, y sempre, de tota desgracia. Se participe per lo Secretari als Señors Procuradors, per si voldrán assistir a dita Salve.* O'Callaghan, R. (1888). Anales de Tortosa III. Tortosa: Imprenta Católica de Gabriel Llasat. (p. 184).

6. ANÁLISIS DE LAS CONDICIONES DE EQUILIBRIO DURANTE LA CONSTRUCCIÓN

6.1. Criterios de cálculo

6.1.1. Criterios generales y nomenclatura

Partimos de una estructura que, una vez completa, es estable. Por tanto, el estudio incidirá especialmente en la comprobación del sistema de contrarresto, considerando los diferentes momentos constructivos (MCO). Se utilizan dos procedimientos basados en los principios del análisis límite, a partir de la estática gráfica:

- a) Análisis de la sección característica: se analiza la sección estructural básica del ábside en cada momento constructivo. El cálculo de líneas de presión se realiza por medio de una hoja de cálculo que agiliza notablemente la obtención de un rango amplio de soluciones posibles.
- b) Análisis detallado: se analizan las fases constructivas de las primeras bóvedas de cada nivel. Los arcos se analizan de forma pormenorizada para estudiar el equilibrio en cada momento constructivo. Esto permite matizar algunos aspectos que el método anterior omite. El cálculo de líneas de presión se realiza de forma manual, asistido por un programa de dibujo Cad. En este caso no se calcularán rangos de resultados debido a la complejidad del proceso y a que únicamente es necesario encontrar una solución válida para considerar el equilibrio del conjunto.

El trazado de la línea de presiones (LDP) se ha realizado en el marco teórico del análisis límite¹ y el enfoque del equilibrio². Esto supone considerar que la fábrica tiene resistencia infinita a compresión, nula resistencia a tracción y que el deslizamiento entre piezas es imposible. Además, si es posible encontrar un solo estado de equilibrio en que las líneas de presiones queden contenidas dentro de la sección resistente, la estructura será estable.

El análisis de la sección característica se centrará en la evaluación de las condiciones de equilibrio según un rango de soluciones posibles. Dada la configuración arquitectónica, se realiza un proceso de simplificación para implementar el cálculo con este sistema. Los resultados obtenidos serán la referencia para plantear el cálculo detallado, que permitirá introducir diversos matices, consecuencia de la naturaleza tridimensional del sistema estructural. Será el caso, por

¹Heyman, J. (1999). El esqueleto de piedra. Madrid: Instituto Juan de Herrera. (Traducción íntegra de la edición original: Heyman, J. (1995). The Stone Skeleton. Cambridge: Cambridge University Press).

²Huerta, S. (2005). Mecánica de las bóvedas de fábrica; El enfoque del equilibrio. Informes de la Construcción, Vol. 56, nº 496, marzo-abril 2005, 73-89.

ejemplo, de los distintos ángulos de incidencia de arcos y nervios sobre los pilares, así como las diferencias de altura en los arranques.

Se establece una nomenclatura (Figura 6.1) para cada elemento con responsabilidad estructural. Diferenciaremos entre aquellos que provocan empujes (arcos, nervios, bóvedas y arbotantes) de aquellos que los reciben (muros, pináculos, pilastras y pilares).

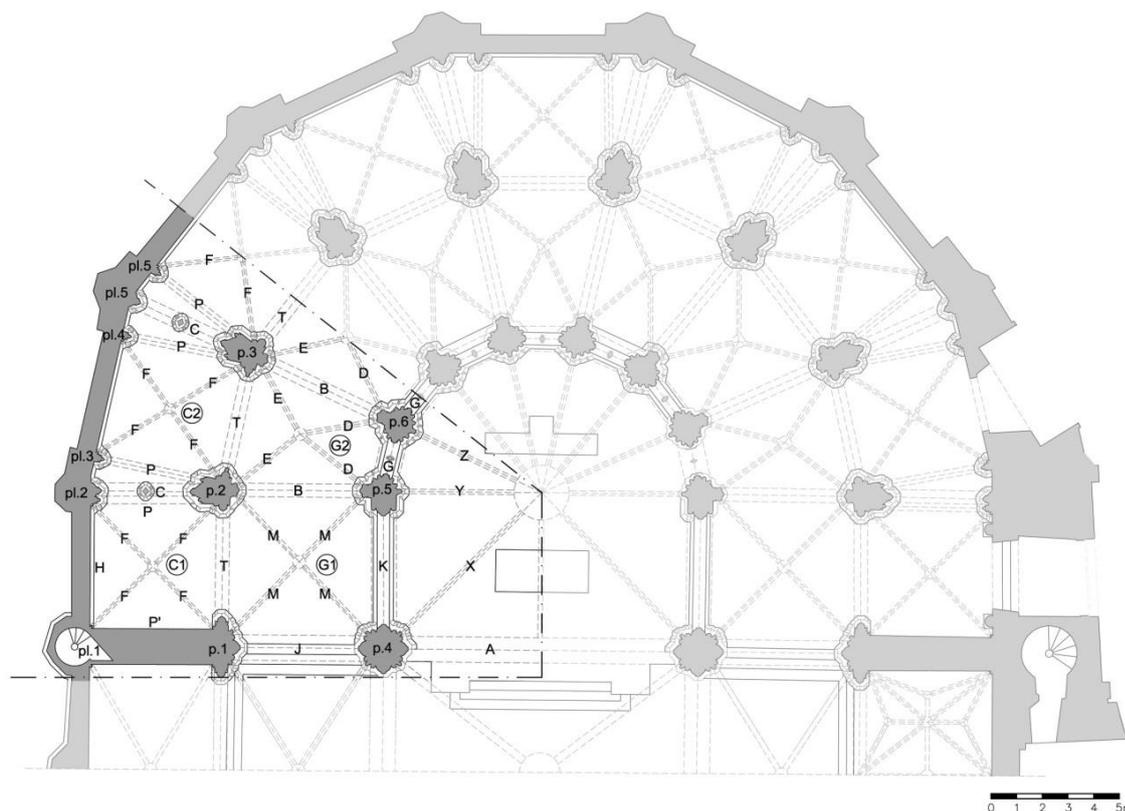


Figura 6.1. Nomenclatura en planta utilizada.

6.1.2. Definición de las fases de ejecución de las bóvedas

La cronología general de la construcción del ábside de Tortosa es conocida y ha quedado definida en los apartados anteriores. Las fases constructivas de bóvedas góticas ya han sido descritas por diversos autores como Bassegoda³, pero en el caso de Tortosa a demás disponemos de una descripción detallada del proceso en los *Llibres d'Obra* (Llo.) del archivo Capítular (ACTo.), con la cronología exacta de fases como es el descimbrado o la construcción del trespòl.

³Bassegoda i Nonell, J. (1989). La construcción de las bóvedas góticas catalanas. *Boletín Académico. Escola Tècnica Superior de Arquitectura Da Coruña*, 11, 30-38.

El estudio de las fuentes ha permitido establecer las fases siguientes en la construcción de una de las bóvedas del deambulatorio⁴:

- Andamiaje y cimbrado
- Construcción de la bóveda
- Descimbrado
- Relleno de la bóveda
- Construcción de la pared interior
- Construcción del trespól (en capas sucesivas) y acabado exterior.

En el caso de las capillas, las referencias encontradas no son tan detalladas pero permitieron identificar las fases constructivas en las primeras capillas. Cabe destacar que el descimbrado de las bóvedas aquí ocurre después de la construcción del trespól, de forma que la bóveda entra en carga con un peso mayor que en el deambulatorio, donde la bóveda se va cargando una vez descimbrada. Esto pudo deberse a que en la construcción del deambulatorio, el ritmo de la obra se acelera notablemente, y éste sistema permitía optimizar la construcción, ya que mientras se acababan los trabajos en una bóveda, se puede preparar la cimbra de la siguiente.

A pesar del detalle de las fuentes primarias, es necesario matizar la construcción de las bóvedas discretizando sus partes fundamentales. Así, por ejemplo en el caso de la bóveda de la capilla de *Sant Pere*, la secuencia constructiva completa sería la siguiente:

- Andamiaje y cimbrado
- Situación de la clave
- Construcción de los arranques (junto con el muro de cierre con el deambulatorio)
- Colocación de la clave
- Construcción de nervios y arcos
- Construcción de la plementería
- Cerramiento del muro del deambulatorio
- Situación del relleno aligerado con *gerres* y el trespól
- Descimbrado

En el caso del presbiterio la información disponible sobre su construcción es menos detallada, aunque nos permite conocer el orden de construcción de las distintas bóvedas y el proceso de la colocación de la *Clau Major*. Por tanto, consideraremos la misma secuencia constructiva que en el deambulatorio.

⁴Almuni, V. (2007). *La Catedral de Tortosa als segles del gòtic*. Barcelona: Fundació Noguera. (v2, pp. 584-587).

6.1.3. El modelo mecánico de la bóveda del gótico meridional

Tal y como se ha introducido en el apartado 2, cabe plantearse la capacidad mecánica de un elemento tan potente como es el remate con mortero de cal dispuesto en la cubierta. Encontramos muestras sobre la capacidad mecánica del trespól en algunos ejemplos históricos. En la iglesia de Santa María de la Mar de Barcelona, el incendio de 1379 provocó que algunos de los sillares de las bóvedas fueran reparados con cuñas de hierro ancladas a la losa superior, las cuales fueron encontradas en la visura de 1934. Esto demostraría que la capa superior de *opus caementicium* se mantuvo por si sola⁵. Otra comprobación empírica fue la bóveda de la capilla de la Sangre de la Iglesia del Pino de Barcelona, tras el incendio de 1936. La bóveda de piedra se desplomó, pero la parte superior con el relleno de mortero de cal y *gerres* se sostuvo perfectamente⁶.

La cuestión sobre el comportamiento mecánico del trespól plantea diferentes hipótesis. Por una parte, desde el cálculo tradicional, siempre se ha considerado como un peso muerto apoyado sobre la bóveda de piedra, la cual transmite los empujes a pilares y muros. Por otra, las evidencias constructivas e históricas revelan una cierta capacidad para soportar su propio peso, y así lo afirman autores como Joan Bassegoda⁷. Esto podría suponer que el gran canto de hormigón medieval, fuera suficientemente rígido como para mantenerse en pie, en caso de que no apoyara sobre la bóveda, trabajando como una losa apoyada sobre los muros. La naturaleza del material, que tiene gran resistencia a compresión y muy baja a tracción, plantea la posibilidad de que se llegue a formar un arco de descarga en el interior del gran canto, pudiendo pasar a funcionar como una bóveda.

Comprobación analítica del trespól en la Catedral de Tortosa

El ábside heptagonal de la catedral de Tortosa está rematado en sus tres niveles por un grueso de mortero de cal que oscila entre 1 y 2 palmos (0,23 y 0,46 cm) de espesor. Tomando como base el descenso de cargas (2012)⁸ para la sección característica del ábside, se ha comprobado el efecto que tendría sobre la estabilidad del edificio que el *trespól* dejara de apoyar sobre el relleno de las bóvedas y trabajara como una segunda bóveda independiente. Así se comparan los modelos; el

⁵Bassegoda i Musté, B. (1944). Racionalismo a ultranza en la arquitectura ojival. In *Separata Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona. Tercera época, núm. 564, vol. XXVII, núm. 4*. Barcelona: Sobs. De López Robert y C^a, Impresores. (p. 63).

⁶Bassegoda i Nonell, J. (1989). Construcción de bóvedas góticas catalanas. *Bolletí de La Societat Arqueològica Lul·liana. Revista d'Estudis Històrics., Any CV nº8* (Tom XLV. Tercera Època. Homentge a Gabriel Alomas Esteve, arquitecte.), 133-146; Bassegoda i Nonell, J. (1989). La construcción de las bóvedas góticas catalanas. *Boletín Académico. Escola Técnica Superior de Arquitectura Da Coruña, 11*, 30-38.

⁷Bassegoda i Nonell, J. (1978). *La cerámica popular en la arquitectura*. Barcelona: E. Thor. (p. 101)

⁸Costa Jover, A. (2012). *Condiciones de equilibrio en la Catedral de Tortosa*. Trabajo Final de Máster. Máster en Tecnología de la Arquitectura, Restauración y Rehabilitación Arquitectónica. Universitat Politècnica de Catalunya.

tradicional, suponiendo el *opus caementicium*, como una carga muerta sobre la bóveda (LDP A), y suponiendo que este actuara con independencia del cuerpo inferior de *gerres* y bóvedas (LDP B).

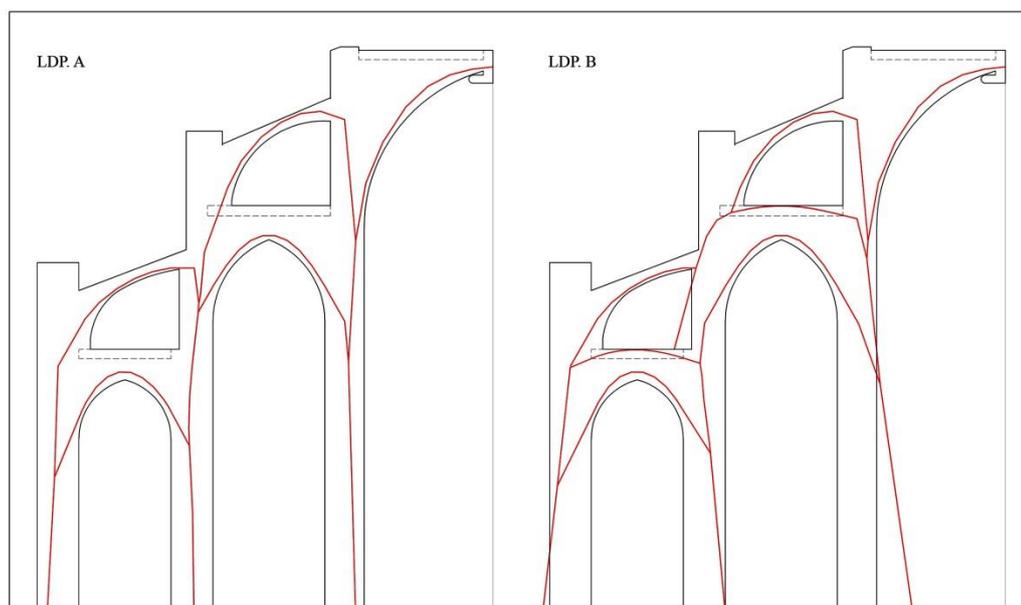


Figura 6.2. Comparativa línea de presiones (LPD). LDP.A) considerando el trespol como un peso muerto; LDP B) considerando que se forma un arco de descarga en el interior del trespol.

Para la caracterización de las cargas se han utilizado los siguientes pesos específicos: piedra arenisca: 24 kN/m³; relleno aligerado: 2 kN/m³; trespol: 22 kN/m³. Se considera la sección constructiva idéntica a los ejemplos del gótico meridional, consistente en la bóveda propiamente dicha, con un grosor de la plementería de 23cm, sobre la que apoya un relleno aligerado con *gerres* y la capa de mortero de cal.

Se ha trazado la línea de presiones de la estructura según dos hipótesis (LDP A), (LDP B). El descenso de cargas A (LDP A), se ha realizado de forma tradicional, considerando el trespol como un peso muerto. En el caso B (LDP B) se ha considerado que el trespol no apoya sobre la bóveda y produce empujes sobre el sistema de contrarresto. En la (Figura 6.2) podemos observar cómo en A (LDP A) no resulta complicado encontrar una solución estable a pesar de la complejidad de la estructura. En el caso de B (LDP B), aunque los pesos y cubicajes son los mismos, la incidencia del empuje del *trespol* provoca que no pueda encontrarse una solución estable. Esto se debe a que el ángulo del empuje tiende a la horizontal (empuje máximo), y a que el punto de incidencia está situado a mayor altura, de manera que el sistema de contrarresto no puede contrarrestar el empuje.

Conclusiones

Desde el análisis del cálculo gráfico realizado sobre la sección del plano estructural, se ha comprobado que el trespol produciría una acción desfavorable en caso de comportarse como una bóveda, pudiendo llegar a comprometer la estabilidad del edificio. En el caso de la construcción

de las bóvedas de la catedral de Tortosa, éstas son descimbradas antes de la ejecución del relleno de la jarras y de la primera capa del *opus caementicium*. La bóveda por tanto, actúa como un encofrado perdido sobre el que se apoya el cuerpo superior. Así en el caso eventual de un colapso de la bóveda, cabe suponer que el trespól tendría una respuesta estructural trabajando como un elemento a flexión, con una rigidez y canto suficientes para ser estable. Esto reduciría considerablemente el volumen de material de derrumbe, auto soportándose y manteniendo el espacio cubierto y protegido de la intemperie, como de hecho ocurrió en la Iglesia del Pi en Barcelona (1936).

Por otra parte, la existencia del trespól puede responder a otros criterios constructivos y estructurales. Así la gran clave de la bóveda del presbiterio ($d= 2,32$ m), con un peso de 87'46 kN, imprescindible para su estabilidad, tiene un canto superior al grosor de la plementería, llegando a estar empotrada en el trespól. Esto favorece que, en caso de una apertura de los estribos, la clave minimice su asiento al estar trabada, formando una estructura encaballada⁹. Si por el contrario, los soportes se movieran hacia el interior, esto pondría en marcha el típico mecanismo de colapso para arcos apuntados. El peso del trespól, con la disposición constructiva descrita, supondría una acción favorable al evitar que la clave subiera. No solamente va a influir el grosor de la clave sobre la plementería, sino también el ángulo de encaje con los futuros nervios.

Finalmente, si consideramos la totalidad del ábside, la existencia de un elemento en forma de herradura, confiere una gran rigidez a la estructura frente a los empujes horizontales, trabajando como un conjunto monolítico. Esto supondría una acción favorable, tanto para la estructura acabada frente al sismo, como durante las fases intermedias de construcción, ante las acciones del fuerte viento del Ebro. La comprobación de la reacción del conjunto frente a sismo y viento deberá realizarse mediante un modelo en tres dimensiones, ya que la configuración espacial del ábside heptagonal pone de manifiesto las limitaciones de un modelo bidimensional para su estudio frente a empujes horizontales.

⁹Ver nota 7, Bassegoda Nonell (1978): p. 102

6.2. Análisis de la sección característica

6.2.1. Definición de los modelos de cálculo

El cálculo de un ábside gótico plantea el problema de que diversas acciones inciden de forma oblicua sobre los elementos de soporte. Se trata de una estructura que funciona de forma espacial, mientras el cálculo por estática gráfica responde a un planteamiento en dos dimensiones, donde las fuerzas se pueden analizar según el plano de corte. Las fuerzas oblicuas, suelen ser simétricas, de forma que la componente oblicua queda anulada. Esto no sucederá en el caso de que, durante la construcción, solo exista la bóveda de uno de los dos lados. Por tanto, el siguiente cálculo se limita a los casos en los que las bóvedas de ambos lados de la sección analizada han sido construidas.

La simplificación del problema a una cuestión bidimensional permite obtener una aproximación adecuada a las condiciones de equilibrio. A través de una hoja de cálculo, se consideran únicamente las acciones en el plano de sección, asignando el peso global de las bóvedas en cada tramo a su arco correspondiente. Esto solo es posible en la sección característica donde las acciones son simétricas.

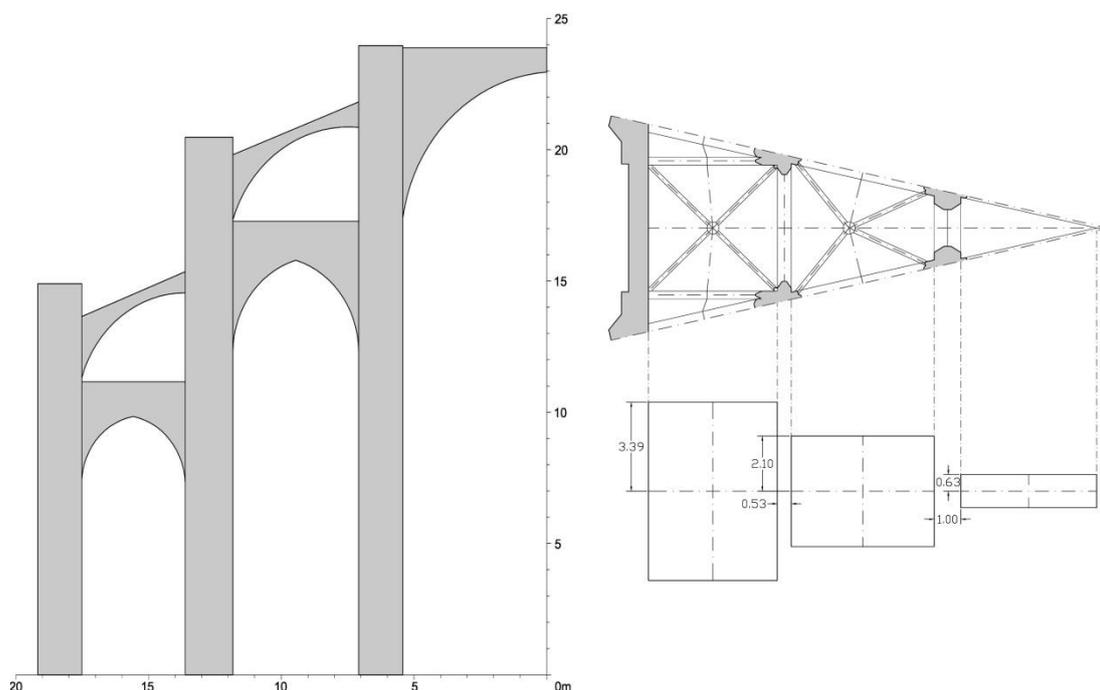


Figura 6.3. Esquema de dimensiones y simplificación geométrica.

La hoja de cálculo permite establecer el empuje resultante de las bóvedas asimilándolas a arcos y repercutiendo el empuje a los pilares. Cada elemento se divide en 40 porciones, según cortes verticales, y resuelve el empuje para cada uno de ellos. Es necesario introducir las propiedades geométricas de los elementos. En el caso de los arcos supondrá definir flecha, luz, forma (arco apuntado) y su profundidad. Una vez introducidos estos parámetros, la hoja de cálculo permite

obtener infinitas soluciones para la línea de presiones a partir de la definición del empuje resultante y la 'excentricidad' (el punto de aplicación de la LDP). Complementariamente, también es posible introducir cargas puntuales en cualquiera de las 40 divisiones.

Para el cálculo de las cargas, se consideran los diferentes estratos constructivos expuestos y las densidades de los materiales correspondientes. Así, para cada arco tendremos el arranque macizo, el relleno ligero y finalmente la capa de trespól (Tabla 6.1).

	Altura (Nivel 1)	Altura (Nivel 2)	Altura (Nivel 3)	Densidad
Arranque	8,96 m	14 m	22,46 m	22 kN
Relleno ligero	10,75 m	16,87 m	23,42 m	2 kN
Trespól	11,15 m	17,27 m	23,82 m	24 kN

Tabla 6.1. Valores estratos constructivos de las bóvedas.

En cuanto a los casos analizados, se consideran los siguientes modelos de cálculo según los momentos constructivos establecidos para cada nivel de la cabecera gótica:

- Nivel 1: bóveda de la capilla.
- Nivel 2:
 - o muro de cierre.
 - o pináculo y arbotante.
 - o bóveda del deambulatorio.
- Nivel 3:
 - o muro de cierre.
 - o pináculo y arbotante.
 - o bóveda del presbiterio.

6.2.2. Nivel 1

La primera hipótesis plantea la construcción del nivel de capillas. Para un rango de empujes de la bóveda comprendido entre los 50kN i los 60kN, es posible encontrar una solución estable (Figura 6.4). La variación del punto de aplicación del empuje apenas provoca variaciones en la LDP resultante. Se observa como los dos soportes, y especialmente el del lado del deambulatorio, podrían tener problemas por aparición de tracciones en su parte inferior, al quedar la línea de empujes fuera del tercio central en la base.

El levantamiento realizado ha permitido comprobar que muros y pilares están perfectamente aplomados, por lo que:

- a) el conjunto pilar-cimiento era suficientemente rígido como para soportar las tracciones o
- b) se disponía de un elemento auxiliar para contrarrestar el empuje durante la construcción.

No se descarta la posibilidad de que ambas hipótesis se cumplieran a la vez en el pilar del deambulatorio. La existencia de la catedral románica hace suponer que la operación de situar un puntal que ayudara a contrarrestar el empuje de la bóveda debía ser muy sencilla, y garantizaría la estabilidad del conjunto.

Por otra parte, el muro de cierre presenta una LDP muy próxima al tercio central y además hay que tener en cuenta que la disposición de los muros según la estructura radial del ábside favorece a la estabilidad general, por lo que es perfectamente estable.

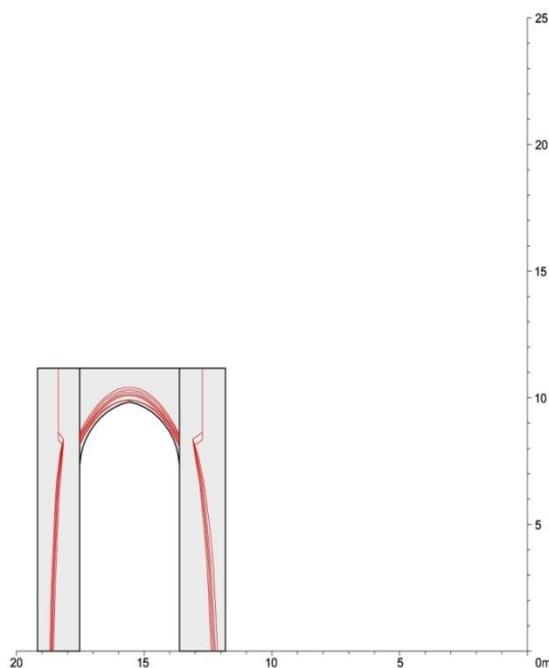


Figura 6.4. Nivel 1: bóveda de la capilla.

6.2.3. Nivel 2

La construcción del nivel superior favorecerá la estabilidad del pilar del deambulatorio (Figura 6.5), ya que el muro de cierre incrementa la carga sobre el pilar. A pesar de ello, la línea de presiones queda fuera del tercio central en la base, considerando el mismo rango de soluciones del apartado anterior. Así, seguirían habiendo tracciones que podrían provocar el giro del soporte. Esta situación se agrava con la construcción del arbotante. Para un empuje de 15kN en el lado del muro, la acción desfavorable queda compensada con la acción favorable del peso del pináculo, de forma que apenas se observan variaciones de la LPD en la base. Por el contrario, en el lado del pilar la LDP se acerca al límite de la sección en la base.

Según los resultados, con la construcción del muro y el arbotante del Nivel 2, las condiciones de equilibrio del pilar del deambulatorio empeoran, pudiendo ser en este caso más necesaria la disposición de un elemento auxiliar que contrarreste el empuje combinado de bóveda y arbotante.

La construcción de la bóveda del deambulatorio contrarrestará el empuje de la bóveda de la capilla, obteniendo una situación de equilibrio en el pilar del deambulatorio, aunque la LDP tienda a quedar fuera del tercio central en la base. Mientras, en el pilar del presbiterio la será muy difícil trazar una LDP contenida en la sección, quedando ésta en el límite al llegar a la base. El empuje en este caso es mayor y está situado a mayor altura, de forma que el pilar no estaría en equilibrio. Por tanto, sería necesario disponer de un elemento de contrarresto que evitara el fallo por vuelco mientras se construye la bóveda del presbiterio que cerrará el sistema.

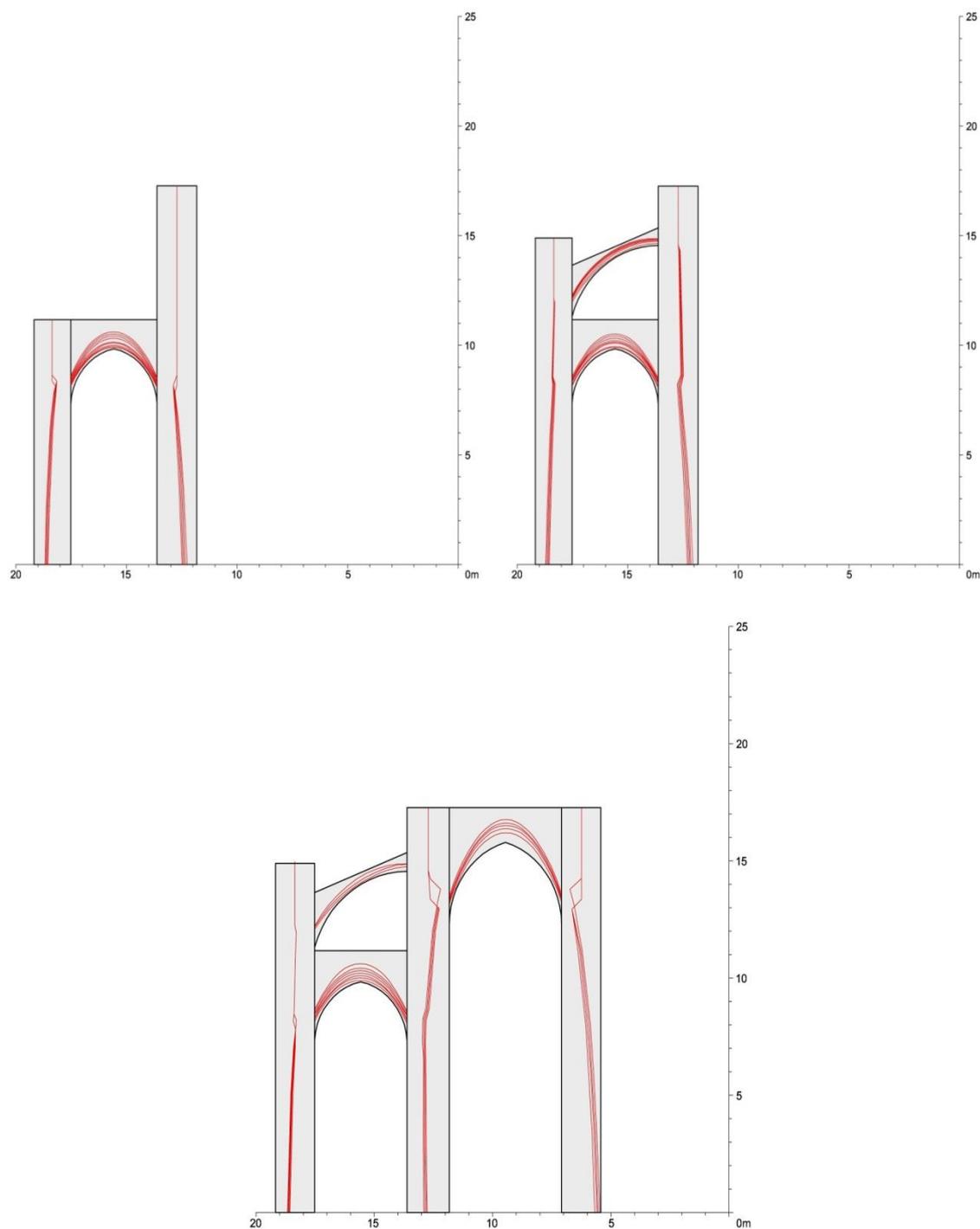


Figura 6.5. Nivel 2: construcción del muro de cierre, del pináculo y arbotante, y finalmente de la bóveda del deambulatorio.

6.2.4. Nivel 3

El levantamiento del muro de cierre del siguiente nivel, tal y como sucedía en el nivel anterior, ejerce un efecto favorable sobre el pilar del presbiterio, pero con la construcción del pináculo y el arbotante este efecto favorable queda anulado y nuevamente la LDP queda en el límite de la sección del pilar (Figura 6.6). Así, continuaría siendo necesario disponer de un elemento auxiliar de contrarresto.

La construcción de la bóveda central permitirá equilibrar la LDP en el pilar del presbiterio (Figura 6.7). Por supuesto, éste hecho es coherente con la realidad, ya que se trata de una estructura que ha permanecido estable durante varios siglos. Analizando la fábrica construida, los elementos de contrarresto están en perfecto estado y totalmente aplomados, por lo que los conjuntos muro-cimiento y pilar-cimiento asumen las tracciones que pudieran aparecer en la base.

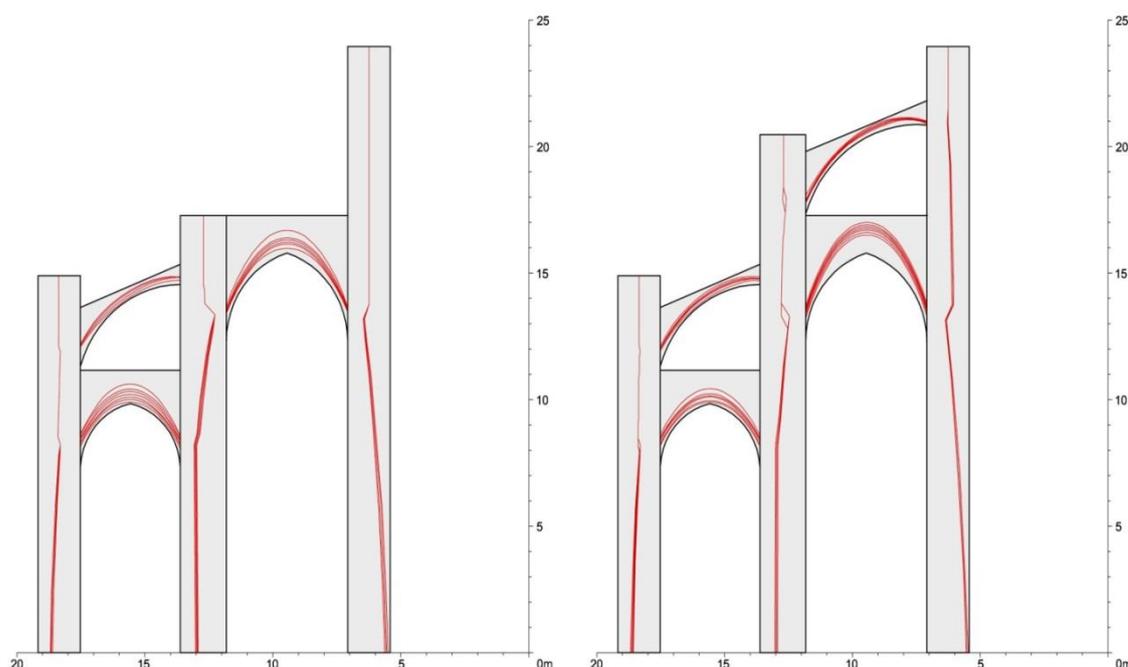


Figura 6.6. Nivel 3: construcción del pináculo y arbotante.

6.2.5. Conclusiones

Según los resultados obtenidos, sería necesario disponer de un sistema de contrarresto auxiliar en la construcción del pilar del presbiterio, ya que es muy difícil encontrar una solución estable en la base del pilar. En el caso del pilar del deambulatorio, éste podría ser estable, aunque la LDP queda fuera del tercio central en diversas ocasiones. Finalmente, el muro de cierre perimetral también ofrece una solución estable frente a los empujes que recibe, aunque también la LDP queda en el límite del tercio central.

La comprobación expuesta es una simplificación en la que no se consideran las situaciones de asimetría que se producen durante la construcción. En el siguiente apartado se exponen los resultados del cálculo detallado en la que es posible considerar dichas situaciones y matizar la combinatoria de empujes. Cabe destacar que las variaciones en las hipótesis de los empujes de las bóvedas tiene una incidencia muy baja en la posición de la línea de presiones resultante en la base de los estribos.

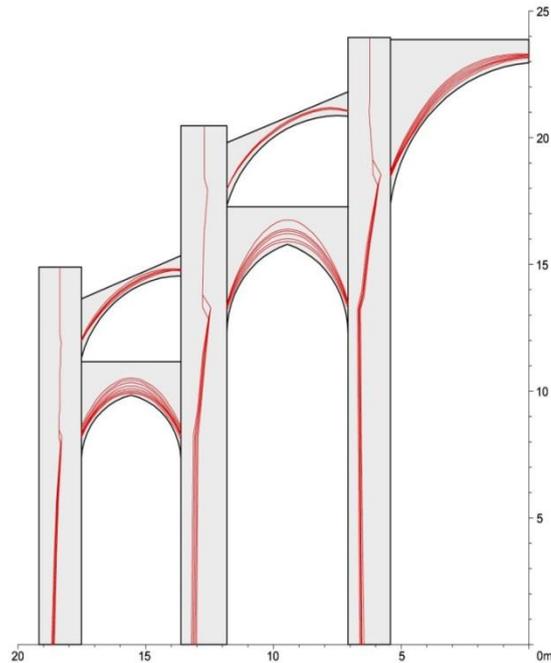


Figura 6.7. Nivel 3: construcción de la bóveda del presbiterio.

6.3. Análisis detallado de las condiciones de equilibrio durante la construcción.

En la evaluación de estructuras de fábrica, el análisis límite permite obtener un rango de soluciones posibles que determinan la seguridad que ofrece la construcción. El objetivo en ningún caso será la obtención de un estado 'real' de cargas, ya que éste siempre es transitorio e indeterminado.

El procedimiento analítico planteado tiene por objetivo evaluar la estabilidad de la estructura a lo largo del proceso constructivo de la cabecera gótica, y no su grado de seguridad. Por tanto, en este apartado no se exponen rangos de soluciones ya que, tal y como anuncia el análisis límite, si es posible encontrar una solución válida, la estructura será estable y no colapsará. Así, los gráficos expuestos muestran una de las posibles soluciones, y en algunos modelos la única solución posible.

A demás, en el caso de las bóvedas de la cabecera de Tortosa, la magnitud de los empujes es tan pequeña en relación al peso del sistema de contrarresto, que las distintas hipótesis suponen variaciones en muchos casos irrelevantes para la valoración general de la estructura. De acuerdo con los principios del análisis límite, los valores resultantes del cálculo no son relevantes desde el punto de vista del equilibrio. Así, los resultados numéricos obtenidos aparecen sintetizados en el anejo de cálculo adjunto.

6.3.1. Definición de los modelos de cálculo.

La comprobación analítica de las condiciones de equilibrio en los estadios intermedios de construcción del ábside seguirá la cronología general descrita en apartados anteriores: el anillo de las capillas, el anillo del deambulatorio y, finalmente, el cierre del presbiterio con la colocación de la clave mayor. Estas fases se corresponden con los tres niveles de cubierta existentes, a los que nos referiremos como Nivel 1 (Capillas), Nivel 2 (Deambulatorio) y Nivel 3 (Presbiterio).

Los levantamientos realizados en las campañas 2012 y 2013 revelaron diferencias geométricas entre las distintas bóvedas. Estas variaciones en general no son significativas y afectan al comportamiento de la fábrica a una escala muy local. Por tanto, su influencia en el comportamiento global de la estructura se considerará irrelevante.

La primera comprobación se realizará en la Capilla de *Sant Pere* (C1) y continuará con la siguiente (C2). Las capillas sucesivas tipológicamente son iguales a (C2) (las pequeñas diferencias geométricas detectadas en el levantamiento no alteran el resultado del cálculo), por tanto su construcción se supondrá igual.

En cuanto a las bóvedas del deambulatorio podemos distinguir dos tipos constructivos. Las bóvedas situadas en la boca de la cabecera (G1 y G9) son de planta cuadrada, y el resto de planta

trapezoidal, de acuerdo con la configuración radial del ábside. Siguiendo el mismo criterio aplicado en las capillas, supondremos las bóvedas del mismo tipo iguales.

Finalmente, en el presbiterio también encontramos dos tipologías de bóveda, en este caso con unas características muy diferenciadas. Por una parte, la boca se cubre con una bóveda de grandes dimensiones, con dos nervios diagonales concurrentes en la clave. Por otra parte, las bóvedas del lado opuesto tienen unas dimensiones mucho más pequeñas y una configuración radial, según la disposición de los nervios.

6.3.2. Nivel 1

Capilla de *Sant Pere* (C1)

La cabecera gótica se empieza a construir por el lado de la epístola. En primer lugar, se levanta el primer tramo del muro perimetral, y seguidamente se construye la capilla de *Sant Pere* (C1). Una primera aproximación a las condiciones de equilibrio antes de rellenar el trasdós de la bóveda (MCO.01) indica que el muro de cierre es capaz de soportar el empuje de la bóveda, aun considerando unicamente la sección del pliegue. También será posible encontrar una solución estable para el pilar entre las capillas y el deambulatorio (p.2), así como del pilar de la boca del ábside (p.1) que no necesita de la colaboración del muro para ser estable.

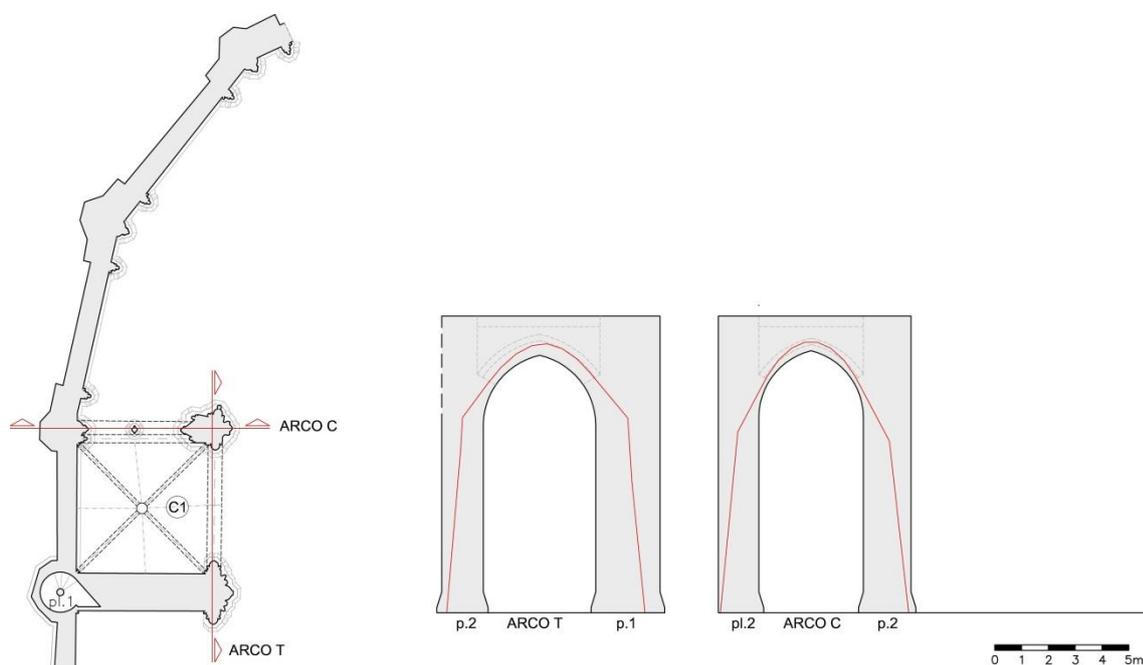


Figura 6.8. Resultados MCO.02: construcción del relleno y el tréspol sobre la bóveda de la capilla de Sant Pere (C1).

La construcción del relleno sobre el trasdós de la bóveda y el tréspol (MCO.02) incrementa el empuje sobre los elementos de contrarresto. A pesar de ello, el muro perimetral sigue ofreciendo una solución estable, aun considerando únicamente la superficie del pliegue (Figura 6.8, Arco C),

que sería la situación más desfavorable. Lo mismo sucederá con el pilar (p.1), el cual presenta una solución estable sin tener en cuenta la traba perpendicular con el muro.

La LDP en el pilar del deambulatorio (p.2) se encuentra cerca del límite de la base para ambas secciones, siendo más desfavorable el empuje del Arco C. En este caso, los resultados del cálculo son más desfavorables que en el modelo general. Esto es debido a que cada uno de los empujes tiene un punto de incidencia distinto que afecta de forma desfavorable a la llegada de la resultante en la base. La combinatoria de hipótesis plantea el comportamiento solidario del arco y la plementería, con la LDP situada cerca del límite de la sección. Otras combinatorias apenas alteran la resultante.

Así, en los inicios de la construcción, aunque el cálculo ofrece una solución estable, ésta se encuentra muy al límite de la sección, por lo que es posible que se utilizara algún elemento auxiliar de contrarresto en el pilar (p.2) para garantizar su equilibrio. Teniendo en cuenta la secuencia constructiva, antes de retirar las cimbras se podría disponer un puntal paralelo al arco formero de la siguiente capilla, que formaría parte de la cimbra.

Por otra parte, es necesario mencionar la importancia de la escalera situada en la esquina que forman el muro perimetral de cierre y el que separará el ábside de la nave. Es necesario considerar todo el elemento como un cuerpo rígido, con la escalera trabajando a modo de esqueleto, ya que de otra forma no sería posible encontrar una solución estable en la base. También cabría considerar la acción favorable de los dos tramos de muro que concurren en este punto, confiando en la traba de la fábrica.

Capillas de *Sant Pau* y *Sant Vicent* (C2 y C3)

Una vez completada la primera capilla (C1), se continua con la construcción de las dos siguientes (C2 y C3) dedicadas actualmente a *Sant Pau* y *Sant Vicent* respectivamente. La construcción de (C2) (MCO.03) implica un incremento de los empujes que recibe el sistema de contrarresto (Figura 6.9).

En el muro perimetral, las LDPs en la base de las distintas pilastras quedan contenidas en la sección (pl.2 y pl.3), aunque fuera del tercio central y cerca del límite, siendo necesario considerar para el cálculo la totalidad del muro. Así, el comportamiento solidario del muro y el pliegue será fundamental para garantizar su estabilidad. Esto no implica que el muro sea inestable, sino que pueden aparecer tracciones en la base. En este caso, la plomada del muro sigue siendo perfectamente vertical y no se aprecian fisuras o grietas, por lo que se deduce que no ha habido movimientos.

En cuanto a los pilares, la construcción de la siguiente capilla tiene un efecto positivo sobre los esfuerzos que inciden de forma transversal en el pilar (p.2), ya que se anula la asimetría. Por contra, el incremento del empuje en el sentido longitudinal lleva más al límite la LDP en la base.

Un empuje horizontal de entre 25 y100 kN situaría la LDP en el tercio central de la base del pilar. Ambas capillas son muy similares, por lo que el comportamiento responde a una situación de simetría, aunque ésta no sea exacta. El caso del siguiente pilar (p.3) repite la situación del pilar (p.2) antes de la construcción de la segunda capilla (C2) con resultados similares.

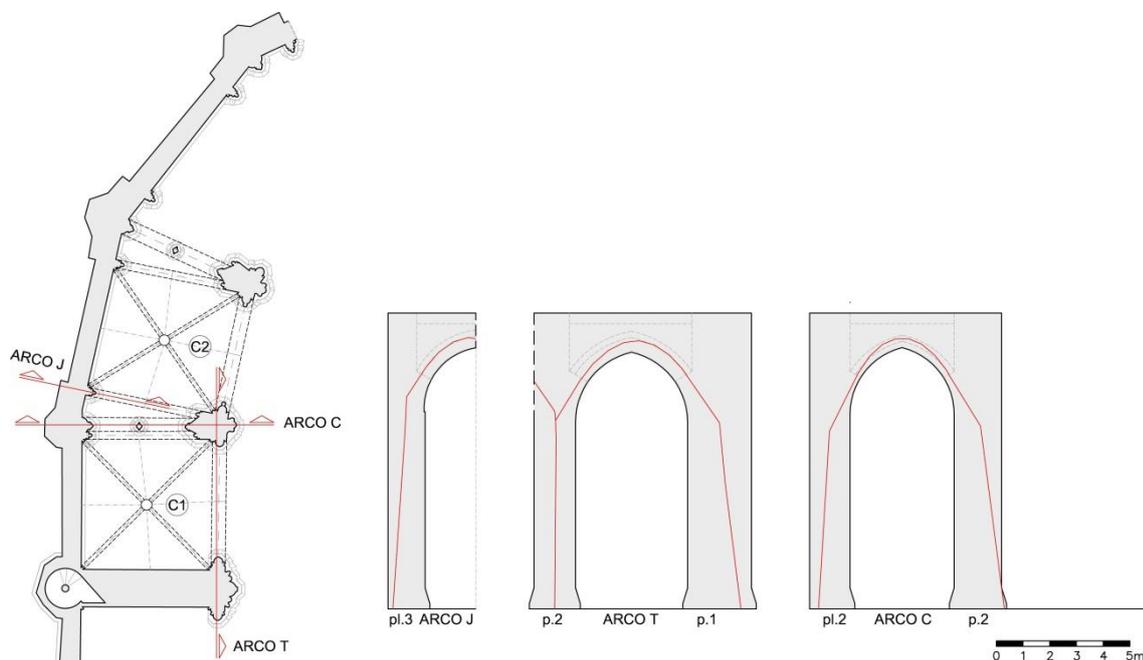


Figura 6.9. MCO.03: construcción de la bóveda de la capilla (C2).

Con la construcción de la siguiente capilla (C3) (MCO.04) se repite el proceso. En este caso la configuración arquitectónica de (C2) y (C3) es la misma, por lo que las acciones sobre los pilares serán prácticamente simétricas. El resultado de las condiciones de equilibrio serán las mismas que en el caso anterior.

Las capillas siguientes repetirán los resultados al tener la misma configuración (las pequeñas variaciones geométricas se consideran irrelevantes). Por tanto, a continuación se procede a comprobar el efecto de la construcción del siguiente nivel, que empezará con el levantamiento de los muros de cierre del deambulatorio sobre los arcos formeros que comunican los dos espacios (capillas y deambulatorio).

Así, se puede considerar que durante el proceso constructivo de las capillas, la estructura sería estable, aunque los pilares del deambulatorio estarían al límite. Los muros ofrecen seguridad suficiente para garantizar el equilibrio, y a demás hay que tener en cuenta el efecto favorable de su disposición formal en U. Por otra parte, los pilares ofrecen soluciones posibles pero trabajando al límite, ya que la LDP queda en el límite de la base. Cualquier cambio en las condiciones de carga podría desestabilizar el soporte, por lo que podría haberse situado un puntal, apoyado probablemente sobre la románica, que garantizase su estabilidad hasta la construcción del siguiente nivel.

6.3.3. Nivel 2

Construcción del muro de cierre, pináculos y arbotantes

La construcción de los muros de cierre del deambulatorio se realiza secuencialmente, siguiendo el mismo orden que en las capillas. Éste proceso debió llevarse a cabo de forma progresiva, ya que no se identifican juntas de obra en la fábrica. En el análisis se comprueba el caso más desfavorable considerando la construcción consecutiva de tramos completos de muro, hecho que provocaría mayores asimetrías en los empujes.

El primer tramo de muro en levantarse sería el situado sobre la capilla de Sant Pere (C1) (MCO.05), que repercutirá sobre el arco de separación entre las capillas y el deambulatorio (Arco T) y sus soportes (p.1) y (p.2). El pilar apilastrado (p.1), situado en la boca del ábside, podrá asumir la carga aun sin considerar la acción favorable del muro. La LDP queda fuera del tercio central con esta hipótesis, y se equilibrará más adelante con la construcción del contrafuerte superior y, posteriormente, de las bóvedas de la nave (Figura 6.10).

El pilar (p.2) por su parte, apenas varia su comportamiento en el sentido longitudinal, correspondiente al Arco C de separación entre las capillas, quedando la LDP en el límite de la base. En el sentido transversal, el empuje del Arco T, que soporta el muro de cierre superior, tiene un efecto desfavorable, y la LDP resultante queda también en el límite de la base.

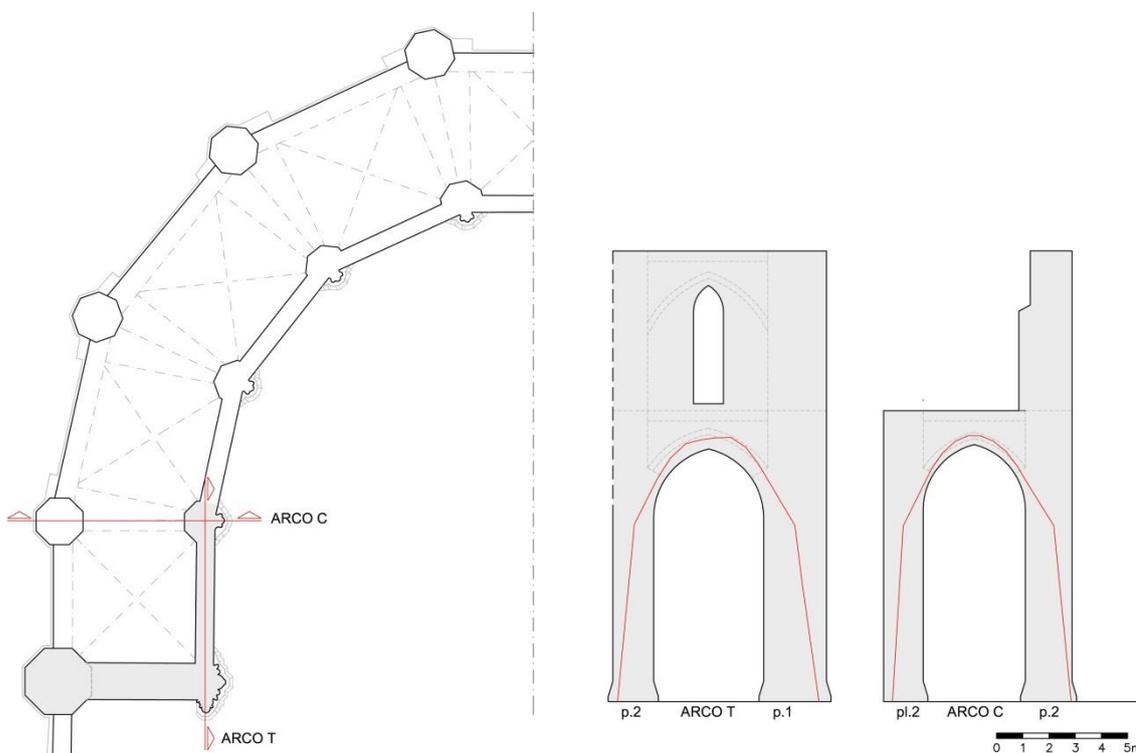


Figura 6.10. MCO.05: construcción del muro del Nivel 2, sobre la capilla de Sant Pere (C1).

La construcción del siguiente tramo de muro (MCO.06) incidirá positivamente en el pilar (p.2), equilibrando los empujes de los arcos colaterales (Arcos T), aunque sin llegar a centrar la LDP en el tercio central. El siguiente pilar (p.3) repetirá el mismo esquema ya analizado en (MCO.05), reiterando la misma operativa en los sucesivos tramos.

La última fase previa a la construcción de las bóvedas del deambulatorio implicará la construcción de pináculos y arbotantes (MCO.07). Mecánicamente éstos solo tendrán incidencia en la sección correspondiente al Arco C (Figura 6.11). En este momento, los empujes en los pilares son simétricos (en el pilar p.2 la simetría no es perfecta pero su respuesta puede asimilarse como tal).

No se comprobará la estabilidad del primer tramo, correspondiente al muro de separación con (pl.1) y (p.1), ya que el modelo anterior ya ofrecía una solución estable y en este caso se construye un gran contrafuerte en lugar de un arbotante. Éste elemento no producirá empujes e incrementará notablemente el peso del contrarresto, por lo que la seguridad estará garantizada.

En el resto de casos, la construcción del pináculo mejora sensiblemente la estabilidad, aunque la resultante en la base es prácticamente la misma ya que también deberá ayudar a contrarrestar el empuje de los arbotantes. En cuanto a los pilares, la construcción del arbotante no incidirá significativamente en su equilibrio, manteniéndose la LDP dentro de la sección, pero fuera del tercio central.

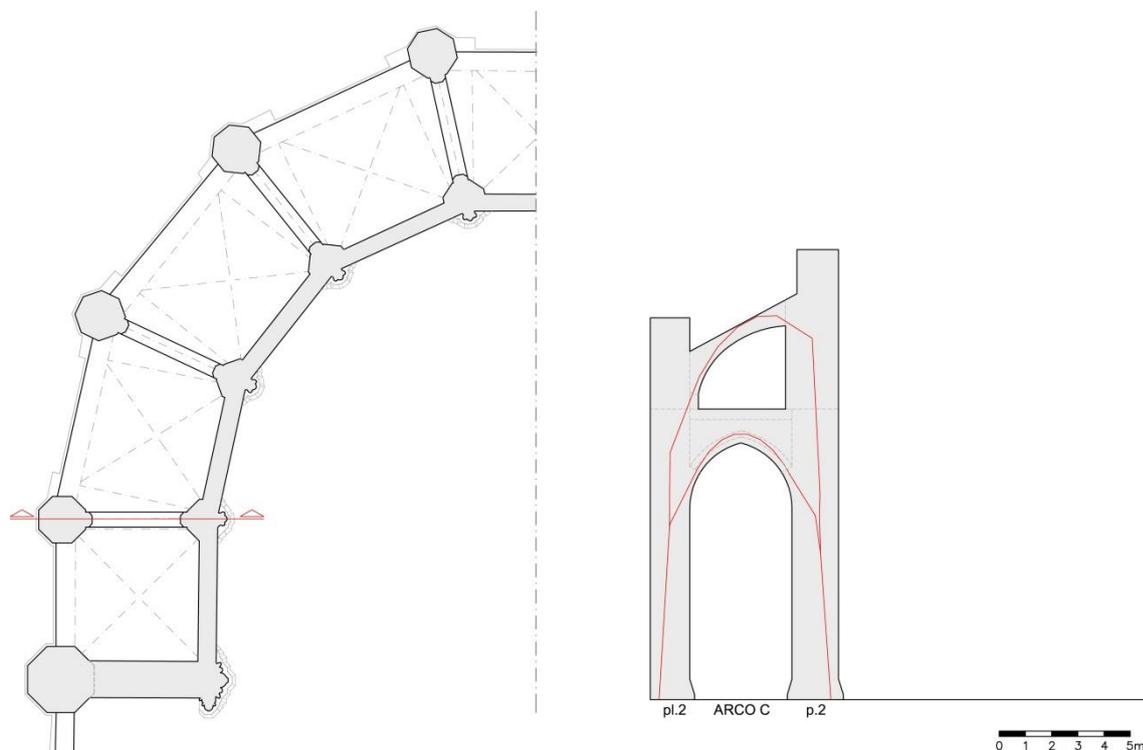


Figura 6.11. MCO.07: construcción de pináculos y arbotantes del Nivel 2.

Por tanto, se establece así que:

- El muro de cierre perimetral es autoestable, y no necesita un sistema de soporte auxiliar durante el proceso de construcción para soportar los empujes.
- Del mismo modo, también será estable el muro de separación entre el ábside y la nave (pl.1 y p.1).
- Los pilares entre las capillas y el deambulatorio según los resultados serían estables, aunque en diversas situaciones estarían trabajando al límite frente a vuelco. Así, el uso de elementos auxiliares es probable aunque no imprescindible.

Construcción de las bóvedas del deambulatorio

A continuación se iniciará la construcción de las bóvedas que cubrirán el deambulatorio. Éstas se ejecutan simétricamente, empezando por la bóveda enfrentada a la capilla de Sant Pere (MCO.08). Ésta bóveda, junto con su simétrica, tienen planta cuadrada, mientras el resto tienen una planta trapezoidal según la configuración radial del ábside.

Ésta primera bóveda (G1) se apoya sobre los dos pilares que también sustentan la bóveda de la capilla C1 (p.1 y p.2) por un lado. Por el otro, completan los soportes un pilar de gran tamaño situado en la boca del ábside (p.4), y el siguiente (p.5), de menor medida y con una sección diferente al resto.

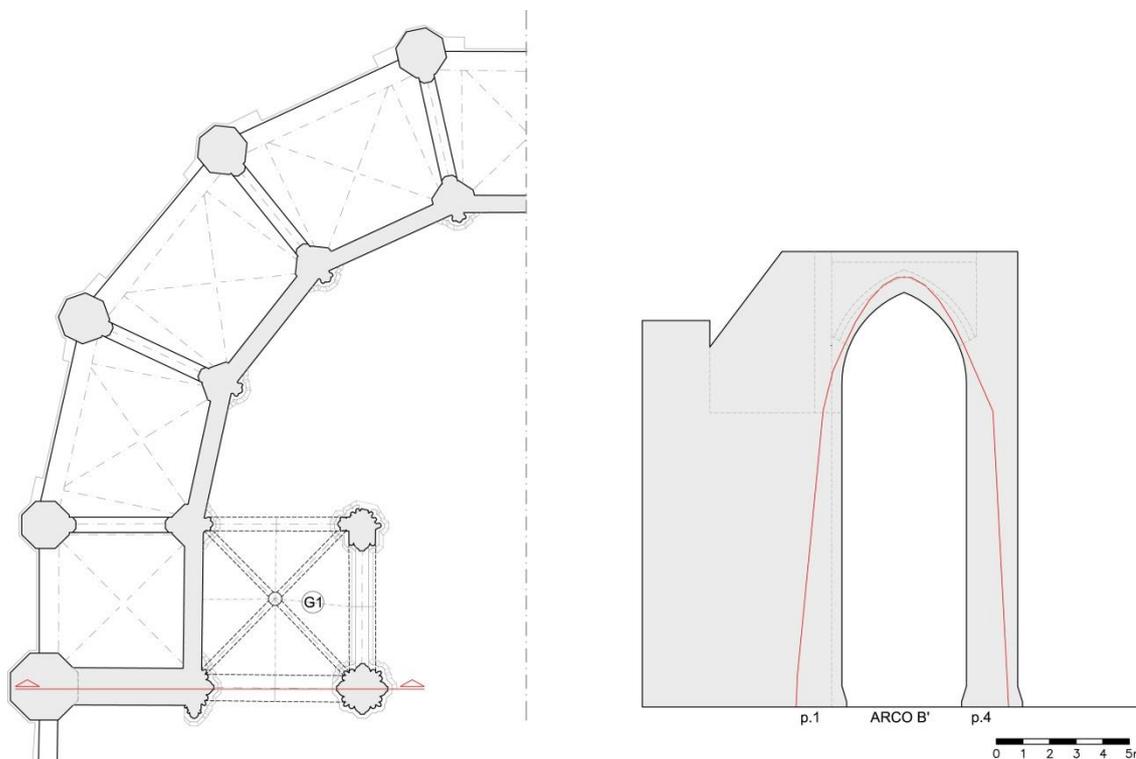


Figura 6.12. MCO.08: construcción de la primera bóveda del deambulatorio (G1), sección Arco K y Arco B'.

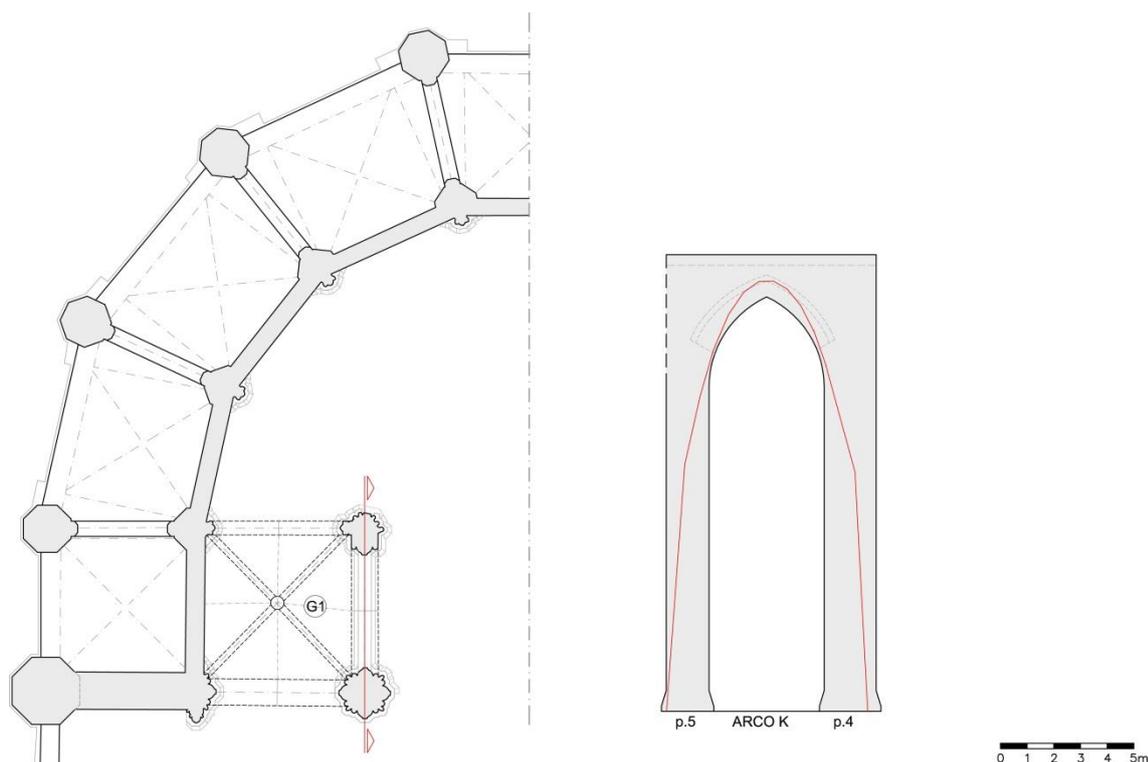


Figura 6.13. MCO.08: construcción de la primera bóveda del deambulatorio (G1), sección Arco K y Arco B'.

El pilar (p.4), con una sección mayor en relación al resto, presenta una solución estable aunque cercana al límite de la fábrica, tanto en sentido longitudinal como transversal (Figura 6.12 y Figura 6.13). A demás, en uno de los lados el nivel del suelo esta situado en una cota inferior, por lo que la estabilidad de este pilar podría estar comprometida.

En el siguiente tramo (Figura 6.14), el pilar (p.2) experimenta una mejora significativa al equilibrarse los empujes con la construcción de la bóveda (G1), mientras en el segundo pilar situado entre el deambulatorio y el presbiterio (p.5), la LDP queda en el límite de la fábrica para ambos ejes de incidencia. Esto evidencia la necesidad desde el punto de vista mecánico de modificar la sección del pilar en relación al resto, apantallándolo en el sentido longitudinal de la nave.

La ejecución de la siguiente bóveda (G2) (MCO.09) supondrá un comportamiento similar a la de la primera bóveda (G1). No se observa un cambio significativo en la estabilidad de (p.2), mientras (p.5) mejora sensiblemente al equilibrarse los esfuerzos entre las bóvedas. Los pilares (p.3) y (p.6) repiten el comportamiento de (p.2) y (p.5) en el caso anterior. La construcción de la siguiente bóveda (G3) (MCO.10) repetirá el mismo esquema mecánico.

Por tanto, la construcción de las bóvedas del deambulatorio se puede realizar sin reforzar la estructura de las capillas, mientras los pilares del presbiterio (a excepción de los dos situados en la boca del ábside) posiblemente necesitaran disponer de un elemento auxiliar que garantizase su estabilidad.

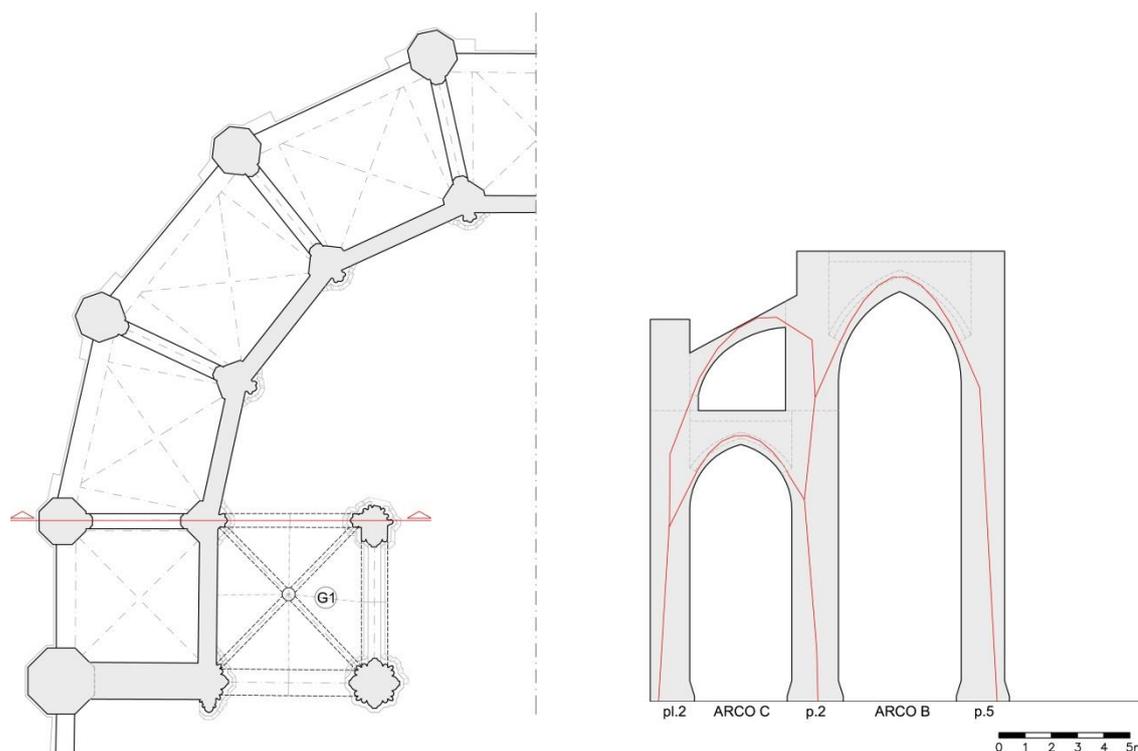


Figura 6.14. MCO.08: construcción de la primera bóveda del deambulatorio (G1), sección Arco B.

6.3.4. Nivel 3

Construcción del muro de cierre, pináculos y arbotantes

Una vez completadas las bóvedas del deambulatorio, se procede al levantamiento del muro de cierre del presbiterio, junto con la construcción de pináculos y arbotantes, y del contrafuerte. Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el Nivel 2, se procede directamente a la comprobación de la estabilidad con la totalidad de los elementos exteriores construidos (MCO.11).

La construcción del siguiente nivel del contrafuerte, ubicado en la boca del ábside, tendrá un efecto desfavorable sobre el pilar (p.4), ya que incrementará el empuje del arco B'. Esto provocará que sea muy difícil encontrar una LDP conenida en la sección del pilar, y aún considerando el caso más favorable, la línea quedará en el límite de la base. Paralelamente, la construcción del muro de cierre también provocará un aumento del empuje del arco K sobre el mismo pilar, con un efecto similar al anterior. Por otra parte, el pilar (p.5) seguirá siendo estable a pesar del incremento de carga del arco K, cuyo empuje quedará compensado por el arco G. Así una vez más se demuestra la necesidad de modificar la sección de éste pilar para adaptarlo a la disposición asimétrica de los arcos que en él inciden (Figura 6.15).

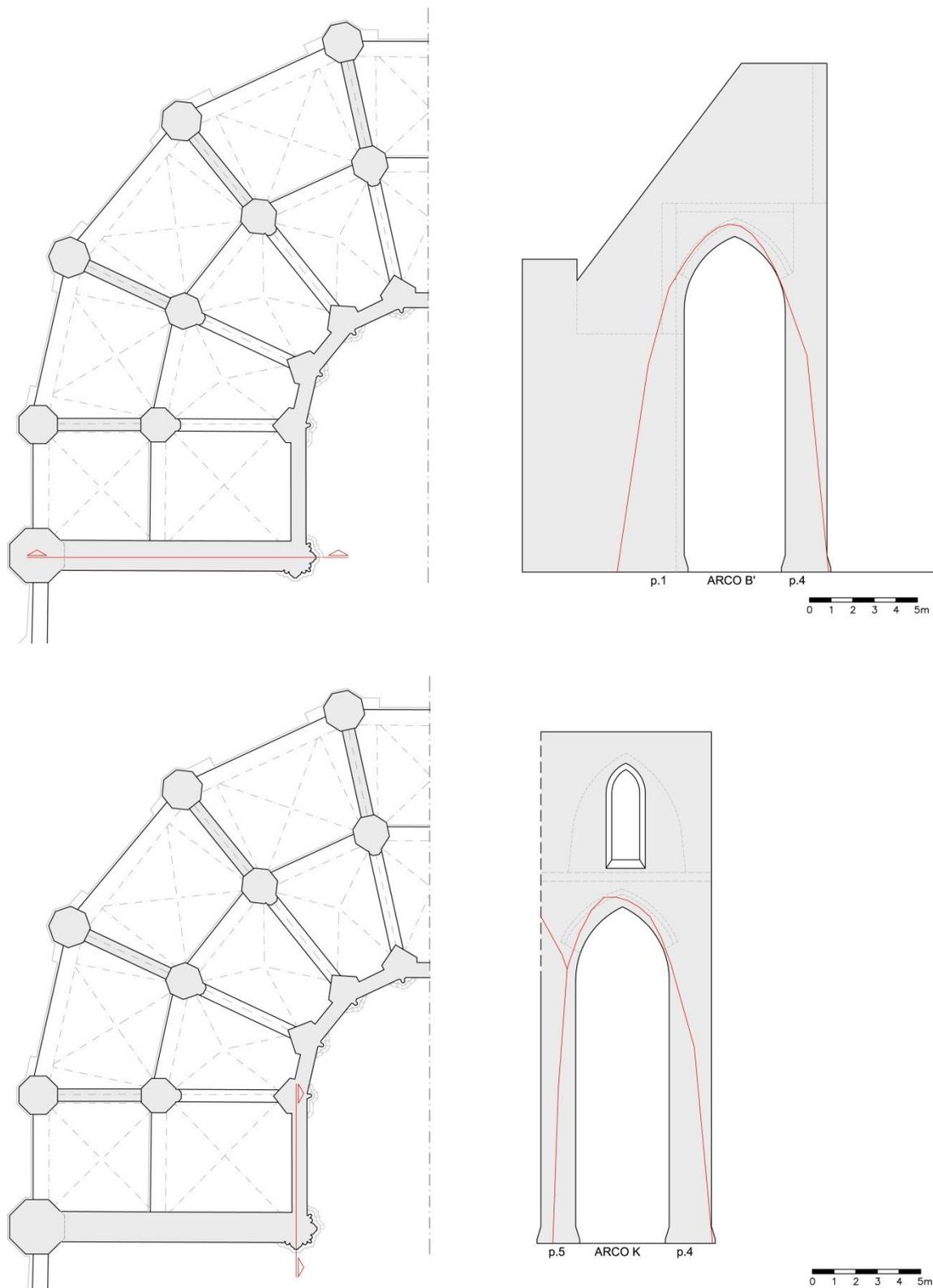


Figura 6.15. MCO.11: construcción del muro y contrafuerte del Nivel 3, sobre la bóveda (G1).

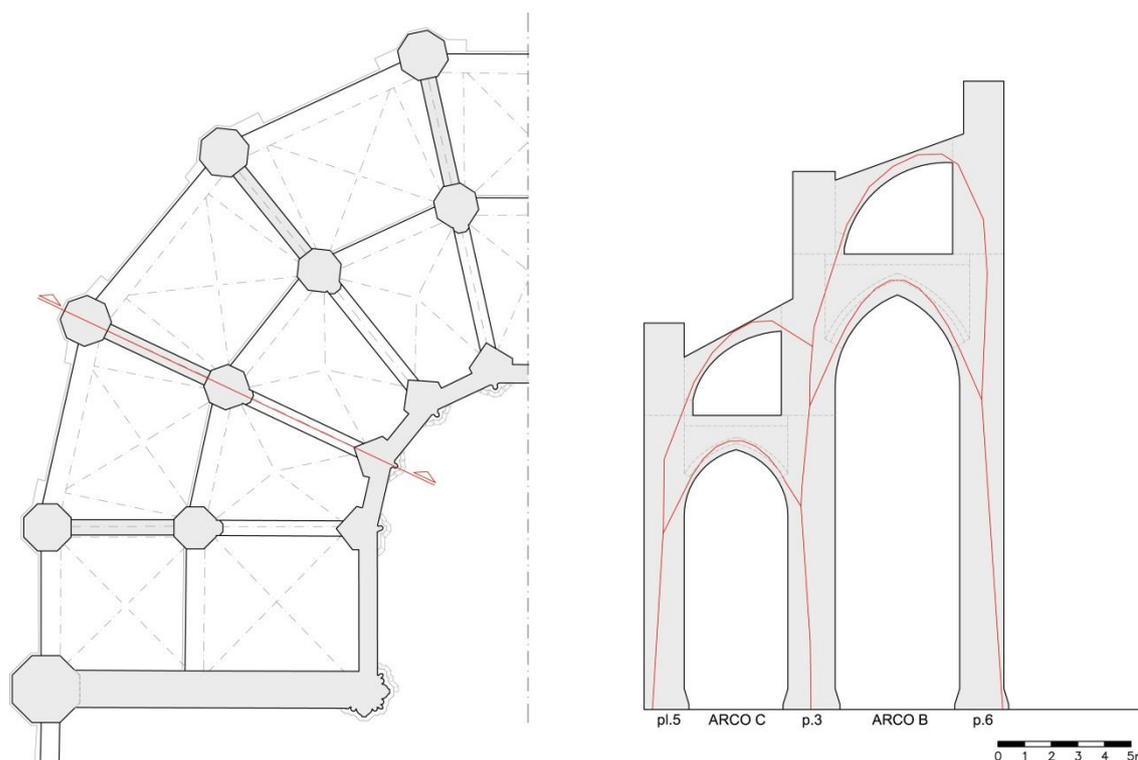


Figura 6.16. MCO.11: construcción de pináculos y arbotantes del Nivel 3.

En cuanto a la sección característica (Figura 6.16), la construcción del pináculo y su arbotante tiene un efecto favorable sobre el pilar central (p.3), centrando ligeramente la LDP. Por el contrario, el empuje provocado por el arbotante, considerando la hipótesis más favorable, deja la LDP en el límite de la base del pilar (p.6), por lo que el equilibrio podría verse comprometido. La aplicación de un empuje horizontal de entre 76 y 165 kN permite situar la LDP en el tercio central de la base del pilar.

Colocación de la clave mayor y cierre del presbiterio

Esta fase supondrá la culminación del proceso constructivo del ábside. Tal y como se ha descrito en apartados anteriores, la clave será el primer elemento en ser ubicado en su posición, y a continuación se irán cerrando las bóvedas desde la boca del ábside. El presbiterio consta de 10 nervios y una moldura situada en el eje longitudinal que no ejerce empuje alguno. Mecánicamente, la disposición de los elementos implica 3 casuísticas diferentes, en función de la superficie y geometría de los plementos. A demás, el cálculo deberá considerar el equilibrio en la clave, de forma que la suma de esfuerzos horizontales deberá ser igual a 0.

Tal y como cabía esperar, la construcción del Arco A, y de la bóveda correspondiente, permite equilibrar con facilidad el pilar (p.4) en sentido transversal (Figura 6.17). En sentido longitudinal, habrá que esperar a la construcción del primer tramo de la nave para equilibrar el empuje con la acción de los arcos y bóvedas concurrentes.

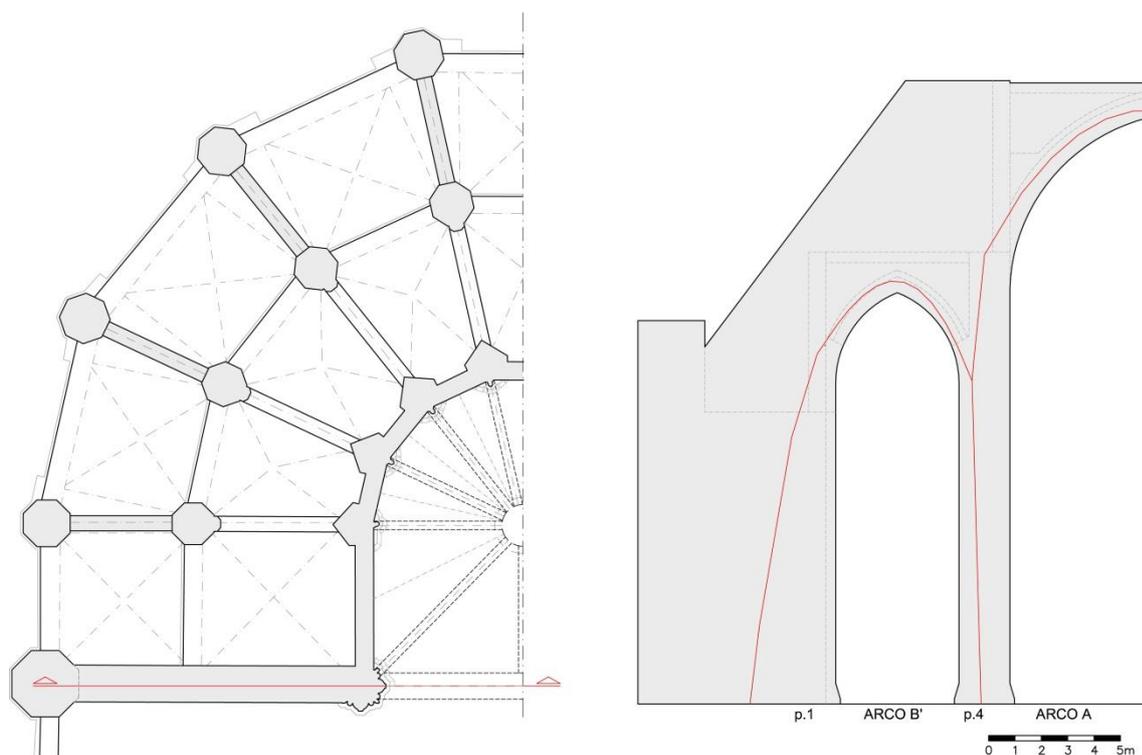


Figura 6.17. MCO.12: construcción del Arco A, situado en la boca del ábside.

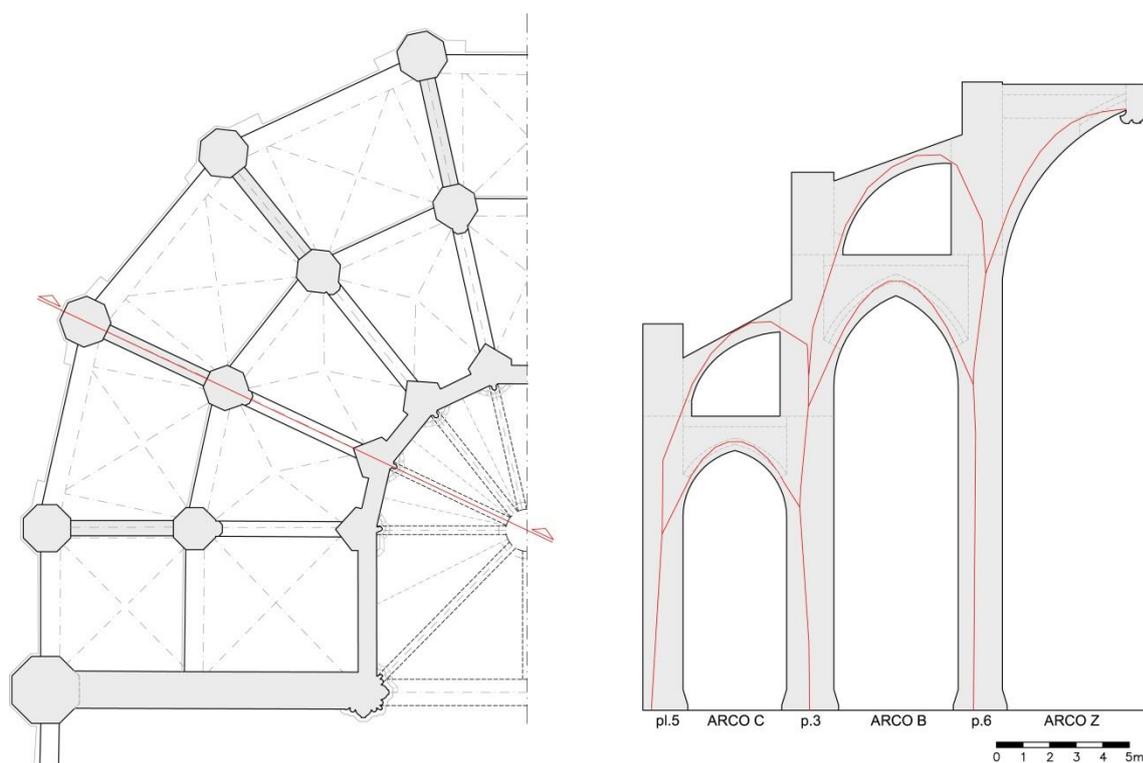


Figura 6.18. MCO.12: construcción de los nervios de las bóvedas del presbiterio.

La construcción de los nervios diagonales y sus respectivas bóvedas. también permitirá equilibrar los empujes sobre los pilares situados entre el deambulatorio y el presbiterio (p.5 y p.6) (Figura. 6.18). Con el cierre de las bóvedas del presbiterio, el ábside estará completo mecánicamente, ya que todos sus elementos estarán en equilibrio.

6.3.5. Conclusiones

En líneas generales, los resultados del cálculo son coherentes con los obtenidos en el apartado anterior. Ha sido posible encontrar soluciones estables para todos los momentos constructivos analizados, aunque en algunos casos se encuentran en el límite de la sección. En coherencia con la teoría del análisis límite, esto sería suficiente como para considerar la estructura estable, pero cabe tener en cuenta que algunas de estas situaciones de estabilidad precaria se alargaron durante periodos largos de tiempo. A demás, el cálculo no ha considerado acciones accidentales o sobrecargas de uso, ni tampoco acciones horizontales de viento o sismo. Por tanto, es lógico concluir que se dispusiera de un sistema auxiliar que garantizara la estabilidad de la estructura durante la construcción.

Los resultados son especialmente críticos en la construcción del deambulatorio y el presbiterio, donde sería necesario situar elementos que compensaran los empujes horizontales de arcos y bóvedas en dirección al centro del ábside. También cabe considerar la utilización de puntales en la construcción de las capillas, ya que la solución en el lado del deambulatorio también es muy ajustada.

En el siguiente apartado se desarrollan con mayor profundidad los aspectos más relevantes del estudio, relacionando los resultados con el contexto general de la obra de construcción-deconstrucción.

7. DISCUSIÓN SOBRE LOS RESULTADOS

7.1. Valoración general

Los estudios desarrollados han permitido precisar el proceso de construcción-deconstrucción de la Catedral Gótica de Tortosa desde un punto de vista constructivo, pudiendo ir más allá de los datos aportados por la historiografía.

El nuevo levantamiento realizado con técnicas de captura masiva de datos ha permitido obtener una nueva base topográfica con una precisión sin precedentes, pudiendo definir un modelo digital en tres dimensiones de la geometría de la catedral gótica. Por otra parte, la prospección del subsuelo ha permitido ubicar los restos de la Seo Románica y definir su modelo constructivo. Con ello se ha podido comprobar volumétricamente el encaje entre los dos edificios durante el proceso. Paralelamente, la prospección realizada también ha aportado evidencias físicas de la existencia y ubicación del *pilar major*. Finalmente, el análisis estructural ha permitido identificar los momentos constructivos en los que era necesaria la intervención de algún elemento auxiliar de soporte que garantizara la estabilidad del conjunto. Con estos datos se concreta la función del pilar como elemento auxiliar esencial en la construcción de las bóvedas del deambulatorio y el presbiterio.

Así, es posible imaginar la interacción entre ambos edificios durante la construcción. El uso de la Seo Románica no se interrumpió durante el proceso, y fue progresivamente reemplazada por la nueva construcción gótica. La ejecución de este proceso implica un grado de complejidad muy elevado, ya desde el mismo replanteo de la obra, pero también ofrece ventajas. Se dispone de una estructura resistente que alcanza una cierta altura y que por tanto puede utilizarse como elemento auxiliar de soporte durante la construcción, de forma que puntales y cimbras pueden apoyarse en la fábrica románica.

Tal y como se ha comprobado, el encaje volumétrico entre los dos templos hace compatible la coexistencia entre el tramo en construcción de la gótica y la parte románica correspondiente. Desde el punto de vista de la economía de la obra esto permite, por una parte, garantizar la protección frente a las inclemencias del tiempo, y especialmente del agua de lluvia. Por otra, se reduce la cantidad de material necesario en la construcción de los andamios que definirán las superficies de trabajo.

De entre los resultados obtenidos en el estudio de las condiciones de equilibrio durante la construcción, destaca la necesidad de disponer, en cada nivel constructivo, de un elemento de contrarresto en los pilares mientras no se ejecuta el nivel superior. Esto se debe a que el conjunto estructural está diseñado de forma que los empujes de los distintos elementos se compensan entre si. Cuando falta alguno de ellos, es necesario situar un elemento auxiliar que permita compensar los empujes. A continuación se exponen de manera más extensa los resultados y conclusiones obtenidos.

7.2. Campañas y definición geométrica

Las campañas realizadas han aportado conclusiones sobre diferentes aspectos, tanto sobre los sistemas de levantamiento topográfico utilizados como sobre la propia catedral.

A nivel de operativa, se ha podido testear y comparar la aplicación de distintas técnicas de captura masiva de datos para el levantamiento de un espacio arquitectónico complejo como es el ábside de una catedral gótica. Los dos sistemas utilizados, la fotogrametría digital y el escáner láser terrestre, han ofrecido buenos resultados en cuanto a precisión general, pero la fotogrametría también ha planteado ciertas limitaciones. Las condiciones de luz interior dificultan el proceso de fotografiado y la complejidad del espacio complica la operativa al tener que realizar muchas capturas parciales para poder después montar el conjunto en un único sistema de coordenadas. Por tanto, el sistema que se ha mostrado más eficiente y el que se ha utilizado como base del estudio ha sido el escaneado láser, reservando la fotogrametría para levantamientos parciales en los que tiene especial importancia la textura del elemento. Así, ambas técnicas pueden utilizarse de forma complementaria en función del tipo de documentación que quiera obtenerse.

Por otra parte, la base topográfica obtenida ofrece la posibilidad de analizar la geometría de los elementos constructivos, antes inaccesibles a causa de la altura. Así, se han podido identificar variaciones, en algunos casos significativas, en la geometría de las bóvedas. A simple vista, podemos identificar tres tipos de bóveda, las bóvedas de planta cuadrada de las capillas, y las bóvedas del deambulatorio, dos de planta cuadrada y siete de planta trapezoidal. El levantamiento ha revelado diferencias substanciales en la geometría de bóvedas de un mismo tipo, pudiendo relacionar algunas de estas alteraciones con el proceso constructivo. A demás, también ha sido posible matizar la última fase de construcción de las capillas, identificando unas diferencias formales que pueden indicar un cambio en el maestrazgo no documentado en las fuentes históricas.

El levantamiento realizado también ha permitido analizar en detalle un elemento tan significativo como es la *Clau Major*. A través de los datos topográficos ha sido posible revisar su geometría y establecer una hipótesis sobre la entrega de los 11 nervios concurrentes que la sostienen en el vacío.

Finalmente, las anomalías identificadas han permitido definir, por una parte, la ubicación precisa del *pilar major*, cuyos cimientos son perfectamente visibles, situados a tan solo 30 cm por debajo del nivel del suelo. Por otra parte, también ha sido posible identificar los restos de los cimientos de la Seo Románica. Las anomalías detectadas revelan claramente una parte importante del ábside románico y la fachada principal, definiendo así la longitud del templo. Otras anomalías se han podido relacionar con los cimientos de los pilares, y a través de la analogía con otros modelos tipológicos, ha sido posible definir un modelo teórico para la antigua seo.

El templo románico tuvo diversas funciones durante la construcción de la nueva catedral gótica. Por una parte, el encaje entre los dos edificios permitió mantener el uso del espacio durante el desarrollo de la obra. Se ha comprobado volumétrica y constructivamente cómo fue posible la convivencia entre ambos edificios en perfecta simbiosis durante siglos, pero además, la estructura de fábrica románica debió servir como elemento auxiliar donde apoyaban puntales, andamios y cimbras que permitieron levantar la nueva catedral gótica..

7.3. Análisis constructivo y de las condiciones de equilibrio

La estructura del ábside requiere la participación de todos sus elementos constructivos para formar un conjunto estable. El sistema de contrarresto es fundamental, y debe soportar los empujes de arcos y bóvedas una vez se ha cerrado el conjunto. Siglos de historia y un plomo perfecto de los elementos verticales revelan un estado de equilibrio sin problemas. Este sistema complejo puede presentar un comportamiento muy distinto cuando falta alguno de sus elementos. Durante la construcción, la estabilidad en las fases intermedias se ha de garantizar mediante la utilización de elementos auxiliares.

El procedimiento analítico ha permitido evaluar la estabilidad de los elementos estructurales en las diferentes fases constructivas, identificando aquellas en las que el margen de seguridad era más restrictivo. Así ha sido posible determinar los momentos constructivos en los que era necesario situar algún elemento auxiliar que garantizara la estabilidad del conjunto.

El cálculo se ha realizado sin considerar cargas accidentales, empujes horizontales de viento o sismo, así como tampoco se han utilizado coeficientes de seguridad. Por tanto, a nivel general se ha considerado que los pilares cuya línea de presión (LDP) en la base esté en el límite plantean problemas de equilibrio. Estas fases intermedias de construcción, en algunos casos duraron varios años, y en ese tiempo pudieron darse alteraciones en las condiciones de carga. Es lógico suponer que los niveles completos pudieran servir como plataforma para el acopio de material y para la ubicación de elementos de elevación. Esto incrementaría notablemente la carga y en consecuencia el empuje de las bóvedas. A continuación se sintetizan las conclusiones principales obtenidas en los elementos de contrarresto:

- Muro de cierre (pl.1-pl.6): siempre es posible encontrar una LDP contenida en la sección. En algunos casos es posible considerar secciones mínimas en las que no se tiene en cuenta la longitud completa del muro, y en otros es necesario calcular con la totalidad del muro. A demás, su disposición en forma de U le confiere mayor estabilidad, por tanto no se considera que pudiera necesitar elementos de soporte auxiliares.
- Pilares capillas/deambulatorio (p.2, p.3): en las fases iniciales de la construcción es posible encontrar LDPs contenidas en la sección, pero se encuentran siempre muy al límite en la base, especialmente en dirección radial. La ubicación de un puntal que provocara un empuje horizontal de entre 76 y 165 kN (en el caso más desfavorable y en sentido radial) permitiría situar la LDP en el tercio central. Este puntal podría estar

apoyado en la estructura de la Seo Románica. El análisis detallado ha permitido identificar el efecto favorable de los arcos concurrentes en sentido perimetral, una vez construido el muro superior.

- Pilares deambulatorio/presbiterio (p.5, p.6): tal y como sucede con los pilares anteriores, la LDP en la base queda en el límite de la sección, comprometiendo la estabilidad de la estructura. Un puntal que produjera un esfuerzo de contrarresto de entre 25 y 100 kN (en el caso más desfavorable y en sentido radial) permitiría situar la LDP en el tercio central de la base del pilar. En este caso, el puntal se apoyaría en el *pilar major*, que permitirá de forma sencilla compensar los empujes de todo el sistema. Los diferentes empujes horizontales se equilibrarían en la cabeza del pilar, obteniendo una solución estable del conjunto.
- Pilares boca del ábside (p.1, p.4): el pilar (p.1) no presenta problemas gracias al muro de separación entre al ábside y la nave, mientras el pilar (p.4) plantea un comportamiento similar a los anteriores, con la LDP en el límite de la sección del pilar. Un esfuerzo horizontal de entre 183 y 367 kN (en el caso más desfavorable y sentido transversal) permitiría ubicar la LDP en el tercio central de la base.

7.3.1. Consideraciones sobre los elementos constructivos

El estudio e interpretación de las líneas de presión también ha puesto de manifiesto algunos aspectos sobre el equilibrio global de la estructura.

Comportamiento mecánico del trespól

Diversos autores han señalado la posible capacidad portante del trespól, y de hecho así lo han demostrado algunos sucesos como los de Santa Maria del Mar o Santa Maria del Pi, donde el derrumbe de las bóvedas de piedra no ha provocado el colapso de este. Siendo un elemento que básicamente funciona a compresión, cabe considerar la posibilidad de que se forme un arco de descarga en el interior del grosor de mortero de cal. Se han analizado las repercusiones en el equilibrio global en el ábside de la catedral de Tortosa al considerar el trespól como un elemento independiente que provoca empujes sobre la estructura.

Los resultados no han permitido obtener una combinatoria de fuerzas contenida en la sección, por lo que, a efectos de cálculo, se ha considerado el trespól como un peso muerto. A pesar de ello, no puede desestimarse la capacidad resistente de este elemento, ni tampoco el efecto favorable que puede ejercer en la globalidad de la estructura como elemento rigidizador. Especialmente en el caso de empujes horizontales, por ejemplo provocados por un seísmo, la forma en herradura del ábside, atada a través de un elemento rígido favorecería la respuesta de la estructura. Por tanto, el estudio realizado no es concluyente y sería necesario considerar otras opreativas que permitan analizar el comportamiento de la estructura en tres dimensiones.

La función de los arbotantes

El estudio también ha revelado que, si consideramos únicamente esfuerzos gravitacionales, la estructura no necesita de la intervención de los arbotantes para ser estable. Durante la construcción tampoco tendrán un efecto favorable, ya que provocan un empuje hacia el centro del ábside cuando aún no hay ningún elemento que lo contrarreste. Si tendrán un efecto favorable los pináculos, como es lógico, ya que el peso adicional que añaden ayuda a verticalizar los empujes de arbotantes, arcos y bóvedas. Cabría plantear el beneficio de los arbotantes en el caso de sismo u otros empujes horizontales, especialmente durante la construcción, pero teniendo en cuenta la configuración estructural del ábside y su altura posiblemente no sea relevante.

Impostas de arcos y nervios en las capillas

Los numerosos tanteos realizados han demostrado que las variaciones en el punto de aplicación de los empujes apenas afectan al equilibrio de los pilares en las fases iniciales de construcción. Esto es debido a la relación entre el peso de los elementos que producen empujes y el peso de los elementos de contrarresto, y también en gran medida a la altura de éstos. Así, en las fases constructivas del Nivel 2, el sistema de fuerzas es más sensible a las variaciones de las hipótesis, ya que la altura es mayor y por tanto también lo será el momento en la base.

La decisión de situar las impostas de los arcos y nervios de las capillas a diferentes alturas podría responder a la voluntad de descomponer el punto de aplicación de los empujes. Este hecho plantea un efecto favorable para la estabilidad, pero de acuerdo con los resultados del cálculo la influencia en el equilibrio global será poco significativa. A demás, la lógica constructiva sugiere que, a pesar de que las impostas estén situadas a diferentes alturas, la altura del relleno macizo será igual para todos, por lo que mecánicamente la cota de arranque será común. Finalmente, señalar que las impostas no siempre coinciden con el arranque geométrico del arco, de forma que en algunos casos se dispone un tramo recto encima de la imposta. Por tanto, la situación de diferentes líneas de imposta responde a criterios estéticos y no mecánicos.

Variaciones de diseño en los pilares

El análisis evidencia algunos matices en el diseño de los pilares del ábside. Los pilares de las capillas tienen una sección apantallada en la dirección del arco perpieño. Esta disposición es lógica, y acorde con el concepto estructural del ábside, ya que recoge los empujes de los arcos principales, situados entre las bóvedas. El estudio demuestra que los pilares tienen un estribo más que suficiente para garantizar la estabilidad del conjunto una vez completa la estructura, ya que es fácil encontrar diversos sistemas de fuerzas en equilibrio. Así, la holgura en el diseño de la sección respondería a dos principios. Por una parte, se trata de un sistema experimental que permitía liberar el muro de separación entre capillas, por lo que es lógica una cierta sobredimensión. Por otra, la mayor sección en sentido longitudinal favorece la estabilidad del

conjunto durante la construcción, con las evidentes ventajas que esto supone para la puesta en obra, pudiendo así optimizar los medios auxiliares necesarios.

En cuanto a los pilares del deambulatorio, se ha comprobado como las tres tipologías existentes responden perfectamente a la disposición de los elementos que sustentan. El pilar de la boca del ábside es de mayor tamaño que el resto, ya que tendrá que soportar una carga mayor y recibir empujes asimétricos debido a la disposición de las bóvedas y arcos concurrentes. El segundo pilar del presbiterio tiene una sección ligeramente alargada respecto al eje longitudinal de la nave para poder compensar el empuje de la primera bóveda del deambulatorio. Su empuje tendrá una magnitud superior al resto debido a que la bóveda tiene mayor tamaño. Además, los arcos formeros situados a continuación deberán tener una reacción de empuje máximo para compensar la acción del primero. Los arcos apuntados situados a media altura entre los pilares del presbiterio también tendrán una función como elemento rigidizador. Finalmente, los pilares restantes están en perfecto equilibrio una vez completado el ábside, pero su sección ligeramente alargada en sentido radial favorecerá el equilibrio durante la construcción, a pesar de que sea necesario algún elemento auxiliar.

Equilibrio en las claves de bóveda

El equilibrio en la clave de las bóvedas de las capillas no plantea ninguna dificultad, el despliegue a partir de una planta cuadrada configura una doble simetría que equilibra los empujes. Por el contrario, la configuración trapezoidal de las bóvedas del deambulatorio provoca que los nervios situados en la zona más estrecha ejerzan un empuje mayor, debido a su geometría más rebajada y a su mayor longitud. Por tanto, para que la suma de momentos en la clave sea igual a cero, el empuje de los nervios situados en el lado más ancho deberá ser máximo, mientras en los opuestos tenderá a ser mínimo.

El caso de la *Clau Major* es más complejo, ya que la disposición de los nervios plantea dos situaciones muy distintas. Por un lado, tenemos los dos nervios diagonales (Nervios X) que, junto con el arco toral de la boca del ábside (Arco A) y las dos ojivas transversales (Nervios Y), definen los plementos que cierran la primera mitad del presbiterio. En el lado opuesto, tenemos los 7 nervios diagonales (Nervios Z) que completan el cierre abovedado. Así, estos 7 nervios (Z) deben equilibrarse con los dos primeros (X), por lo que su empuje tenderá a ser máximo, equilibrando a su vez el resto del sistema en los pilares que los sustentan. El ángulo de incidencia, la altura y la magnitud de los empujes será distinta para cada arco.

La *Clau Major* tiene por tanto un papel fundamental como elemento estabilizador que recibe los empujes de todos los nervios, quedando en equilibrio y suspendida en el aire gracias a las fuerzas de compresión. Por otra parte, el análisis revela que en cuanto al equilibrio global de la estructura, este gran peso apenas afecta a la LDP resultante en la base de los pilares. Así, las grandes dimensiones de la clave responden a una cuestión simbólica, a la vez que, desde el punto de vista mecánico, garantiza la correcta distribución de los empujes de los nervios.

El pilar mayor

Los procedimientos desarrollados han permitido obtener evidencias físicas sobre la ubicación precisa del *pilar mayor*, y corroborar desde un punto de vista mecánico la necesidad de disponer de un sistema auxiliar que garantice el equilibrio de la estructura durante la construcción de las bóvedas del deambulatorio y del presbiterio. Por tanto, la estabilidad del ábside en los estadios intermedios de construcción se conseguirá a través de un sistema de puntales que contrarresten los empujes de arcos y bóvedas. En el caso de los pilares situados entre el deambulatorio y el presbiterio, los puntales serán concurrentes en el pilar, y su disposición simétrica permitirá fácilmente equilibrar los esfuerzos horizontales.

7.3.2. Consideraciones sobre el cálculo

Complementariamente, el cálculo también ha permitido reflexionar sobre la aplicación de ésta operativa en estructuras complejas como la del ábside de Tortosa:

- La verificación estructural planteada por el análisis límite a través de líneas de presión permite trasladar el problema a una cuestión bidimensional, aunque el grado de complejidad en el caso de un ábside gótico es muy elevado.
- En líneas generales, los resultados de ambas aproximaciones no implican cambios significativos en la valoración general del conjunto estructural, siendo el cálculo manual el más restrictivo.
- La semi-automatización del análisis a través de una hoja de cálculo permite encontrar con relativa facilidad rangos de soluciones posibles, a pesar de que, como se ha comprobado, limita la concreción de modelos. A demás, implica un alto grado de simplificación del problema para una estructura de estas características.
- El cálculo manual a través de entornos Cad permite incrementar el nivel de detalle, pudiendo matizar algunos aspectos. Por el contrario, la operativa consume gran cantidad de tiempo, especialmente si es necesario encontrar un rango amplio de soluciones posibles.
- La comparación entre los resultados obtenidos por ambas aproximaciones revela que la tridimensionalidad de la estructura puede alterar la posición de las LDPs. Concretamente, debido al efecto favorable de los empujes oblicuos en los pilares de las capillas, las soluciones encontradas a través del cálculo manual tienen una posición más cercana al centro de gravedad del pilar en su base.
- La comparación con el método de los cortes revela que no hay diferencias significativas de resultados para una estructura de éstas características.

8. CONCLUSIÓN

La construcción de una catedral es siempre un hito en la historia de cualquier ciudad, pero también supone un gran reto técnico. Los procedimientos analíticos actuales permiten evaluar la estabilidad de las estructuras de obra de fábrica y deducir sus mecanismos de colapso. El estudio de las condiciones de equilibrio del ábside de la Catedral de Santa María de Tortosa ha demostrado la necesidad de disponer elementos auxiliares que garantizasen la estabilidad de la estructura durante las fases intermedias de construcción.

Según la teoría del análisis límite, si es posible encontrar una combinación de fuerzas contenidas en el interior de la sección de la fábrica, la estructura se considera estable. En el ábside gótico de Tortosa, es posible encontrar soluciones estables en todos los momentos constructivos analizados, pero las líneas de presión quedan en el límite de la sección en la base de los pilares, aun considerando soluciones extremas en arcos y bóvedas. Esto indica que la fábrica trabaja al límite, y que el margen de seguridad para adaptarse a alteraciones en las condiciones de equilibrio está peligrosamente limitado. En el cálculo solo se han considerado las cargas gravitatorias de los elementos constructivos, por lo que cualquier alteración de los esfuerzos puede desestabilizar el conjunto, provocando el vuelco de los pilares.

La estabilidad de la estructura acabada se consigue a través del equilibrio entre los empujes de los distintos elementos constructivos y sus estribos correspondientes. Por tanto, las situaciones de asimetría producen situaciones muy desfavorables en las que el equilibrio puede verse comprometido. La utilización de elementos auxiliares de contrarresto garantiza la estabilidad de la estructura en las fases intermedias de construcción, y en este sentido, la Seo Románica debió ser utilizada como parte del sistema auxiliar. Así, su estructura se pudo utilizar como elemento de soporte de puntales y andamios.

El análisis ha revelado que el muro perimetral del ábside gótico tiene estribo suficiente para contrarrestar los empujes de arcos y bóvedas, pero no será así en el caso de los pilares de las capillas, en los que la solución es mucho más ajustada. Así, la ubicación de un puntal apoyado contra el muro del ábside románico garantizará la estabilidad de los pilares mientras no se completan los niveles superiores. Esta situación se agrava en el caso de los pilares del deambulatorio, de mayor altura. La utilización del *pilar major* adquiere aquí una importancia fundamental como elemento auxiliar polifuncional: deberá garantizar el equilibrio de la estructura durante la construcción del deambulatorio y el presbiterio, soportar el sistema de andamiajes, y también permitirá la colocación de la *clau major*, antes de iniciar el cierre del presbiterio. La secuencia constructiva estará totalmente condicionada por la existencia de este elemento. Mientras las capillas se construyeron de forma secuencial, las bóvedas del deambulatorio se cerrarán de forma simétrica, compensándose así los empujes a través de los puntales apoyados en el *pilar major*.

El estudio del equilibrio también ha puesto de manifiesto algunos aspectos constructivos relevantes sobre el ábside. En primer lugar, se ha teorizado sobre la posible capacidad portante del trespól de la cubierta. El análisis ha revelado que, en el caso de la catedral de Tortosa, no es posible obtener una solución estable si consideramos que puede formarse un arco de descarga en su interior, pero cabe plantear su efecto favorable en el caso de seísmo, como elemento rigidizador. Esta cuestión podría ser objeto de futuros estudios. También se ha comprobado que los arbotantes no son necesarios para la estabilidad del conjunto, cumpliendo así con una función en la evacuación de agua de la cubierta, pero como en el caso del trespól, podría analizarse su influencia en el caso de empujes horizontales.

En cuanto al diseño de los pilares del ábside, se ha comprobado la relación entre las variaciones tipológicas y los empujes que reciben, siguiendo una lógica estructural. Será el caso del apantallamiento de los pilares de las capillas, o del segundo pilar del presbiterio, así como de los pilares de la boca del ábside, de mayor tamaño. Por otra parte, las variaciones de altura de las impostas en las capillas pueden responder a la voluntad de descomponer los empujes, pero a efectos de estabilidad no influyen en el equilibrio global del pilar, ya que la magnitud de los empujes es muy pequeña y constructivamente la altura del macizo en el trasdós debe estar situado a una cota constante.

Por otra parte, las grandes dimensiones de la *Clau Major* responden a una doble función. Por una parte, como elemento simbólico que preside el ábside gótico, y por otra como elemento que permite el encaje no solo de las molduras de los nervios concurrentes, sino también de sus empujes, ya que éstos no tendrán ni la misma magnitud, ni el mismo punto de incidencia. El hecho de incrementar o reducir significativamente su peso en los modelos de cálculo, no altera las condiciones generales de equilibrio, pero tendrá un efecto favorable en el caso de movimientos de los estribos. Si se produjera una apertura del sistema de contrarresto, el empotramiento en el trespól reduciría el asiento de la clave, mientras que en caso de que el movimiento fuera hacia el interior, el peso de la clave evitaría que los nervios subieran, según el típico mecanismo de colapso de arcos apuntados.

Los estudios realizados han permitido concretar las condiciones de equilibrio de la estructura a lo largo del proceso de construcción del ábside gótico. Estos datos complementan las informaciones obtenidas a través de fuentes primarias y de la interpretación de la fábrica construida, pudiendo completar de forma rigurosa la descripción del proceso de construcción-deconstrucción de la Seo de Tortosa.

De forma complementaria, los datos obtenidos, tanto topográficos como estructurales, establecen una referencia documental sin precedentes para la conservación y mantenimiento del edificio, especialmente en cuanto a control de deformaciones y movimientos de la estructura.

Finalmente, como en cualquier proceso de investigación, el desarrollo y concreción del trabajo obliga a limitar su alcance, dejando la puerta abierta a futuras investigaciones. Así, el análisis estructural podría complementarse con otras técnicas, como los elementos finitos, que permitirían incidir en aspectos como la respuesta a sismo de todo el conjunto, y la influencia del trespól en el comportamiento global. En el ámbito de la historia de la construcción, se han establecido las bases para poder precisar geoméricamente el sistema de estructuras auxiliares utilizado en todo el proceso, pudiendo definir también con la misma metodología las condiciones de equilibrio de la nave en los estadios intermedios de construcción.

También la nueva base topográfica obtenida a partir del escaneado láser, plantea un gran potencial. Por una parte, desde el punto de vista del tratamiento geométrico, tanto el estudio pormenorizado de la nave con las técnicas expuestas, como la implementación y/o desarrollo de nuevas técnicas de estudio, pueden aportar nuevos datos sobre la fábrica gótica. Por otra, desde el punto de vista de la representación arquitectónica y la simulación virtual, es posible desarrollar nuevas formas de explicar y transmitir la información con fines didácticos.

ANEJO DOCUMENTAL

A1. ANEJO GRÁFICO

Uno de los objetivos del presente trabajo era la elaboración de una nueva base topográfica de la Catedral de Tortosa, con el fin principal de definir con precisión la geometría de arcos y bóvedas, así como del resto de elementos arquitectónicos. El uso de técnicas de captura masiva de datos en el proceso de levantamiento, ha permitido concretar esta nueva base documental sin precedentes. La explotación de los datos geométricos obtenidos ha sido parcial, y las potencialidades del levantamiento serán objeto de estudio en futuras investigaciones. Por otra parte, esta documentación también será de gran importancia para el mantenimiento y preservación del monumento, ya que establece una referencia del estado actual del edificio.

A continuación se exponen los diferentes documentos que muestran el proceso de generación y tratamiento de la información gráfica. El valor de las nubes de puntos, mallas y modelos 3D reside principalmente en la información en soporte digital que contienen. La definición de imágenes bidimensionales de los modelos 3D permite aproximar y sintetizar el contenido de estos archivos digitales.

El apartado A1.1. muestra algunas visualizaciones de las nubes de puntos obtenidas. El interés de esta documentación reside en las potencialidades de la propia nube de puntos y su tratamiento por medios informáticos para obtener información útil. Las imágenes generadas permiten visualizar las nubes de puntos de las superficies topografiadas, tanto de la basílica como del complejo catedralicio. Las capturas se han tomado con el mismo programa de gestión de nubes de puntos (Cyclone), el cual permite ajustar distintos parámetros de visualización, como la densidad de la nube o el tamaño de los puntos.

El apartado A1.2. recoge las mallas generadas a partir de las nubes de puntos (3DReshaper). La nube obtenida se caracteriza por las grandes dimensiones de la catedral, la cantidad de posicionamientos realizados y una densidad elevada de puntos. Como consecuencia, el procesado de la nube para obtener una malla tridimensional es lento y complejo. La malla tridimensional tiene por objetivo obtener los perfiles bidimensionales de arcos y nervios, así como la sección general del ábside y la nave. Así se ha trabajado con modelos parciales que permitían agilizar el proceso de mallado, al reducir el tamaño de los archivos, y por tanto la cantidad de puntos a procesar.

Una vez generadas las mallas, se parametriza la geometría de la fábrica por medio de líneas de sección. El apartado A1.3. recoge los perfiles obtenidos (Rhinoceros, 3DReshaper, AutoCad), a partir de los cuales se definirá la geometría de los modelos de cálculo. Complementariamente, se analiza la composición constructiva de las zonas ocultas de la fábrica por medio de modelos tridimensionales. A partir de las secciones obtenidas se genera un modelo simplificado, que permite interpretar la geometría de las zonas ocultas. El apartado A1.4 muestra algunas vistas de los modelos tridimensionales generados.

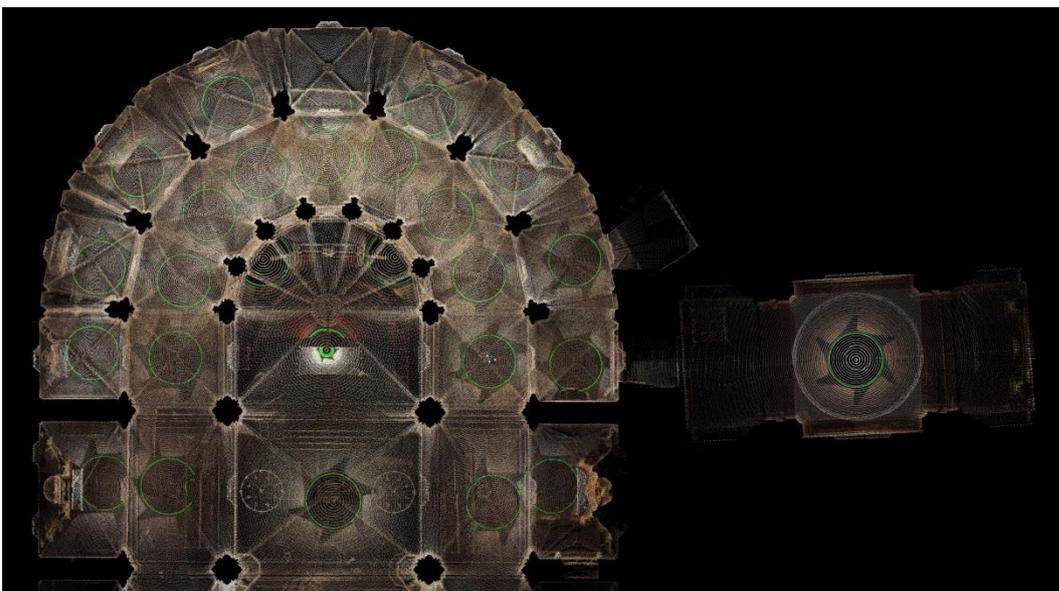
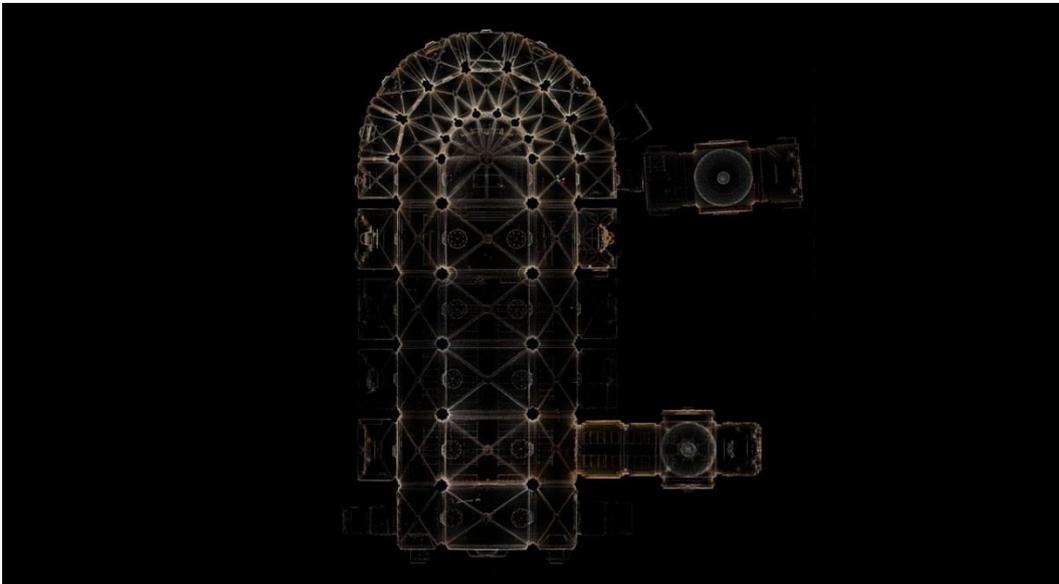
A partir de esta documentación, en el apartado A1.5 se establece la geometría de los elementos constructivos que servirá como base del análisis estructural. Finalmente, en el apartado 1.6 se muestra el análisis volumétrico completo del proceso de construcción / deconstrucción en el que la nueva catedral gótica substituye a la románica preexistente.

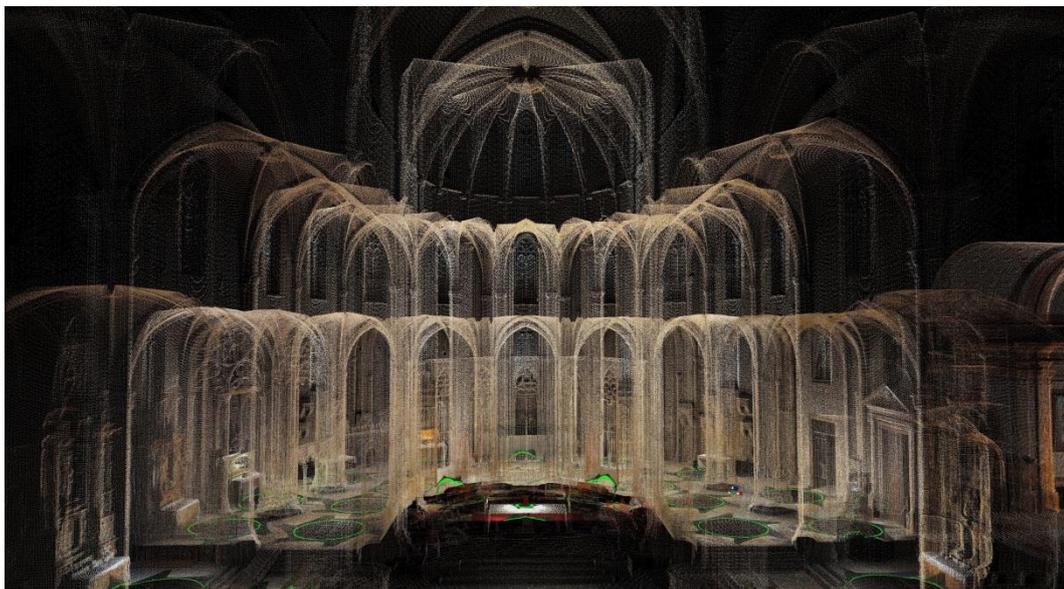
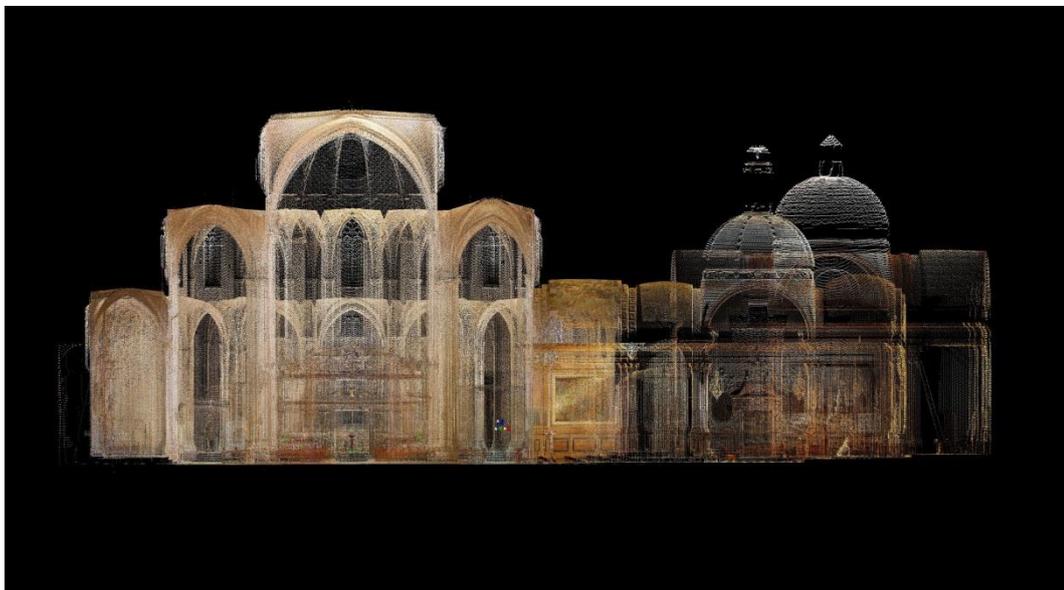
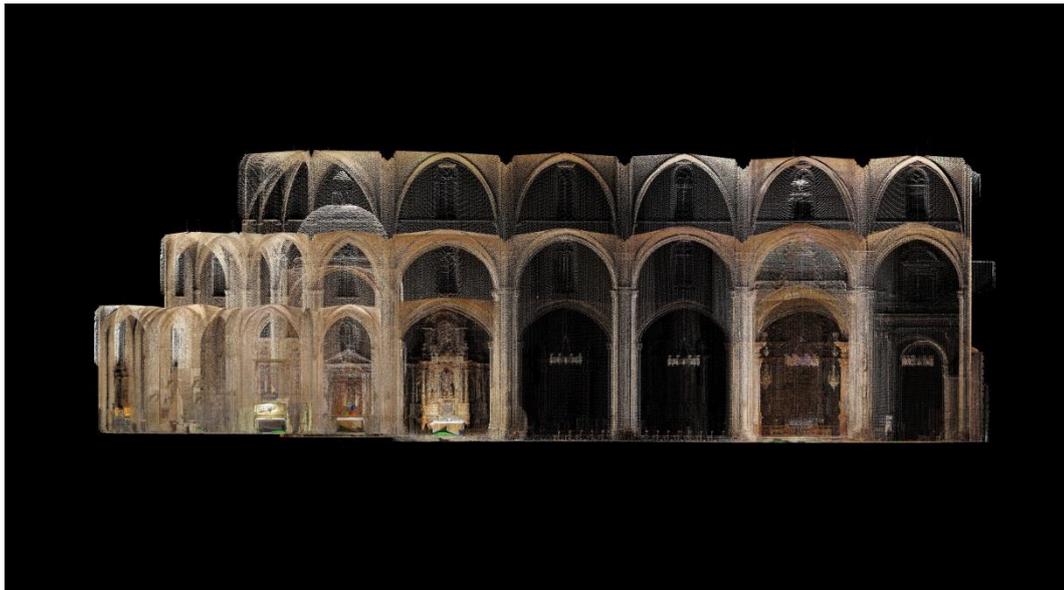
A1.1. Nubes de puntos.

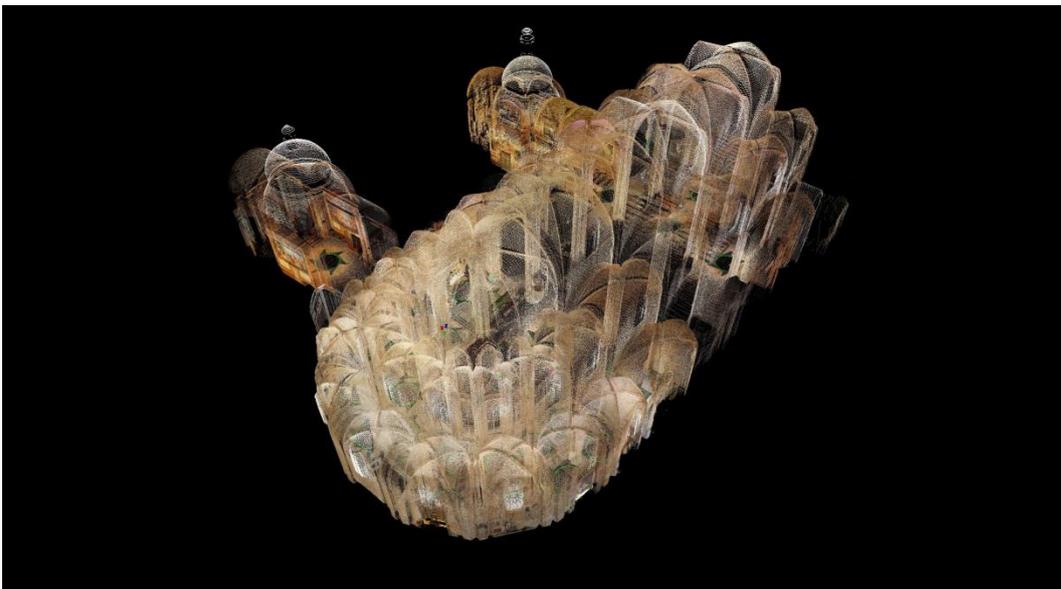
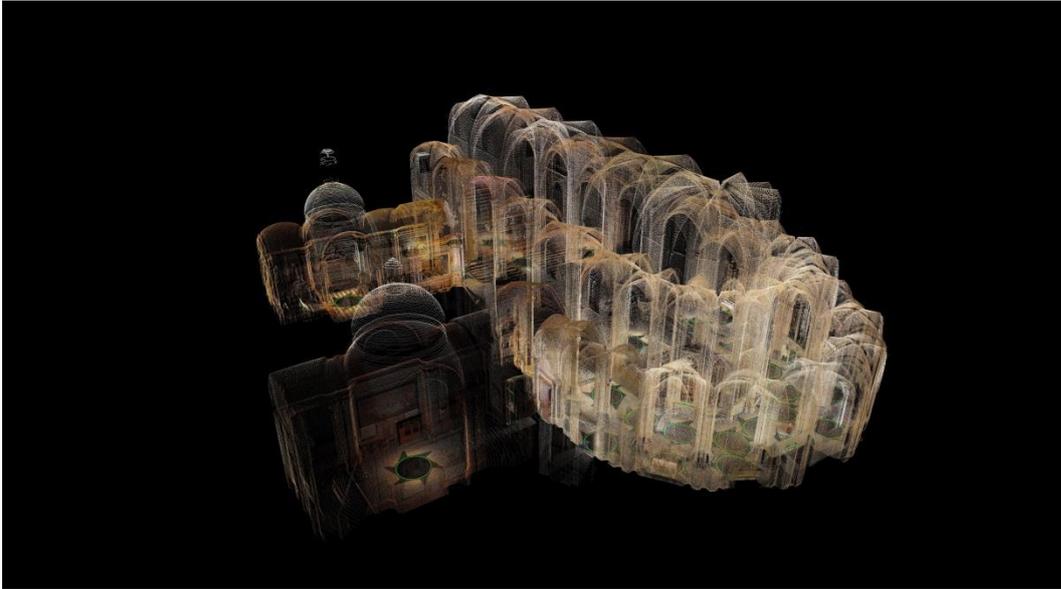
Las nubes de puntos se han combinado en tres grupos, guardados como archivos independientes:

- a) Nube del interior, con el ábside, la nave y la capilla de la Cinta y del Santíssim.
- b) Nube del exterior, que incluye el claustro y las capillas de la Cinta y del Santíssim.
- c) Nube completa de la catedral, capillas i claustro.

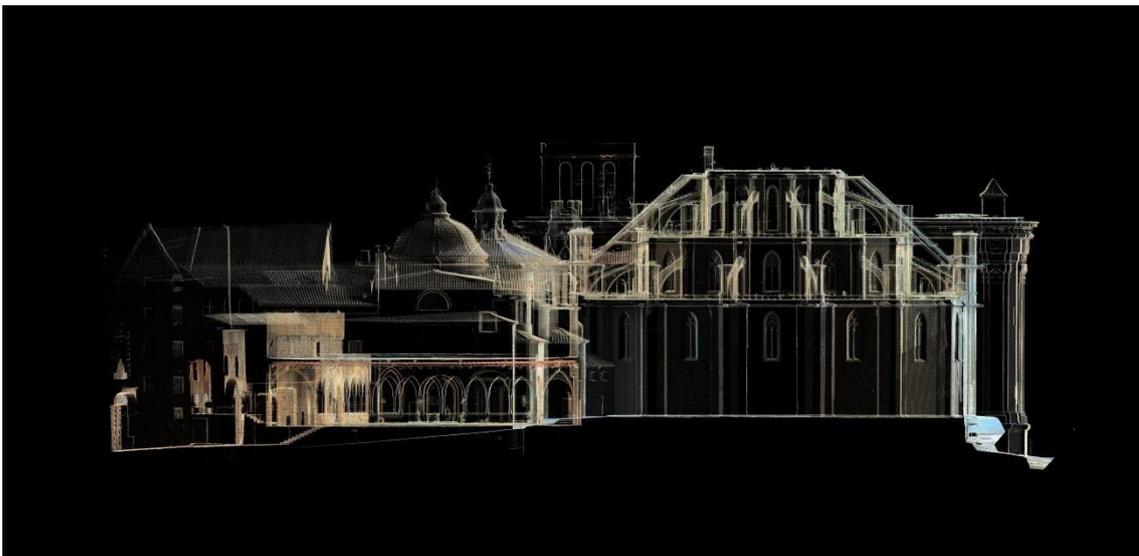
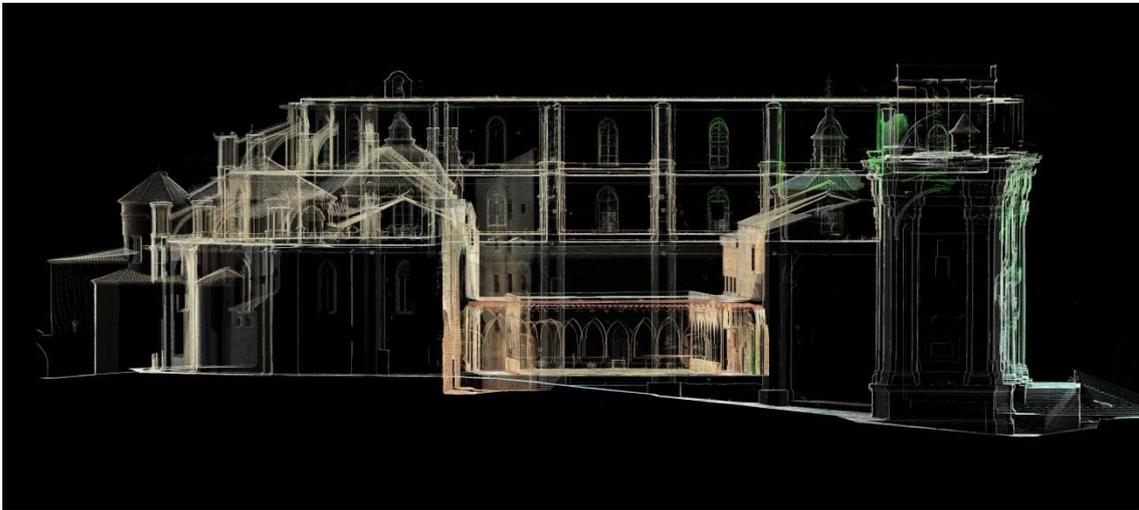
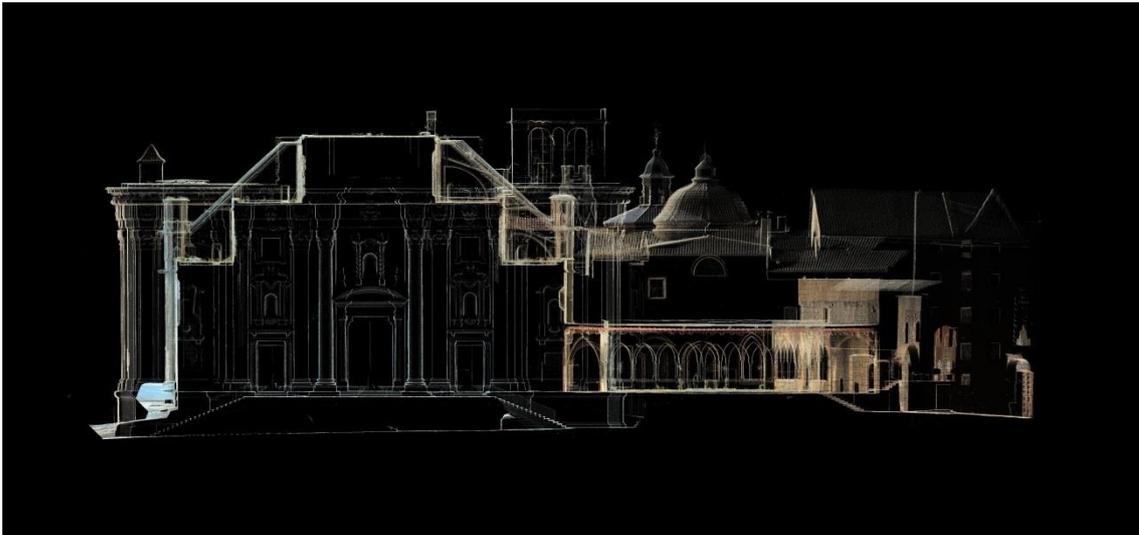
a) Nube del interior de la Catedral y capillas

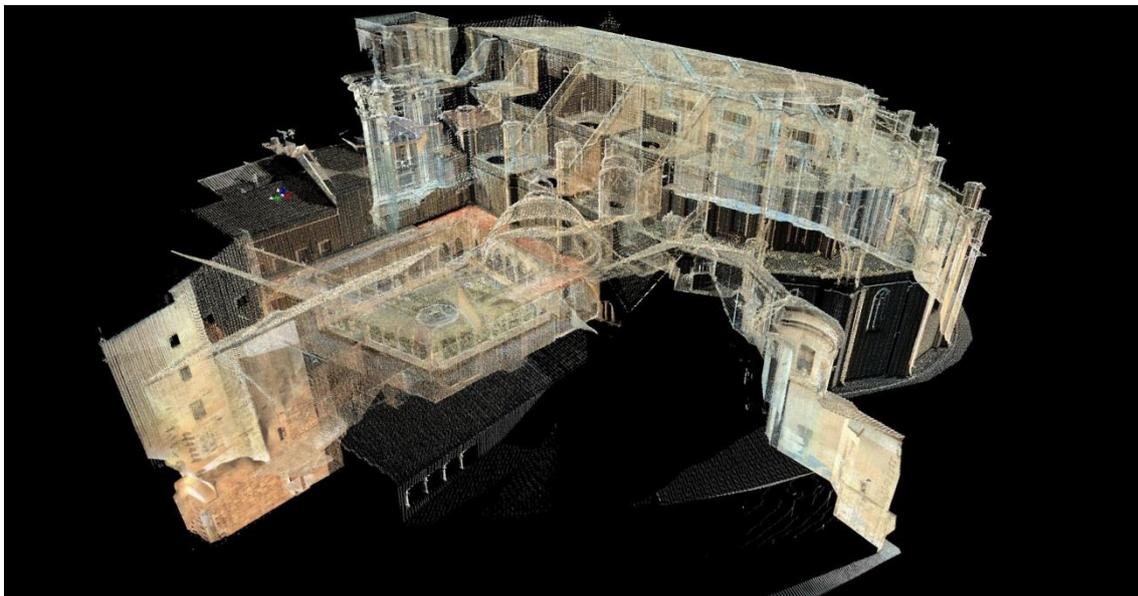
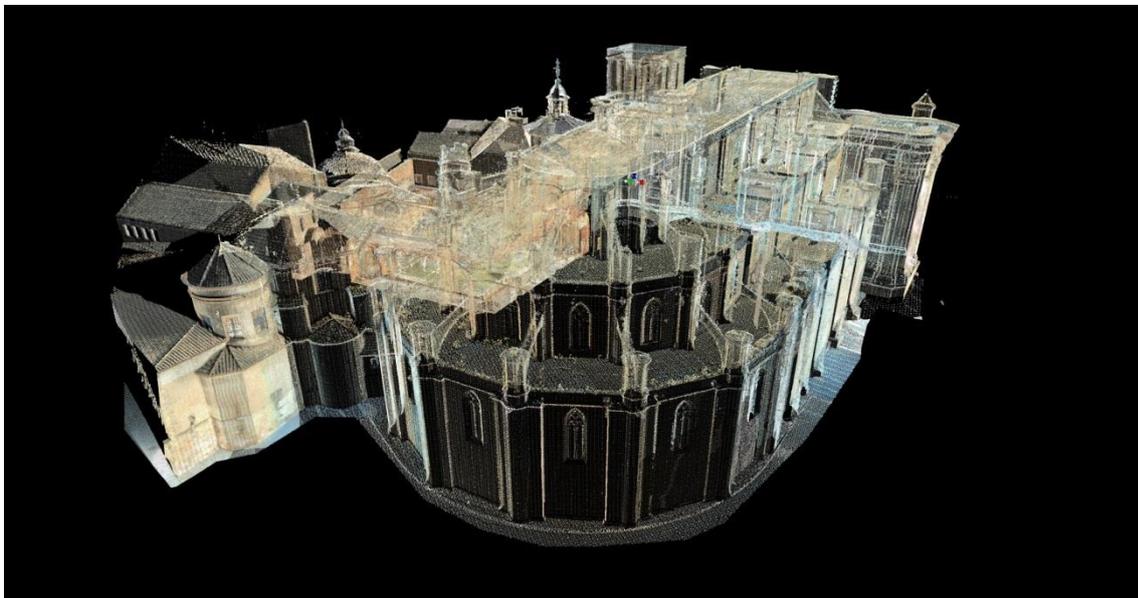
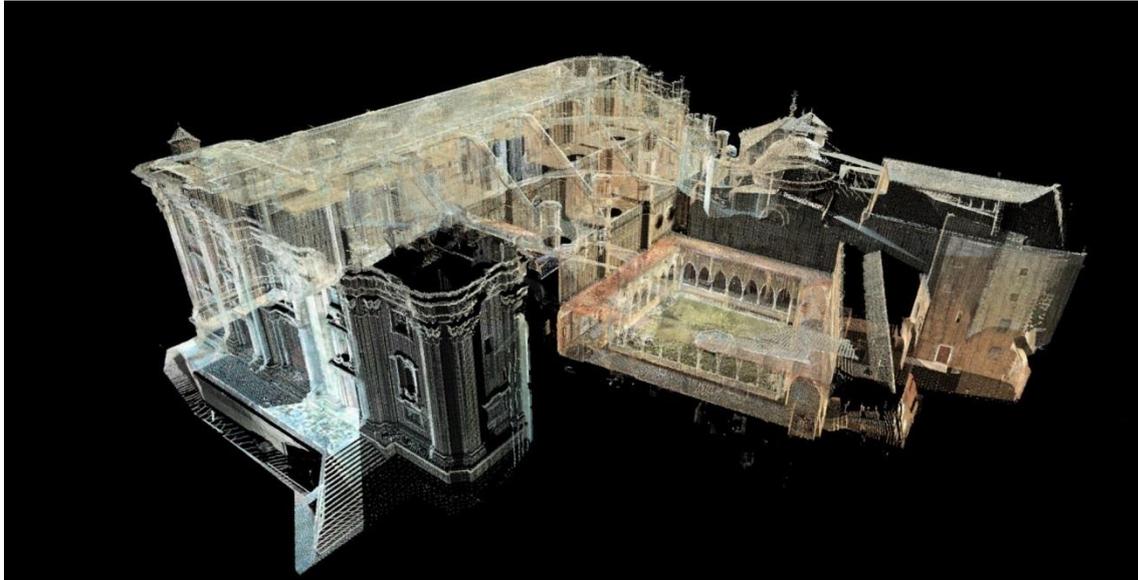




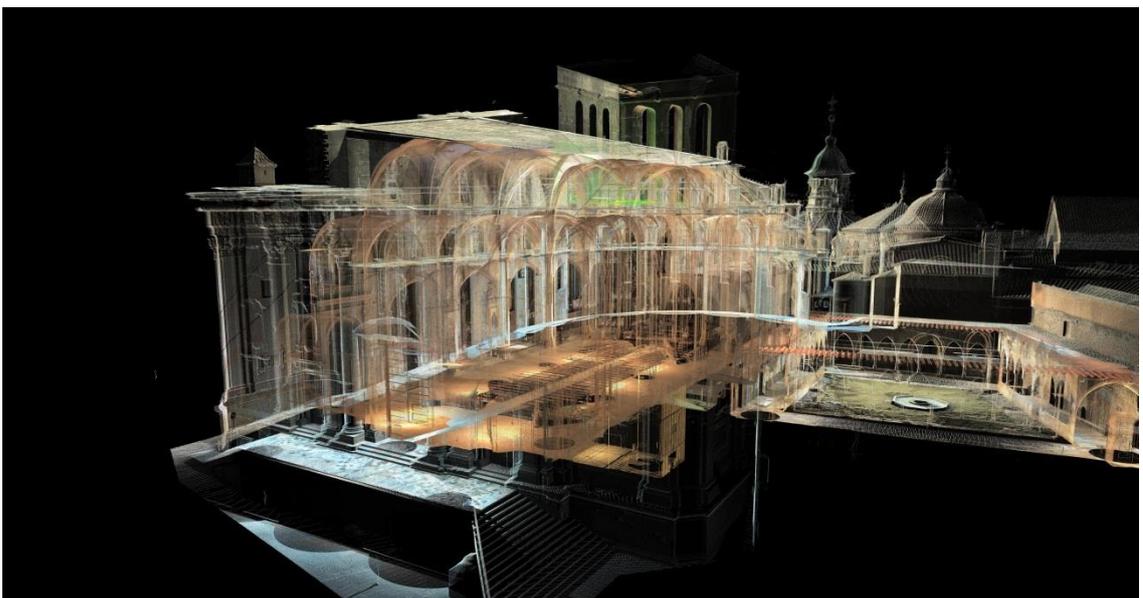
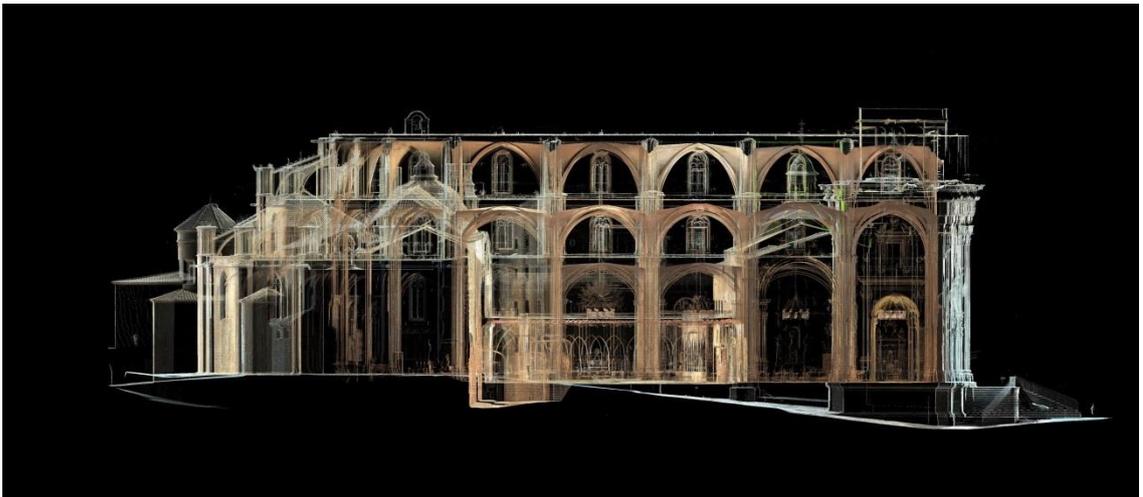
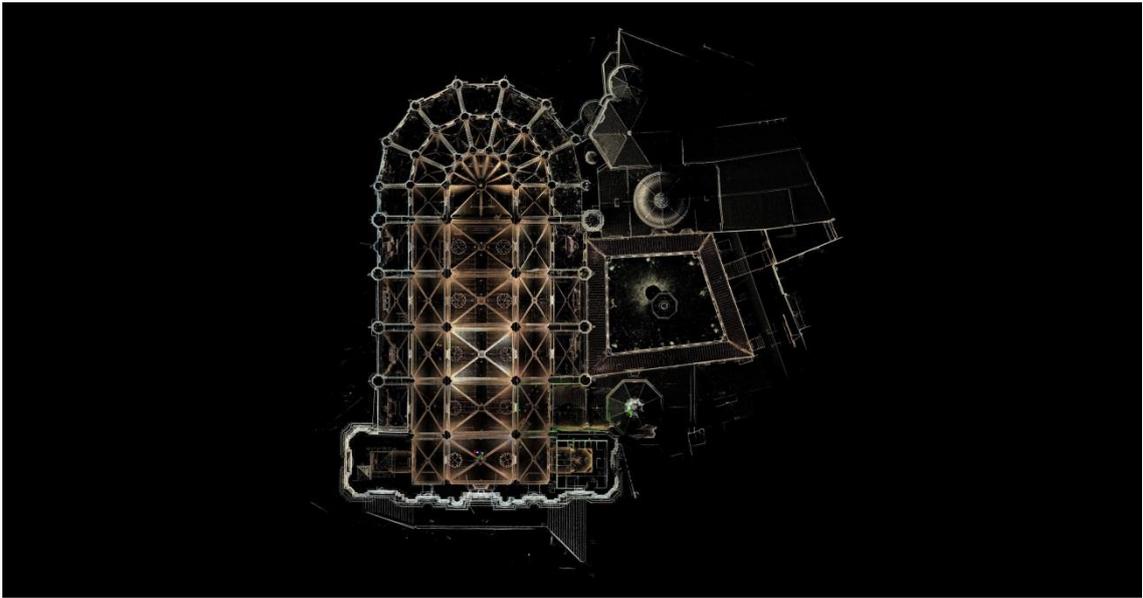


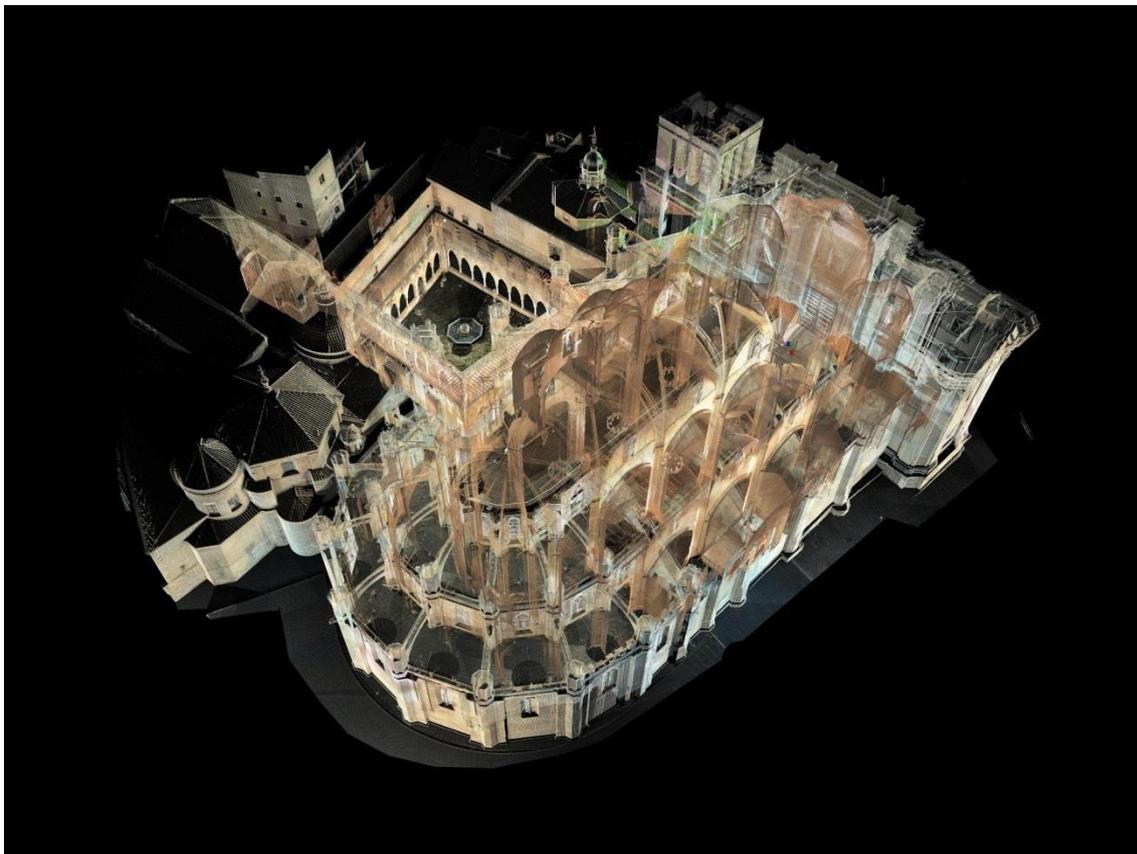
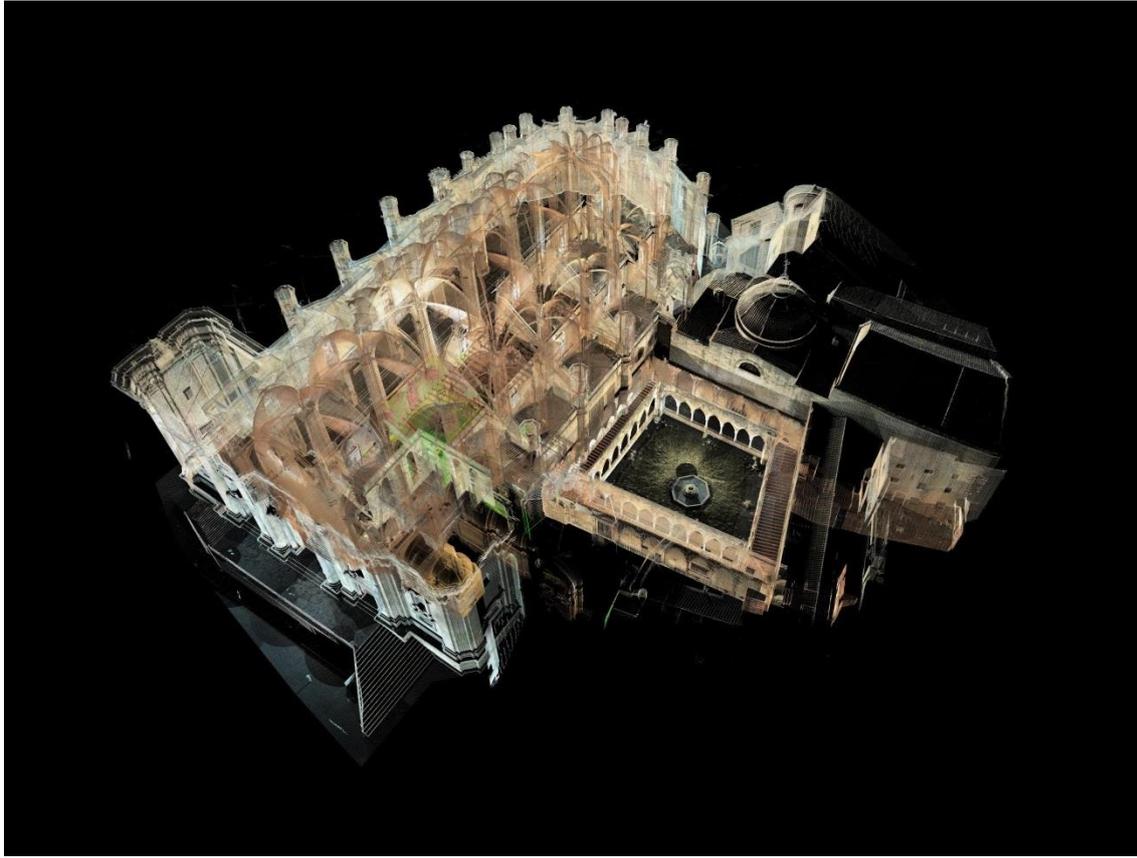
b) Nube del exterior de la Catedral, capillas y claustro.

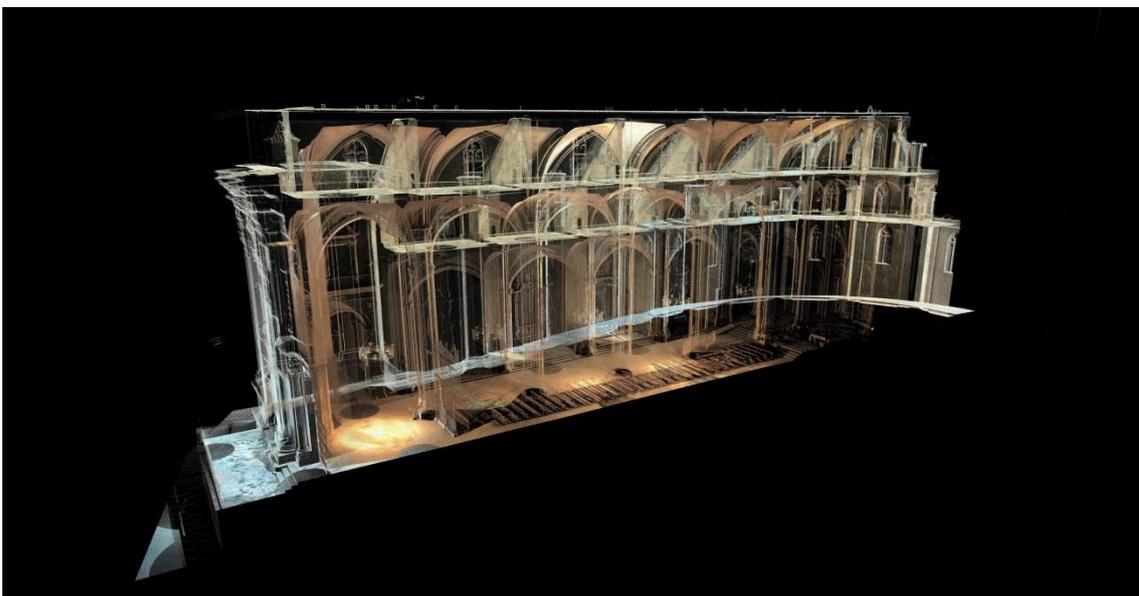
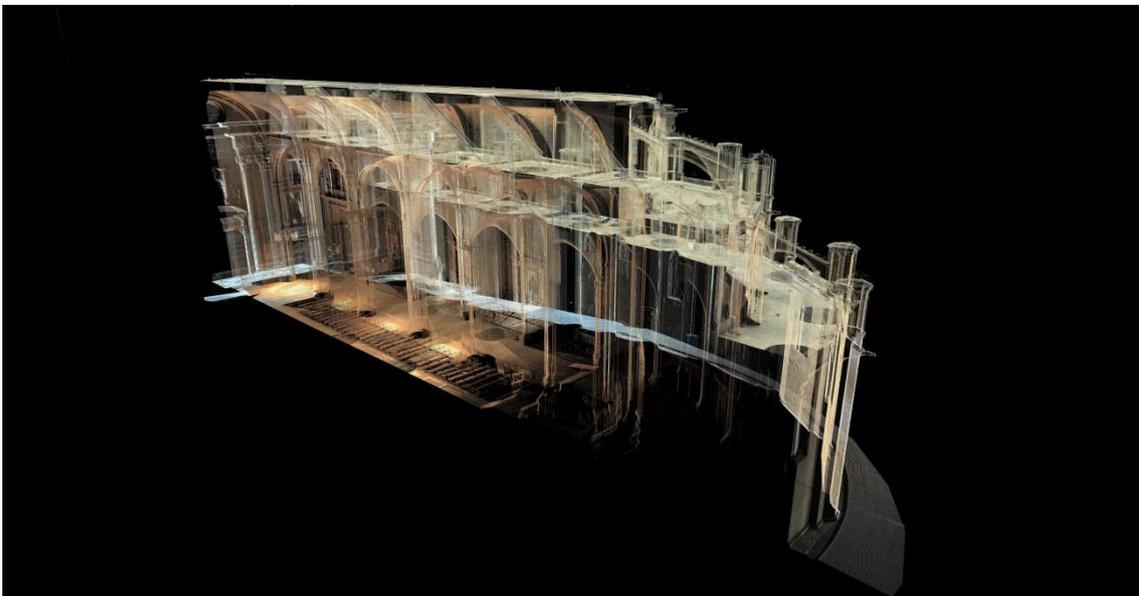


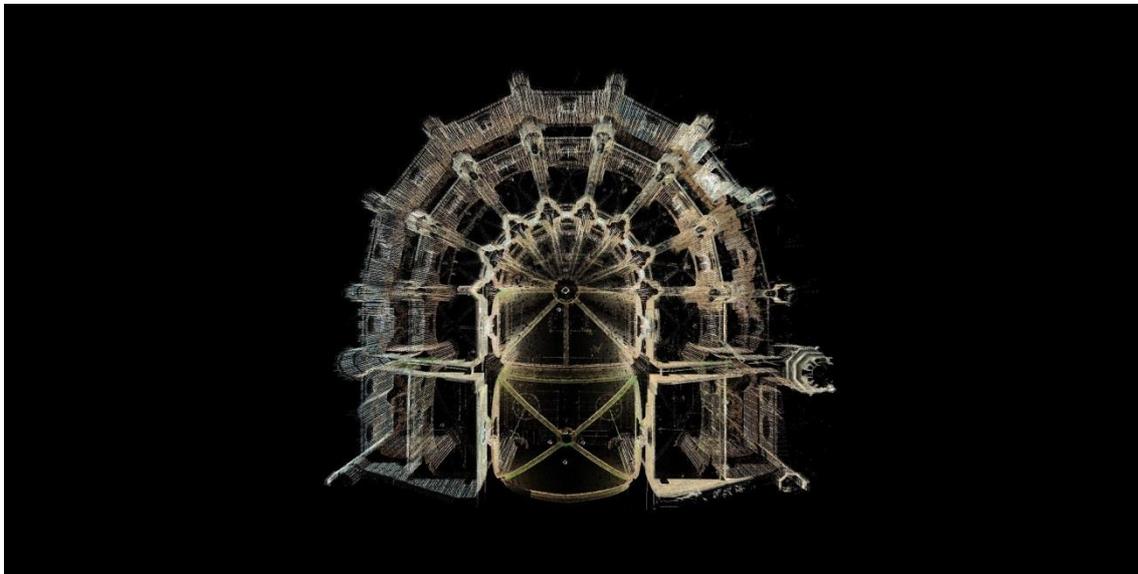
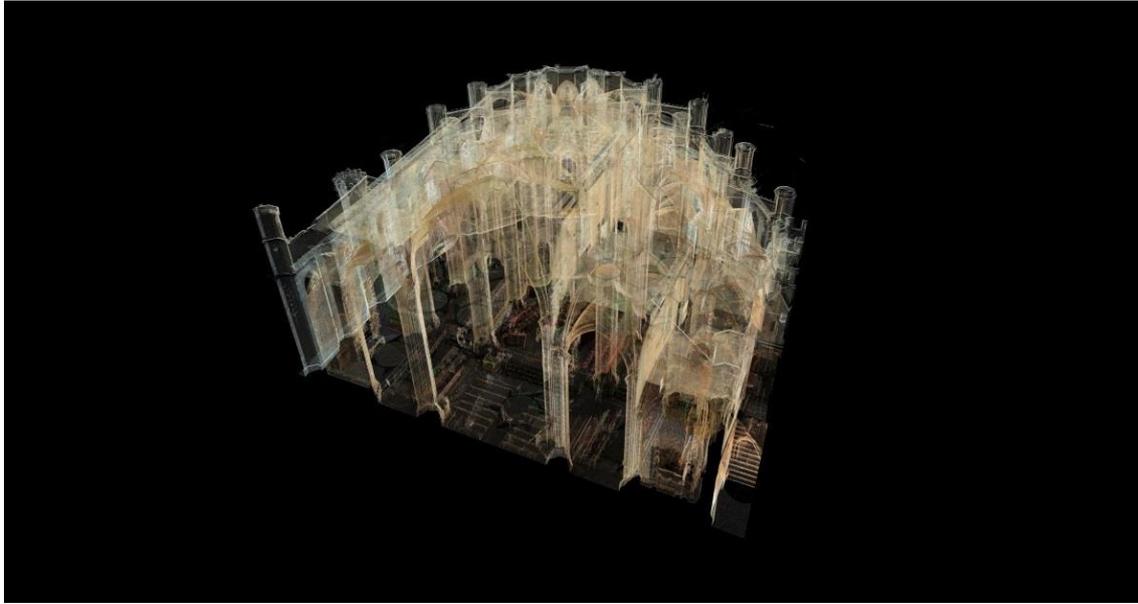


c) Nube completa de la Catedral, capillas y claustro.





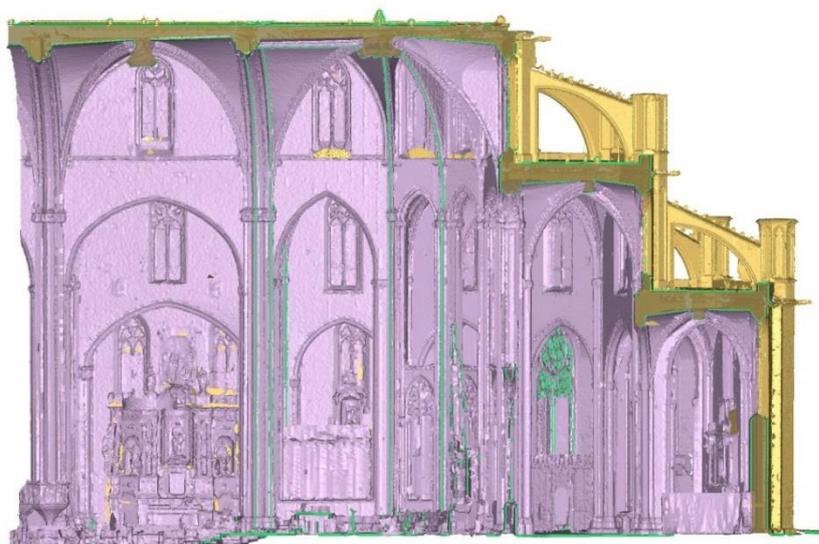
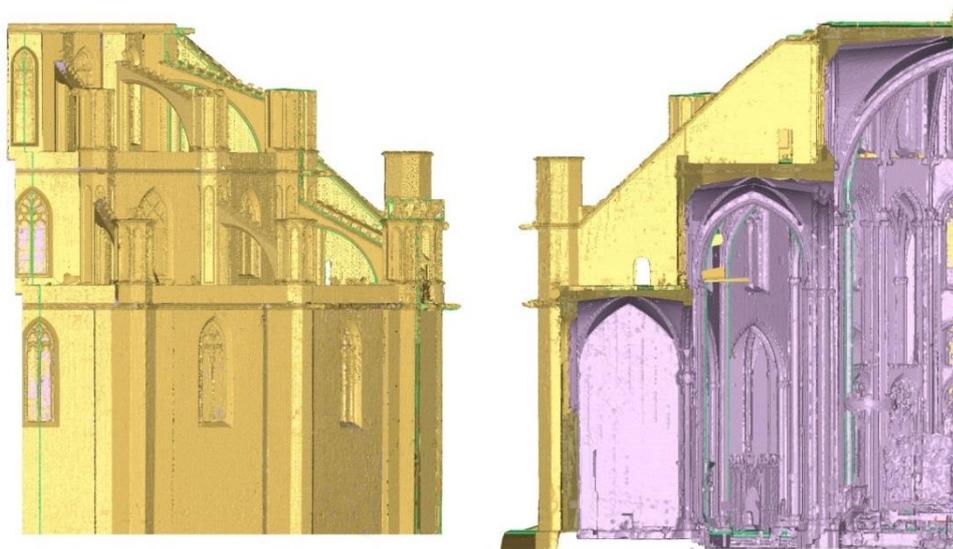




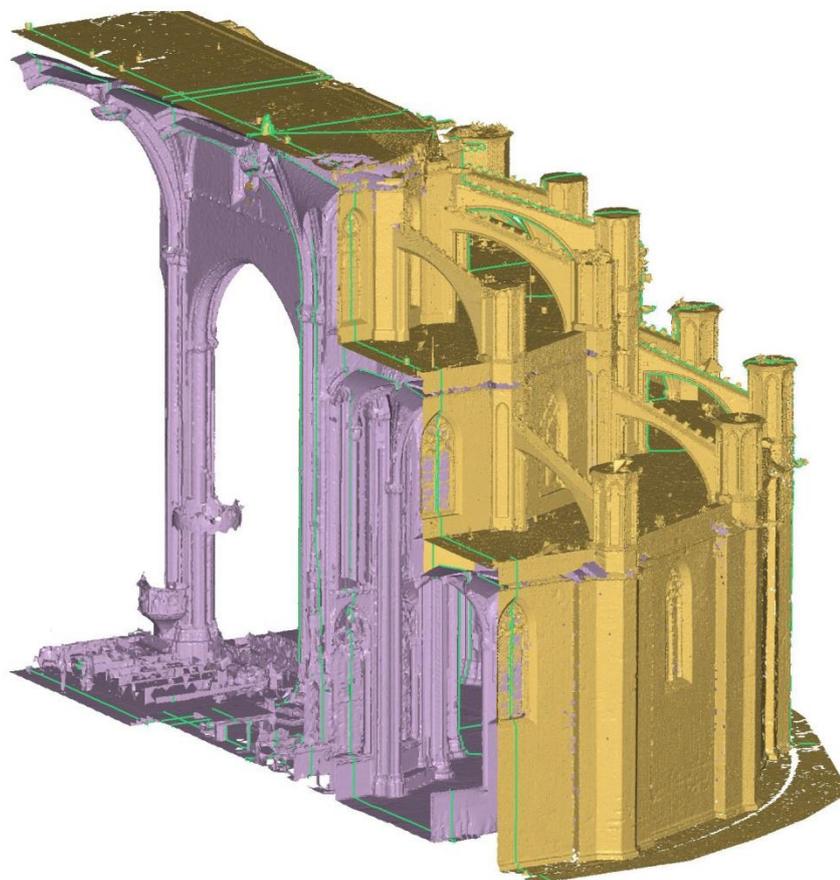
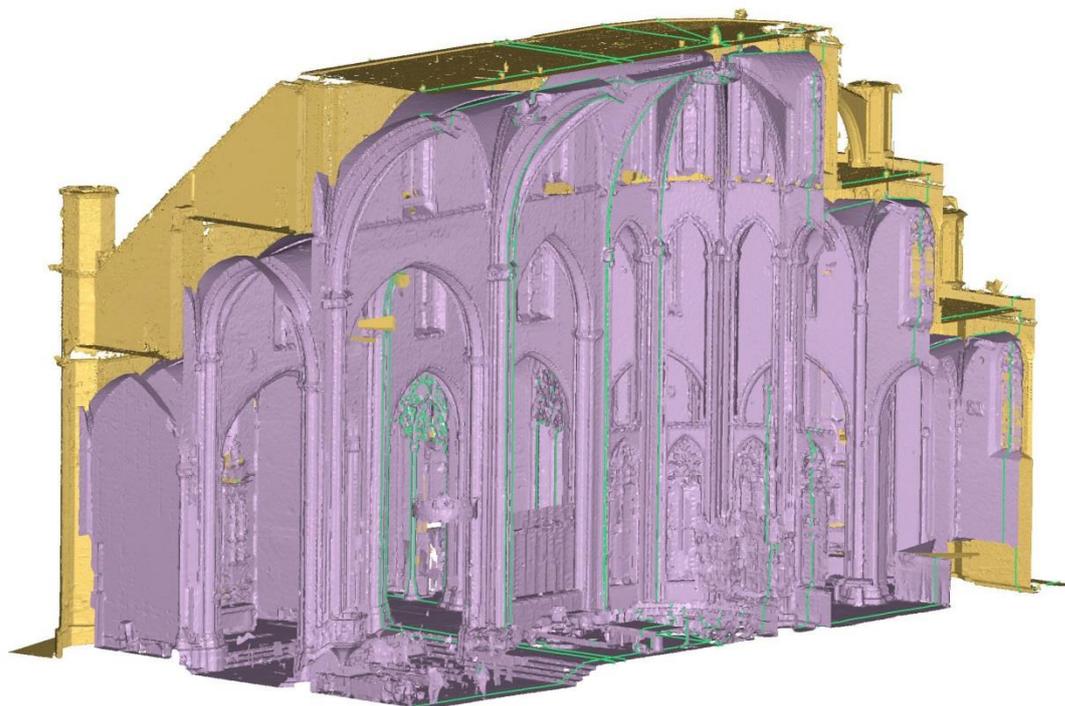
A1.2. Vistas de las mallas 3D

A partir de las nubes de puntos obtenidas con el escáner láser terrestre, se han generado mallas triangulares en tres dimensiones. Estas permiten definir la geometría de los elementos de forma pormenorizada y analizarlos a partir de datos paramétricos. Así, las mallas TIN se generan y procesan con el objetivo de definir perfiles a partir de planos de sección que posteriormente se trabajan en un plano bidimensional. Los modelos que se muestran a continuación están formados por mallas en bruto, es decir, una vez generadas según unos parámetros establecidos, se ha aplicado un proceso de refinado automático para suavizar las superficies y suprimir triángulos anómalos. La generación de un modelo sólido cerrado requeriría un segundo post procesado con un gran consumo de tiempo. Se trata por tanto de modelos de trabajo que permiten visualizar en tres dimensiones la geometría de los elementos y trazar secciones bidimensionales.

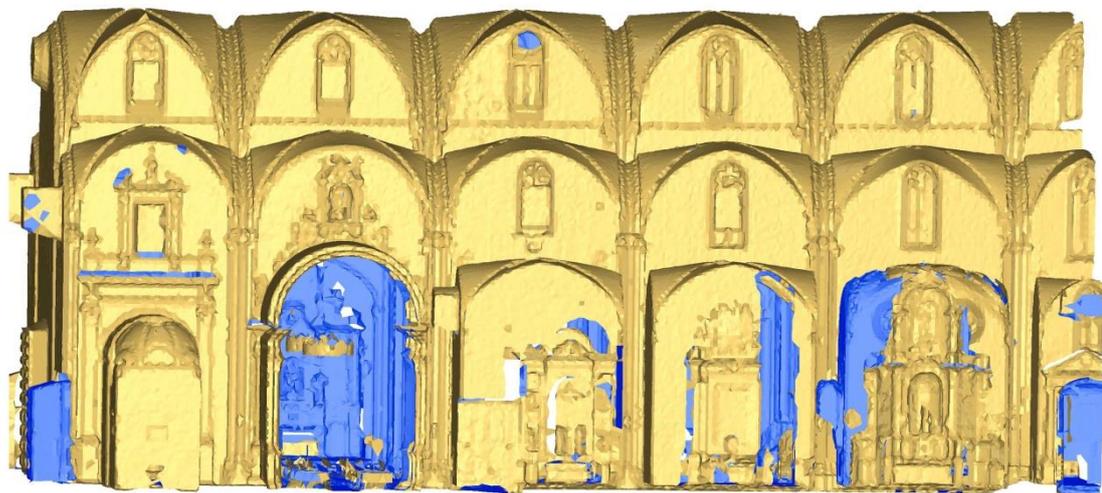
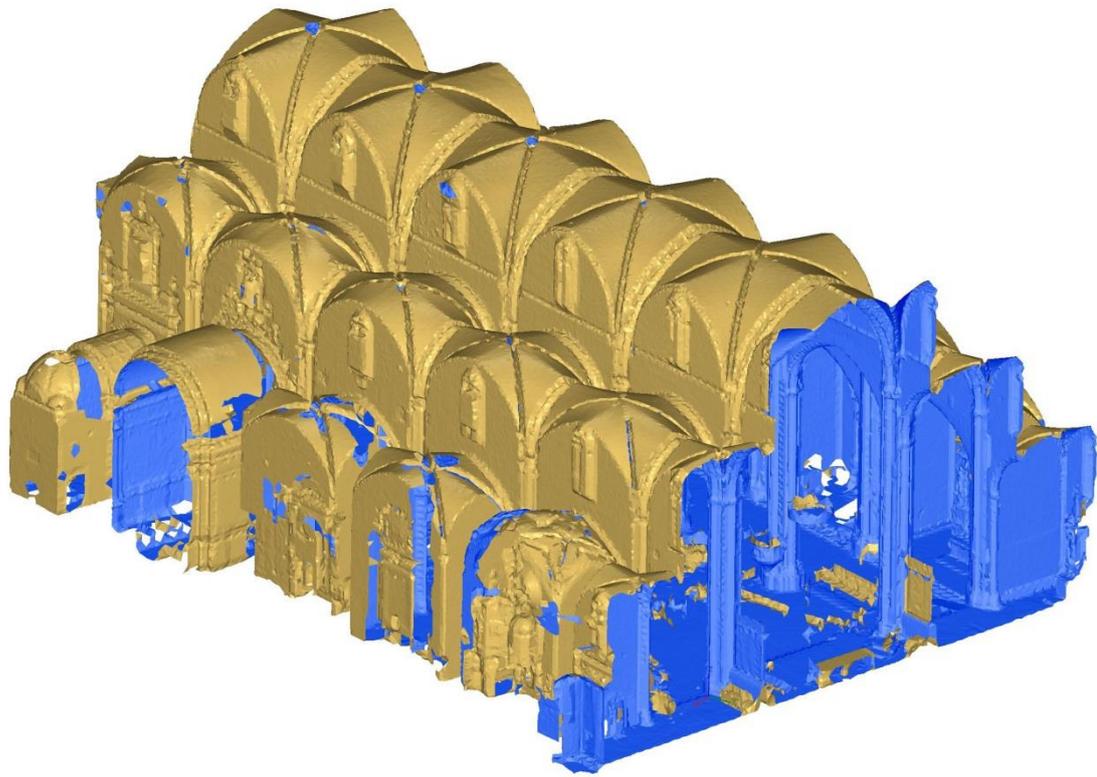
Alzado exterior y secciones interiores de la cabecera del ábside y el primer tramo de la nave.



Axonometría seccionada por el eje longitudinal del ábside y el primer tramo de la nave.



Axonometría y alzado lateral de la malla interior de la nave.

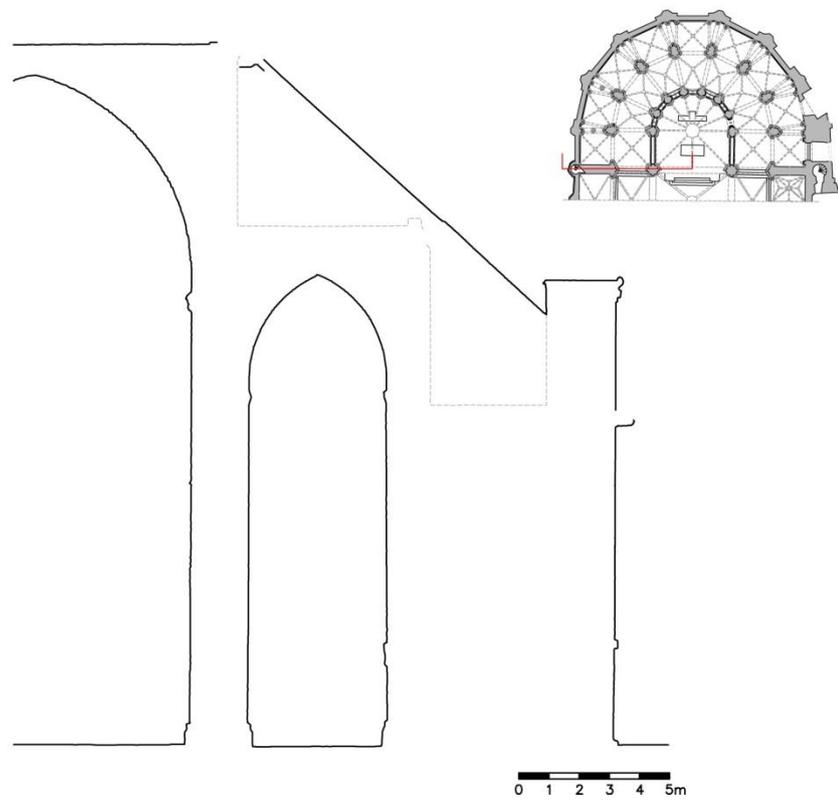
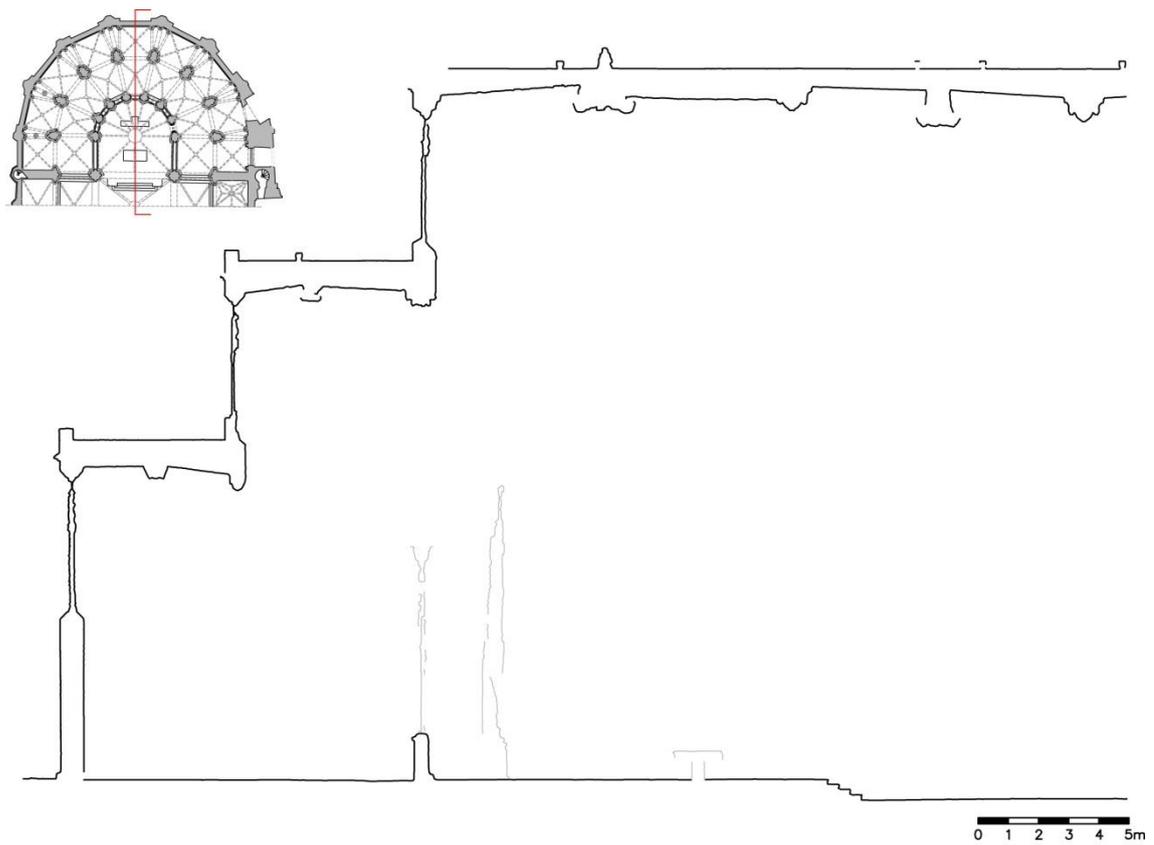


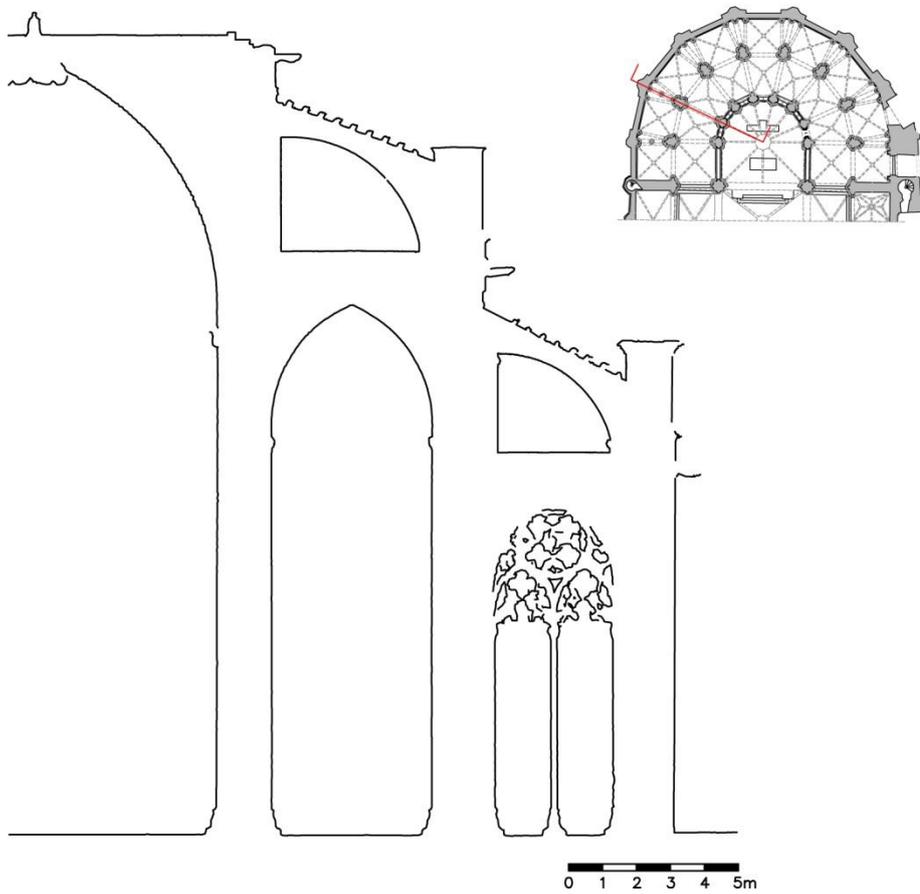
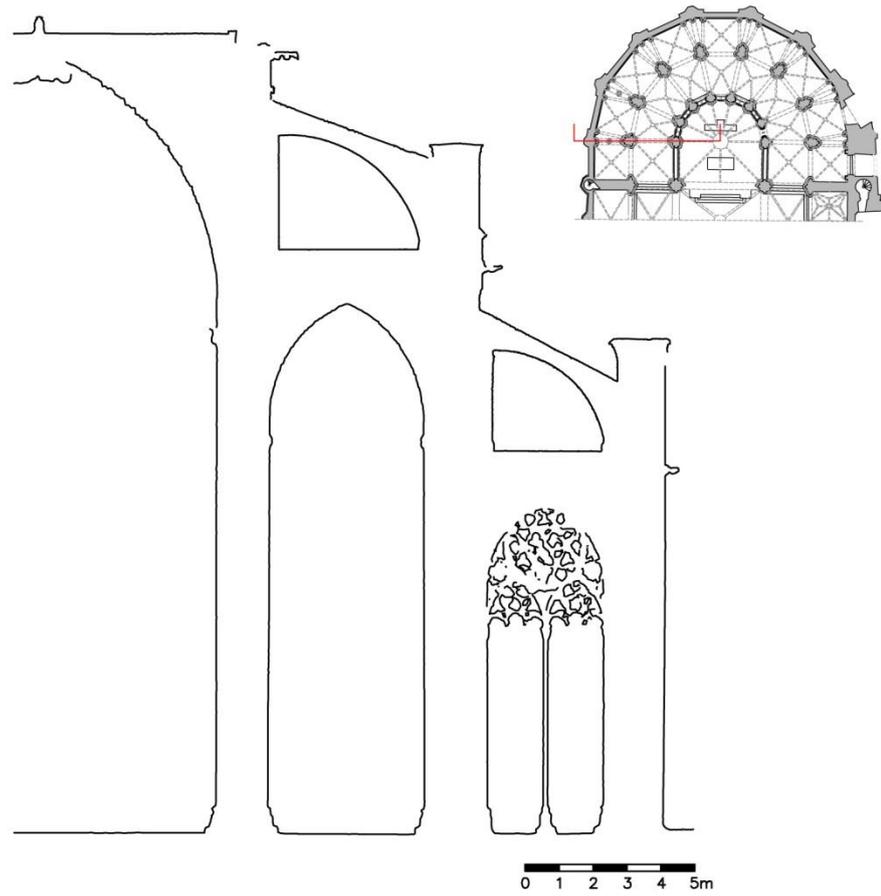
A1.3. Secciones a partir de la malla 3D

El trazado de líneas de sección permite visualizar la geometría precisa de cada elemento de forma pormenorizada. Inicialmente las secciones están situadas en un mismo sistema de coordenadas tridimensional (x, y, z), en su ubicación correspondiente con el modelo global. Estas líneas de sección se exportan a un entorno Cad, y a partir de transformaciones geométricas (rotaciones y traslaciones) se sitúan en un mismo sistema de coordenadas (x,y). Los perfiles que se muestran a continuación presentan las líneas en bruto, y únicamente se ha realizado una operación de limpieza para omitir aberraciones producidas por la malla. Posteriormente se realizará un redibujado vectorial para facilitar el proceso de trabajo en el cálculo estructural.

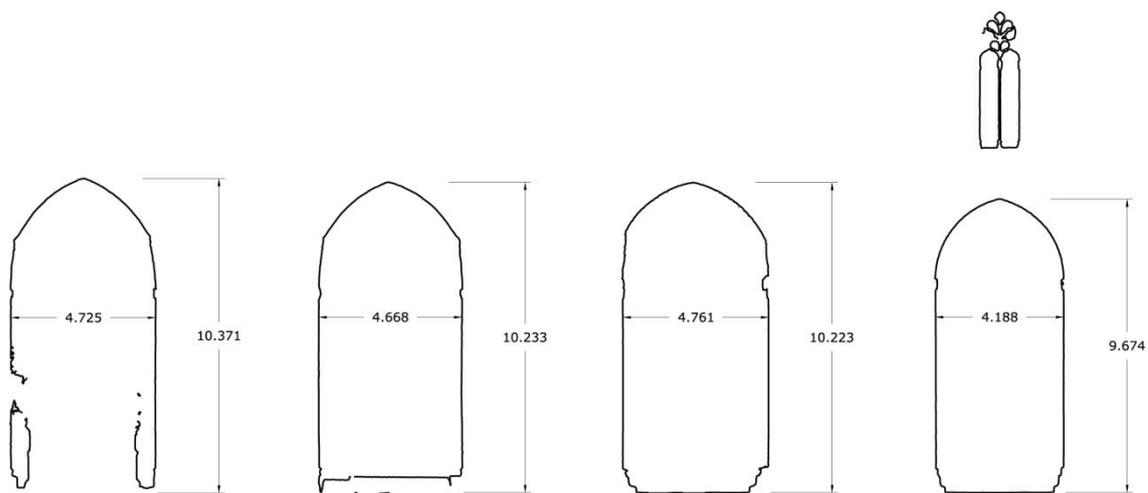
Se definen dos juegos de secciones. Por una parte, las secciones generales de las zonas a analizar, obtenidas a partir de la malla global del ábside, la cual está compuesta por la malla interior y la exterior. Por otra, se obtienen las secciones del trazado para cada arco y plemento del ábside. Esta acción es la que permite comparar la geometría de las distintas bóvedas, y definir las secciones de los elementos para el análisis de las condiciones de equilibrio. A continuación se muestran las secciones utilizadas como referencia para definir los modelos de cálculo estructural, que constan de 4 secciones generales, junto con las de las bóvedas de las capillas C1 y C2, y las del deambulatorio G1 y G2.

Secciones generales





Secciones de las bóvedas

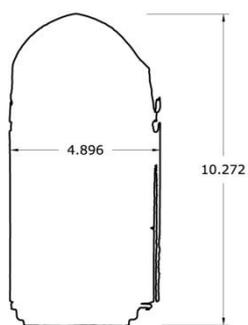


C1.a

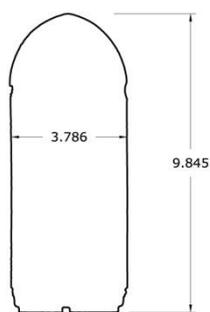
C1.b

C1.c

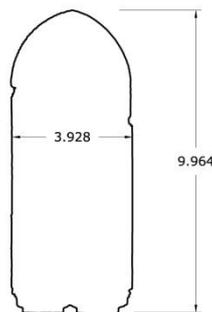
C1.d



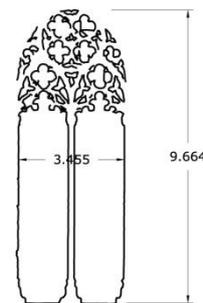
C1.e



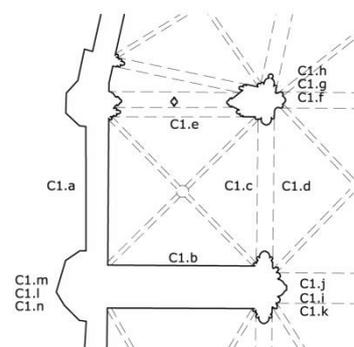
C1.f



C1.g

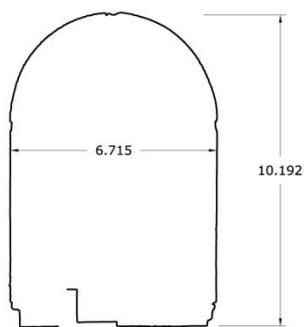


C1.h

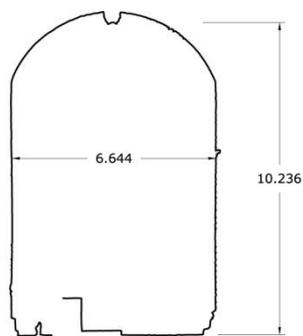


Capilla C1

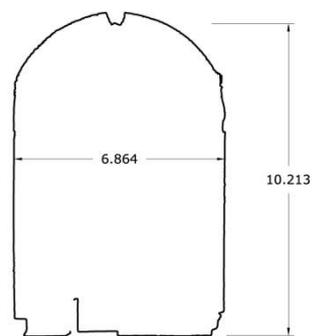




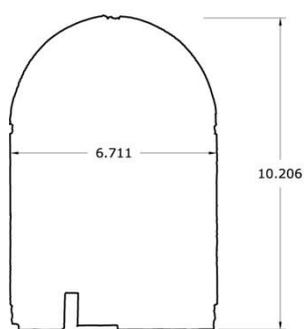
C1.l



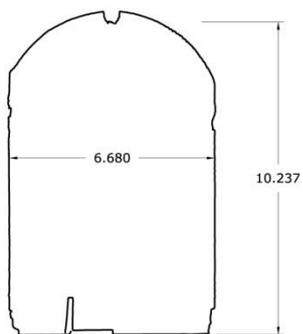
C1.m



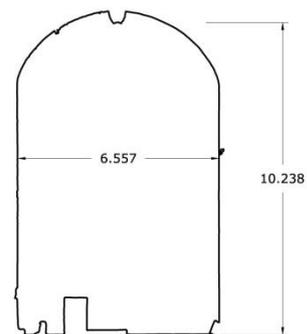
C1.n



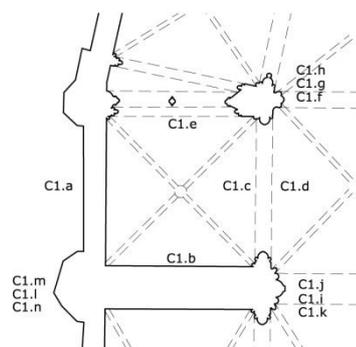
C1.i



C1.j

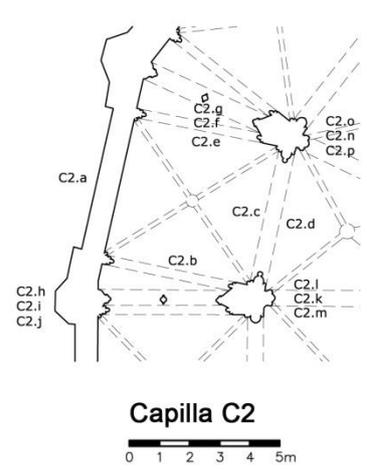
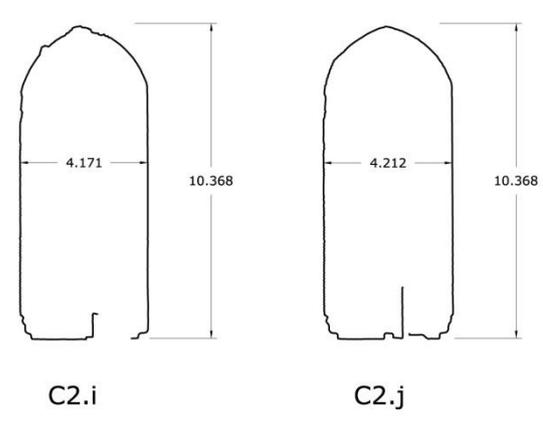
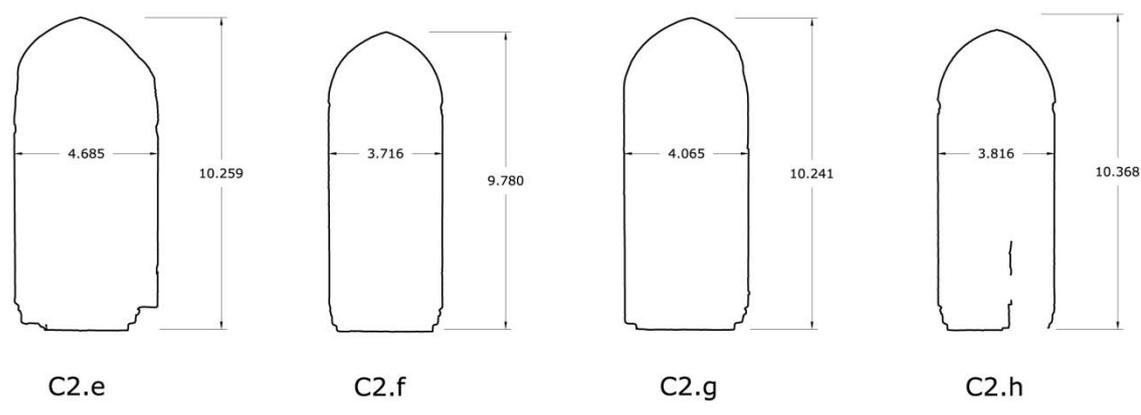
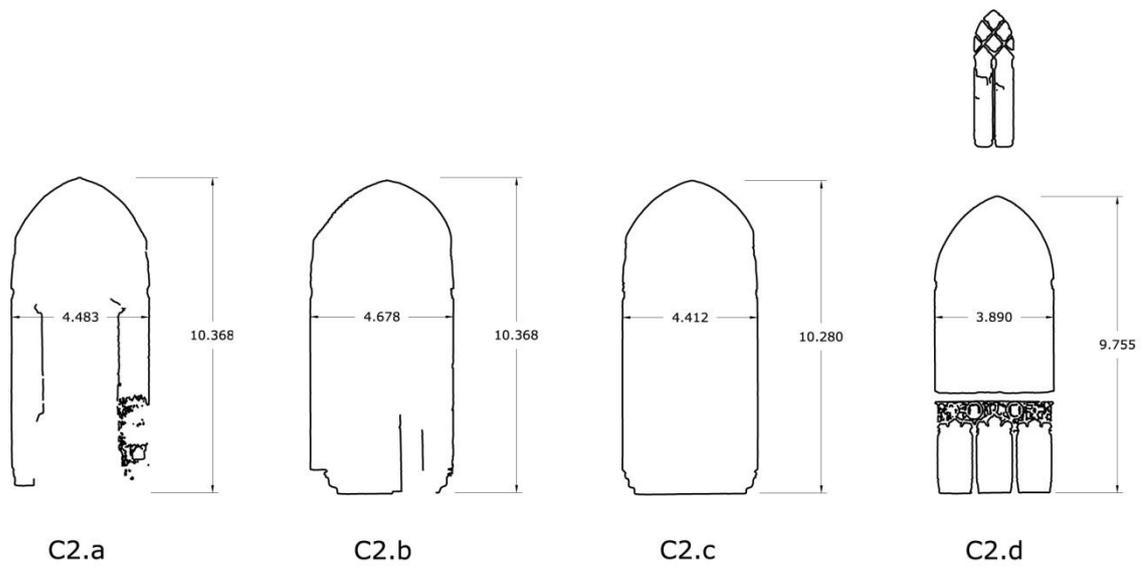


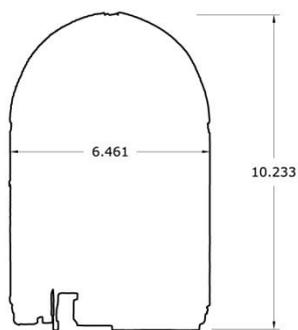
C1.k



Capilla C1



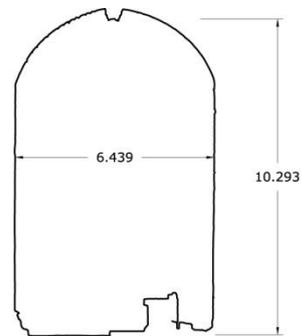




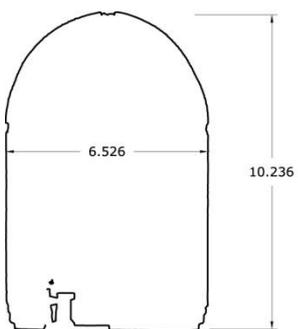
C2.k



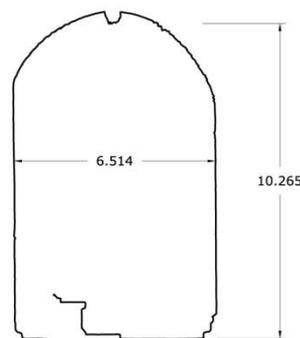
C2.l



C2.m



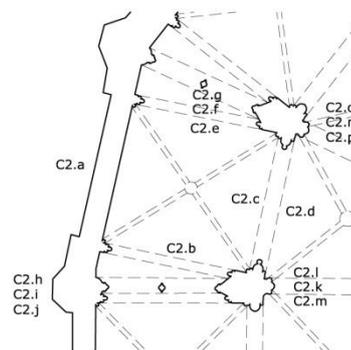
C2.n



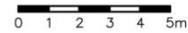
C2.o

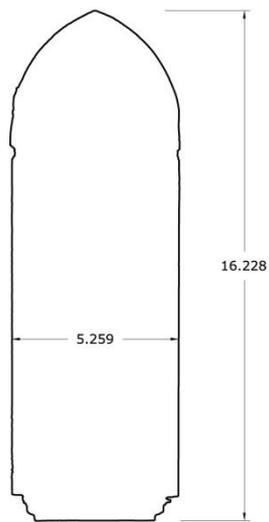


C2.p

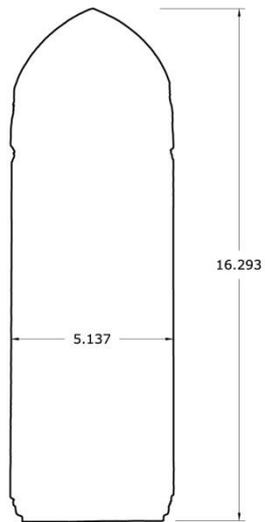


Capilla C2

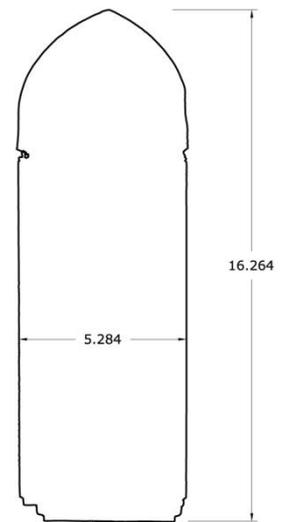




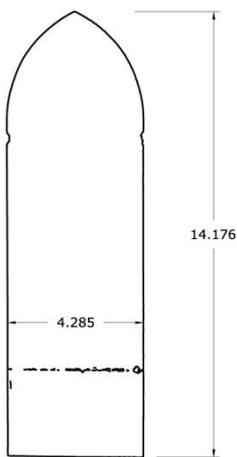
G1.a



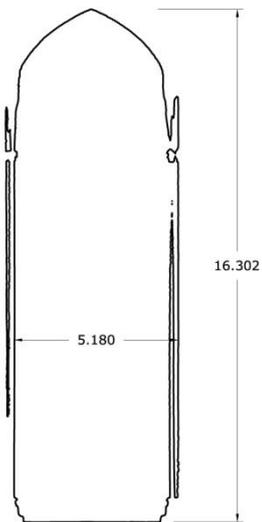
G1.b



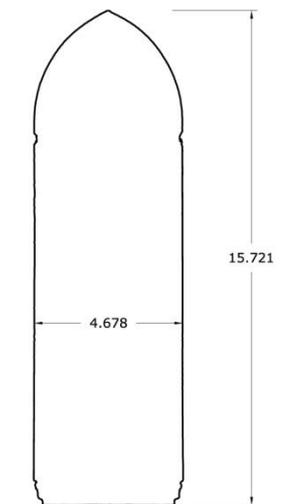
G1.c



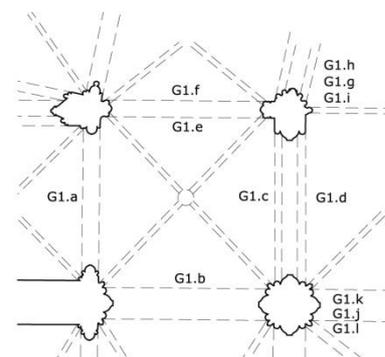
G1.d



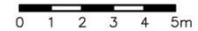
G1.e

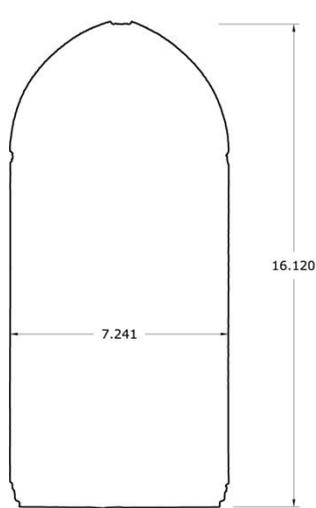


G1.f

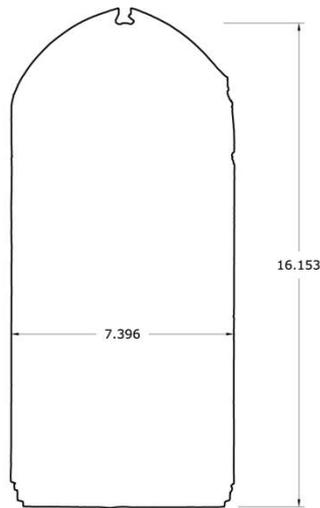


Deambulatorio G1

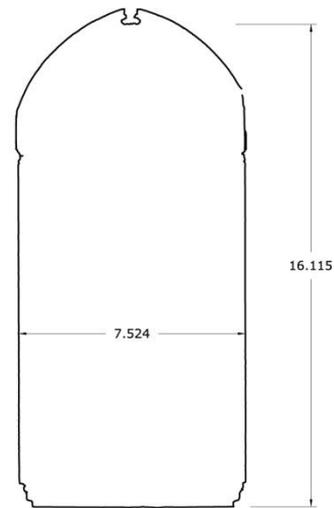




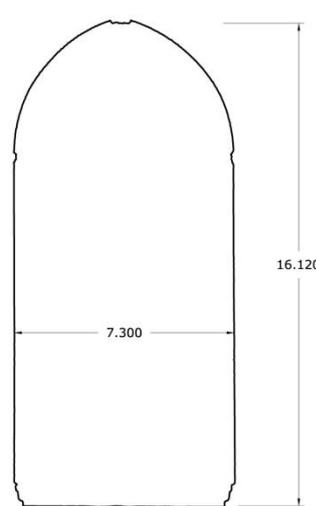
G1.g



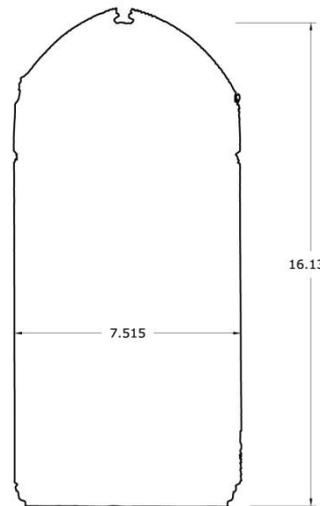
G1.h



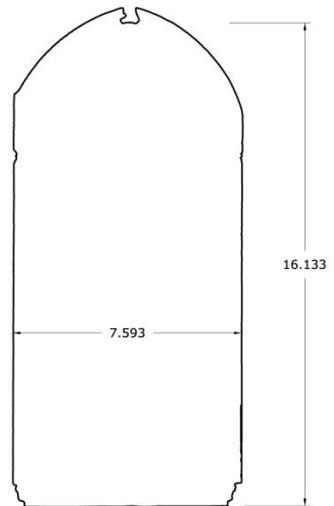
G1.i



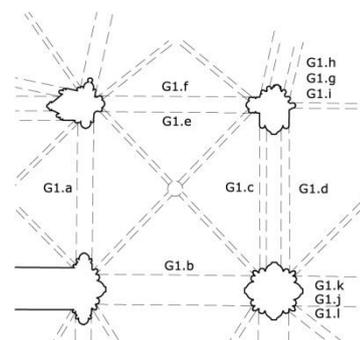
G1.j



G1.k

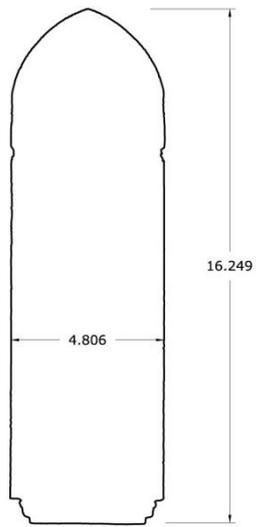


G1.l

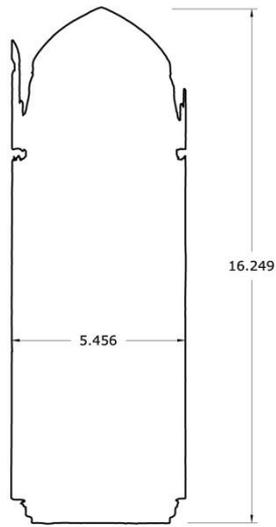


Deambulatorio G1

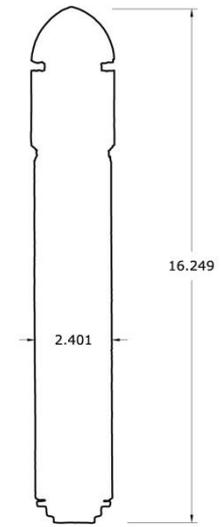




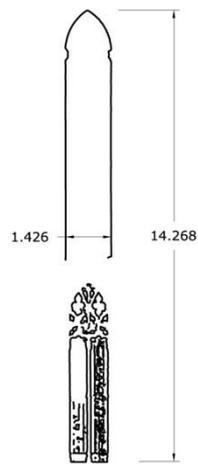
G2.a



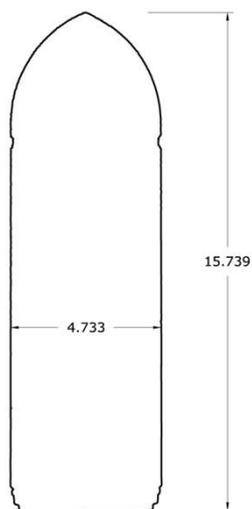
G2.b



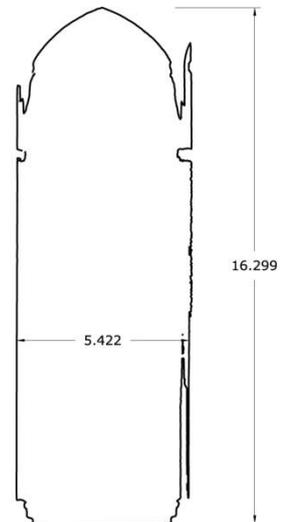
G2.c



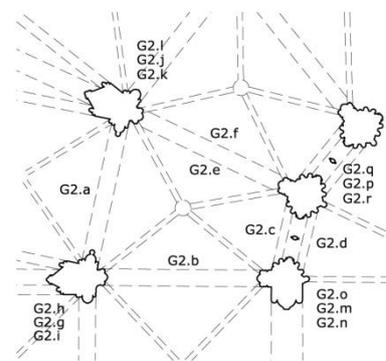
G2.d



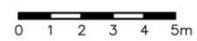
G2.e

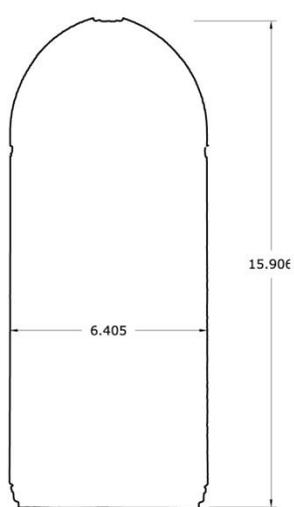


G2.f

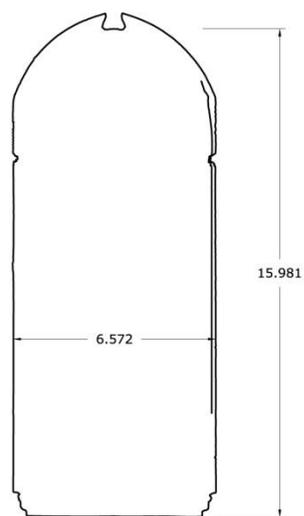


Deambulatorio G2

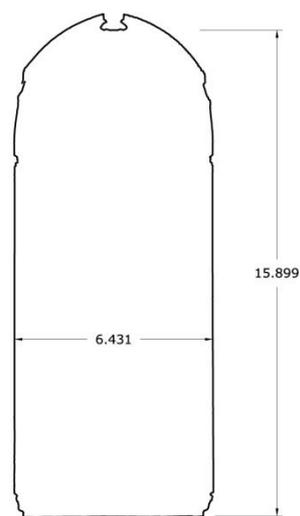




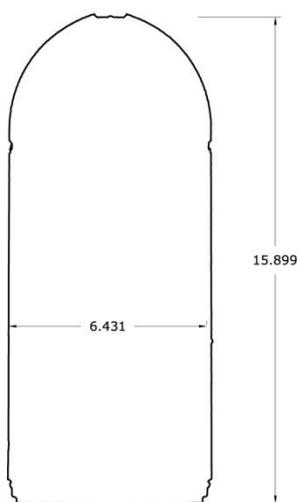
G2.g i G2.j



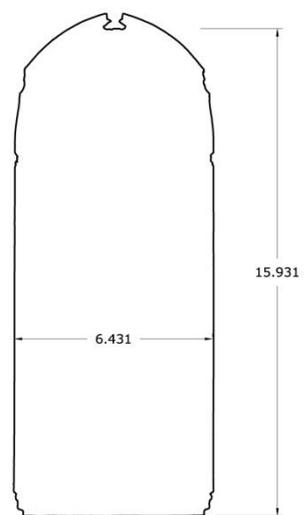
G2.h i G2.k



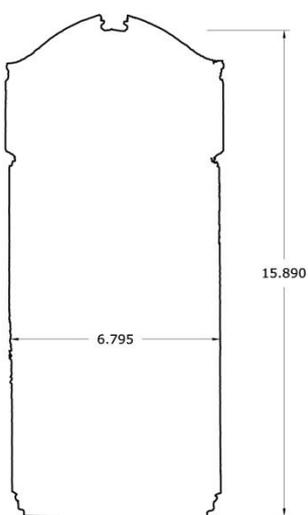
G2.i i G2.l



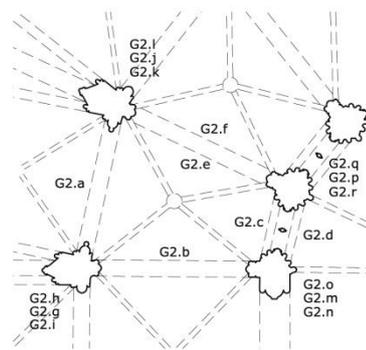
G2.m i G2.p



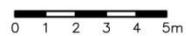
G2.n i G2.q



G2.o i G2.r



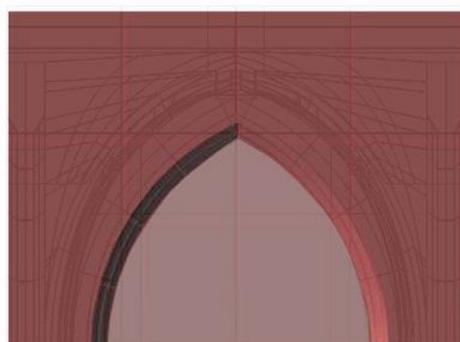
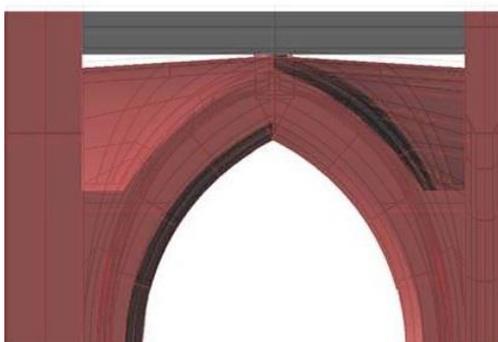
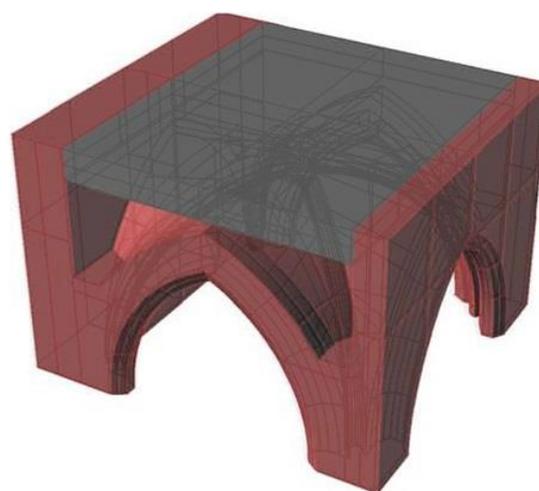
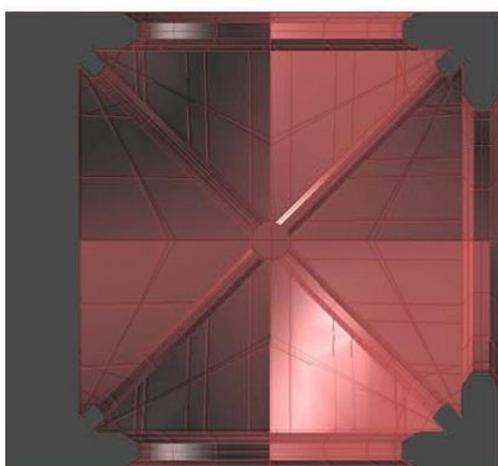
Deambulatorio G2

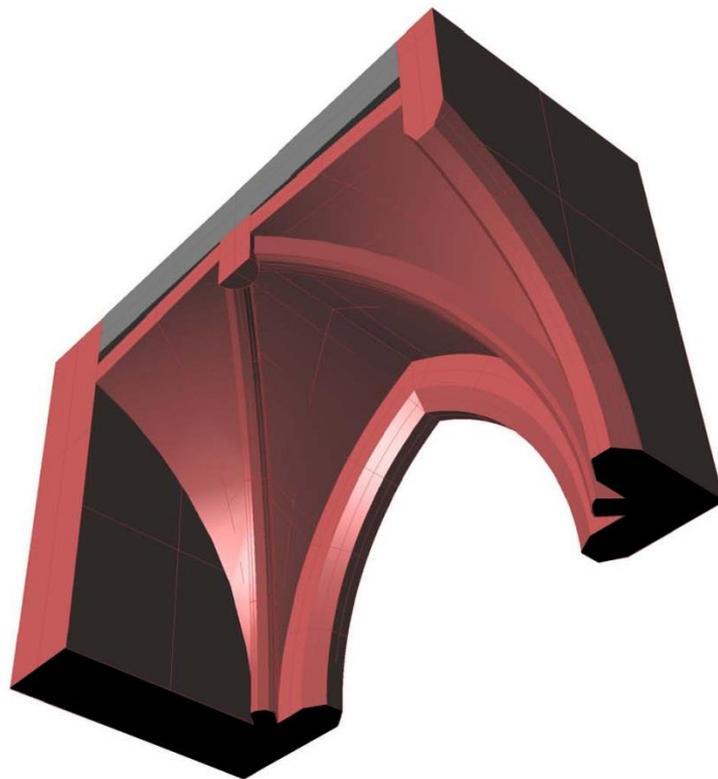
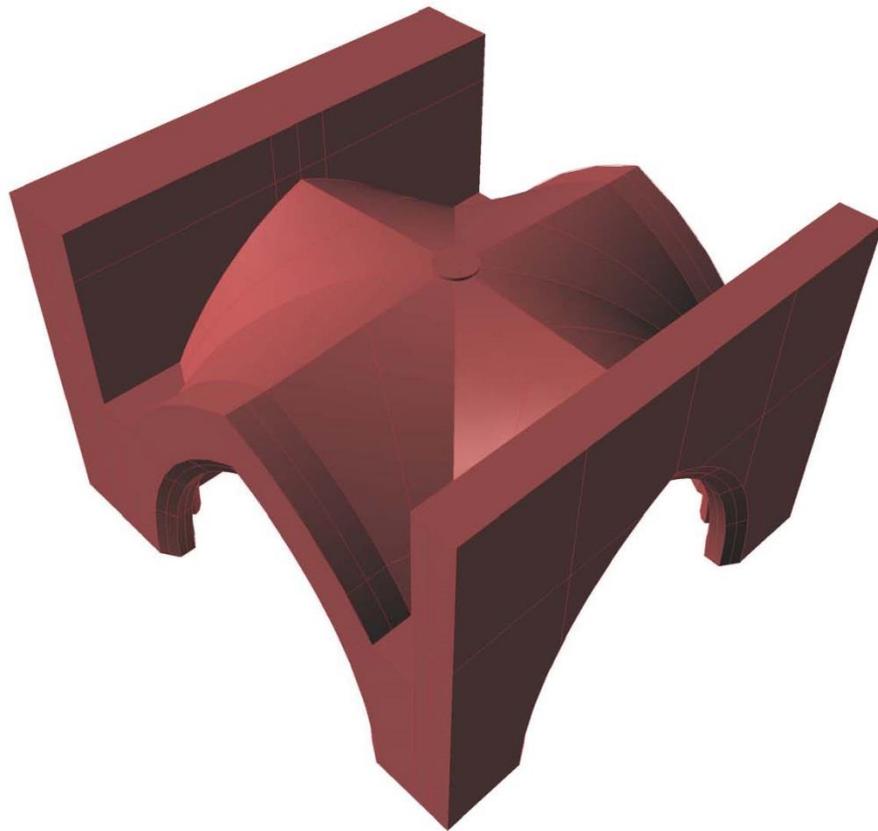


A1.4. Vistas de los modelos 3D de trabajo.

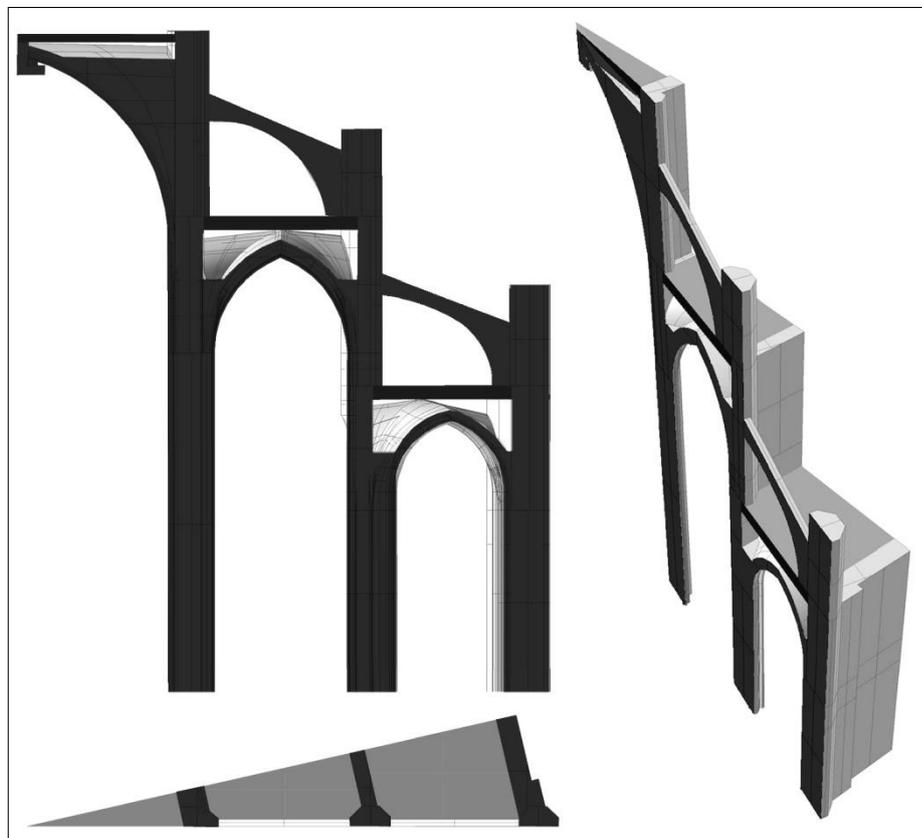
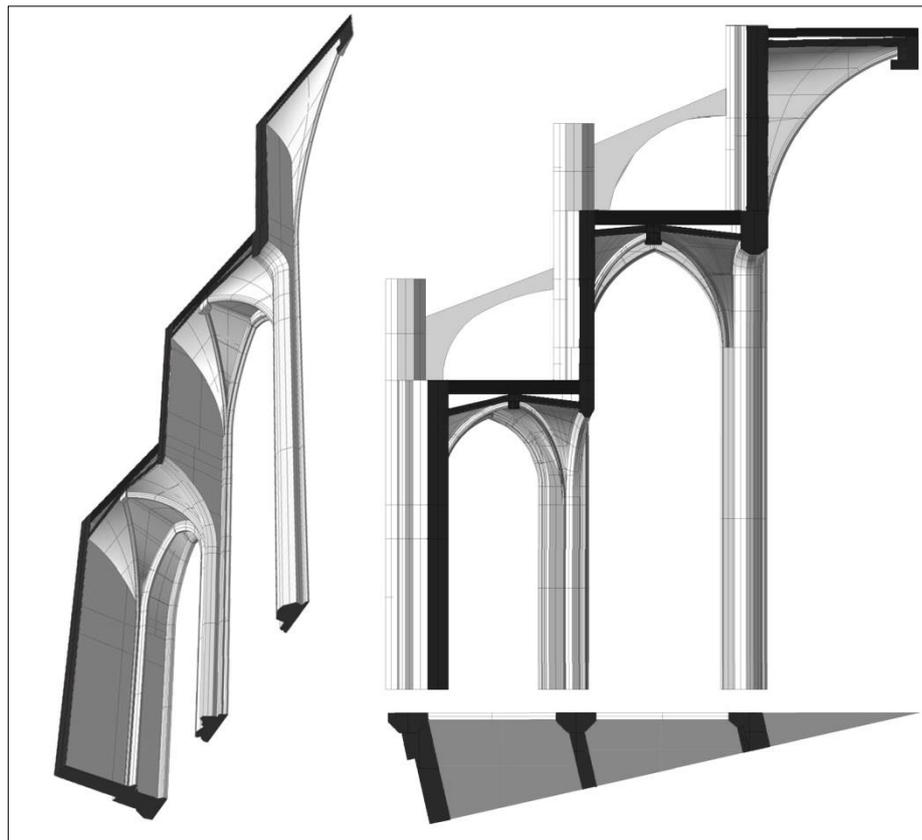
A partir de las campañas de levantamiento realizadas se ha podido definir con precisión la geometría de los elementos constructivos. Esta definición queda limitada a las superficies visibles, quedando la incógnita de la configuración constructiva del extradós de las bóvedas hasta formar el plano horizontal de cubierta. La información disponible (documentación bibliográfica, cata de 1996, etc.) permite conocer los estratos constructivos, pero la definición formal de éstos no es trivial. Con el objetivo de verificar geoméricamente la configuración de la estructura abovedada se realizan dos modelos tridimensionales, simplificados a partir de las medidas obtenidas, que permiten concretar las hipótesis establecidas. Un primer modelo define una bóveda de crucería teórica de planta cuadrada, que facilita la comprensión de las intersecciones geométricas, tanto del trasdós de la bóveda como de los nervios, arcos y plementería. Un segundo modelo reproduce de forma simplificada la sección característica de la estructura del ábside.

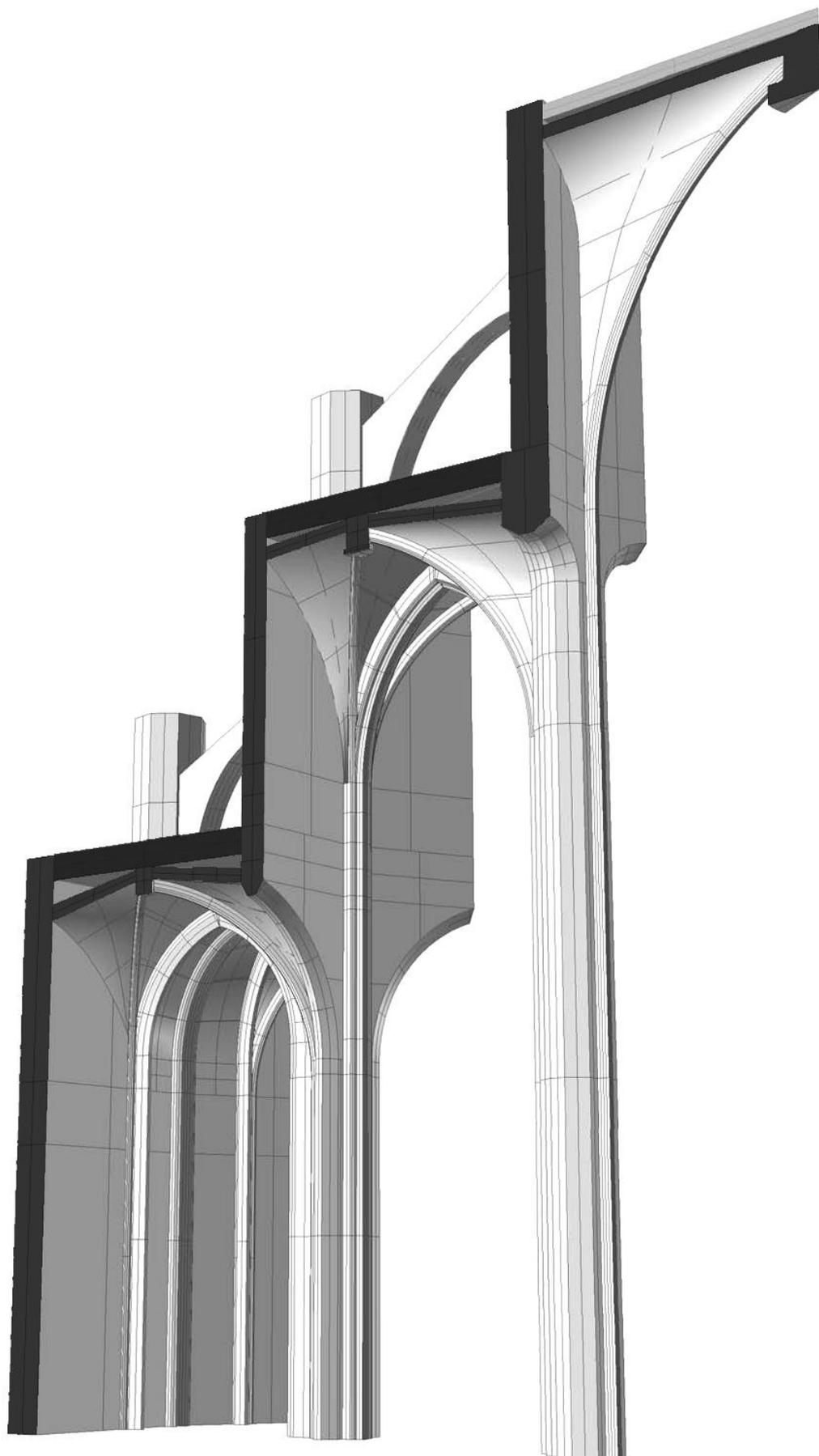
Estudio volumétrico del trasdós de una bóveda de crucería

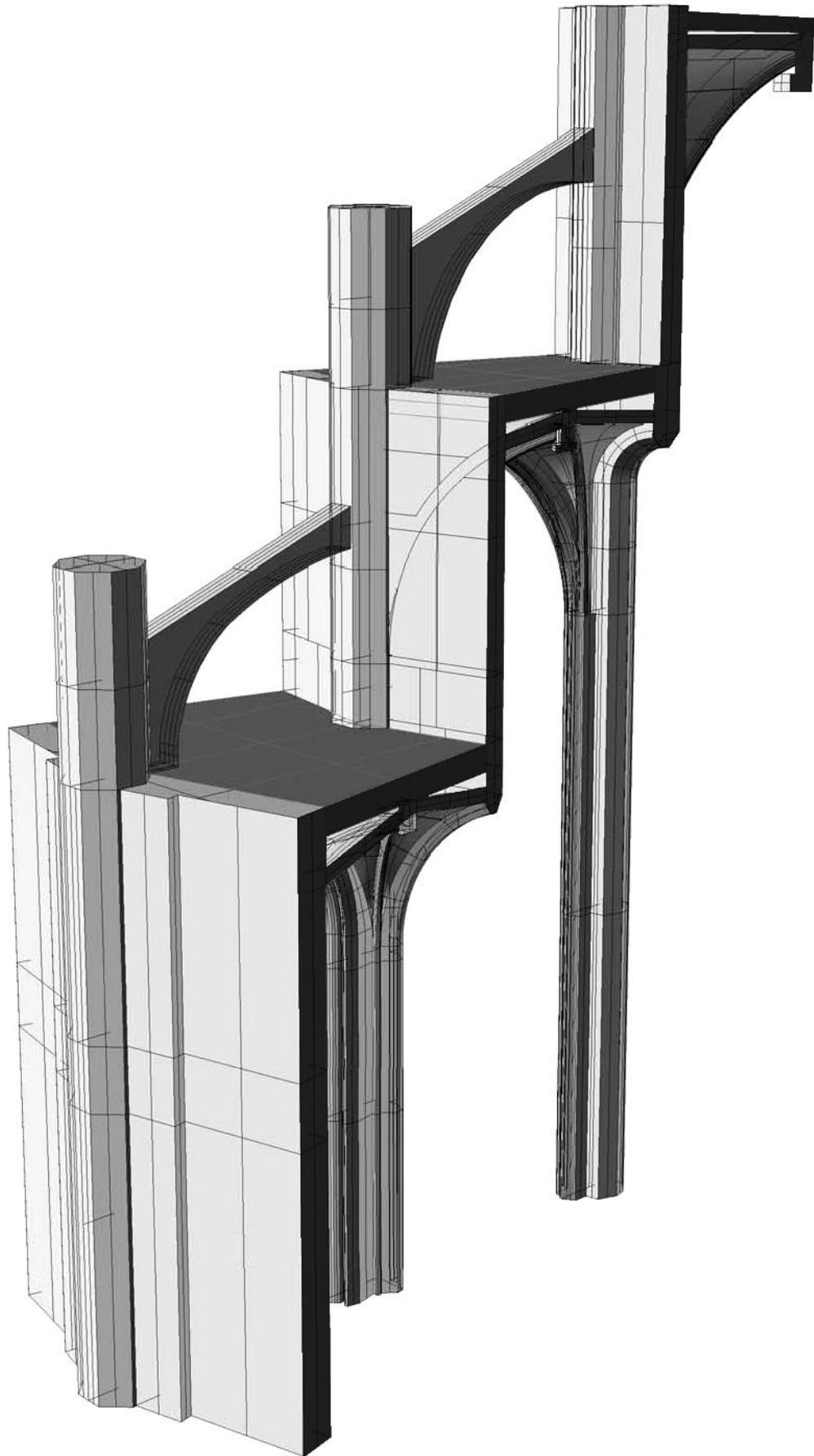


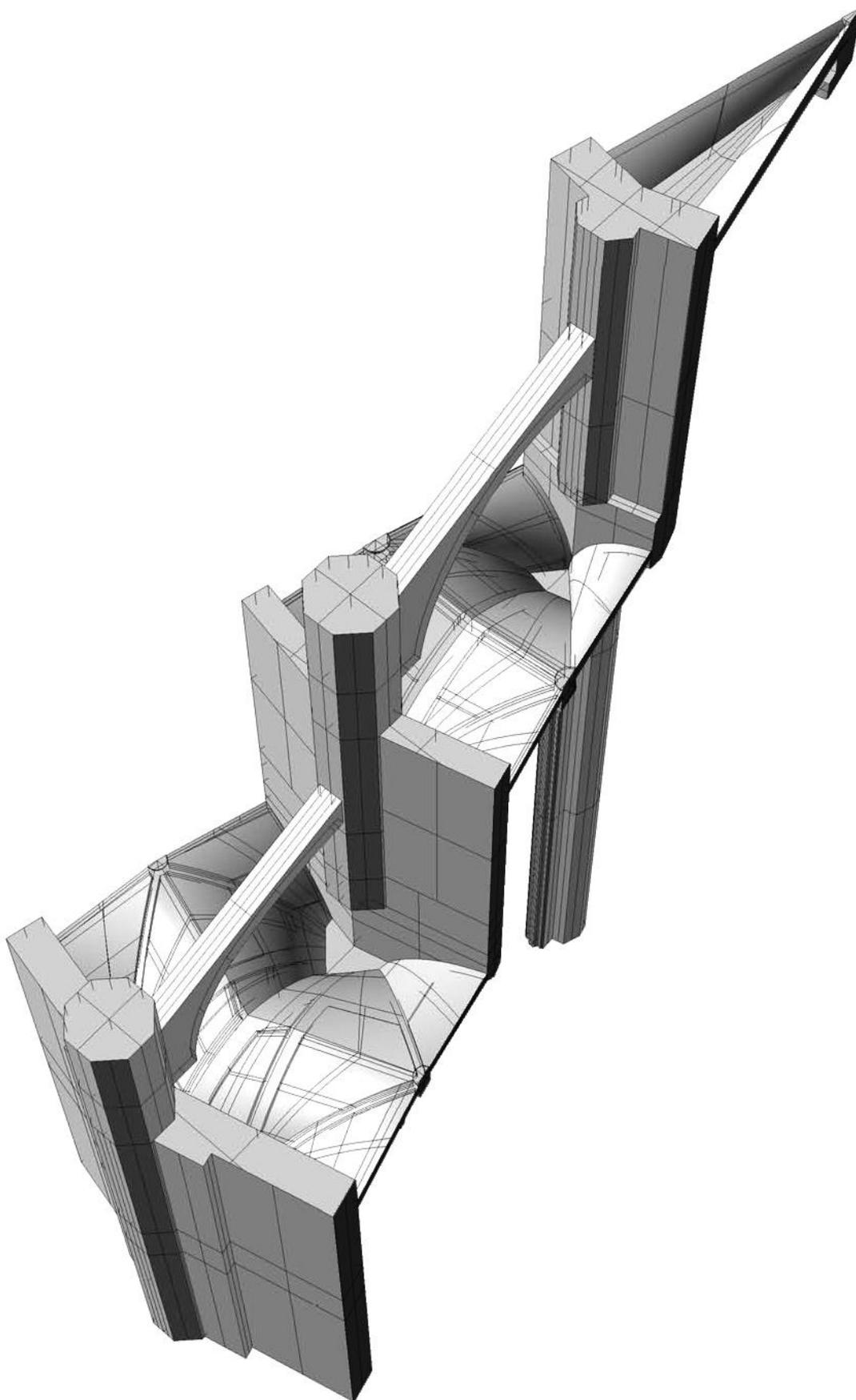


Estudio volumétrico de la sección característica del ábside de la catedral de Tortosa.





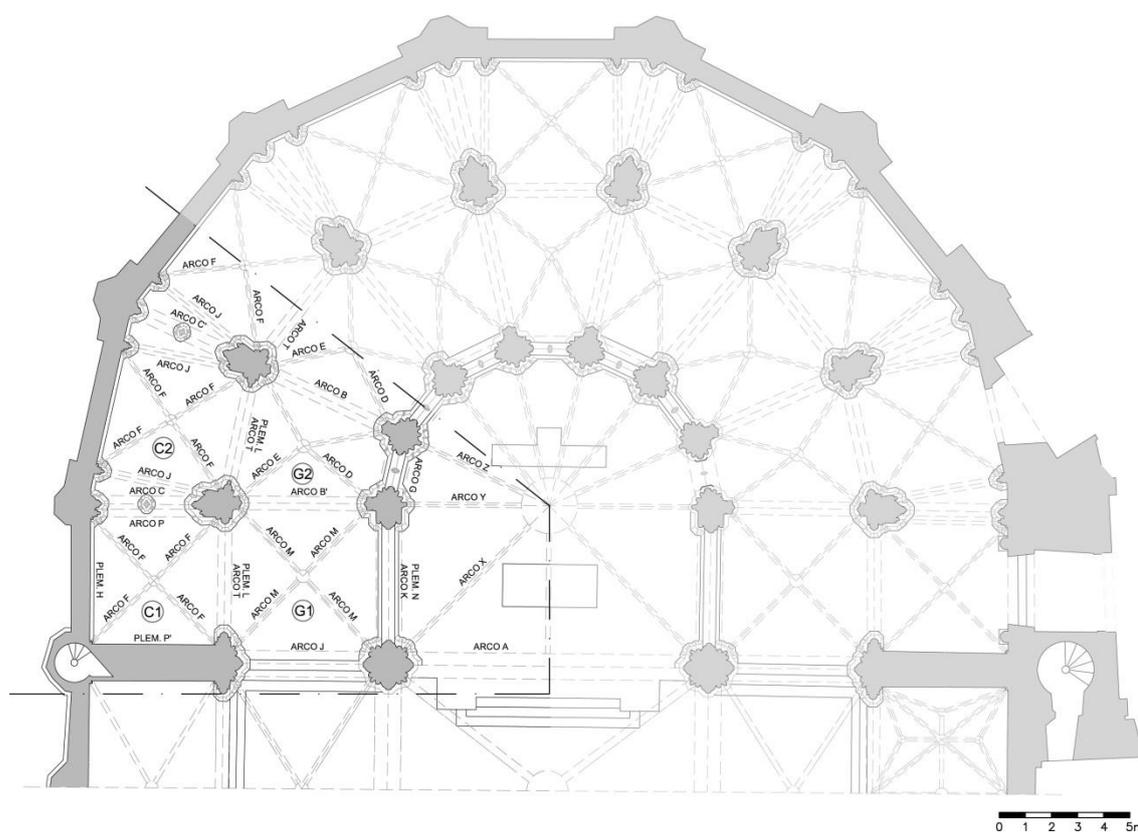




A1.5. Secciones de arcos y bóvedas para el análisis estructural

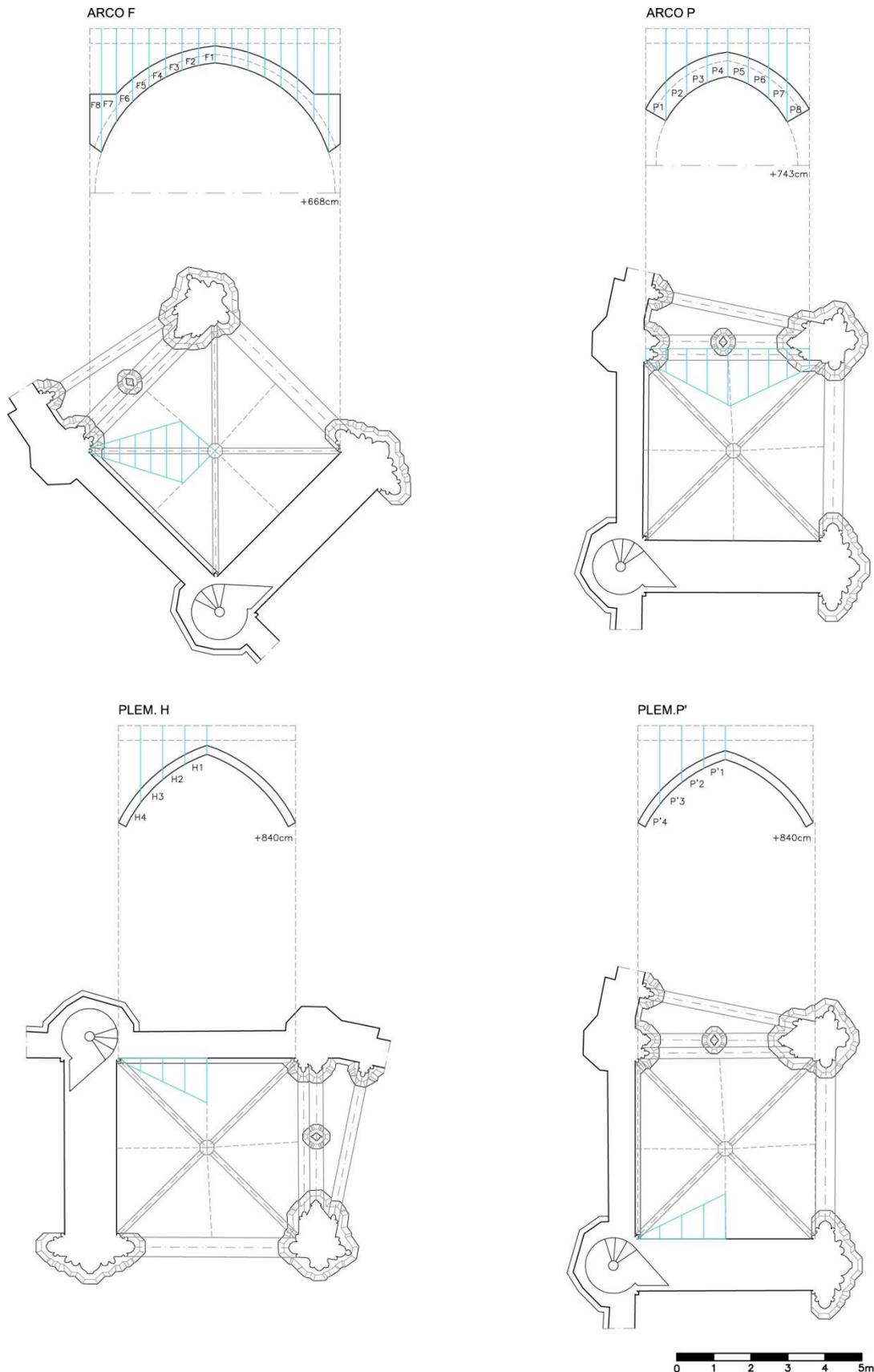
Una vez definida la geometría de los elementos constructivos, es necesario simplificar las secciones para facilitar el cálculo de cubicajes y pesos, y el trazado de las líneas de presión. Este proceso implicará revisar el trazado de todos los arcos implicados en el cálculo y aplicar las hipótesis constructivas realizadas. Los perfiles se redibujan a partir de arcos de circunferencia y líneas que reproducen la geometría de las secciones obtenidas a partir de la malla tridimensional.

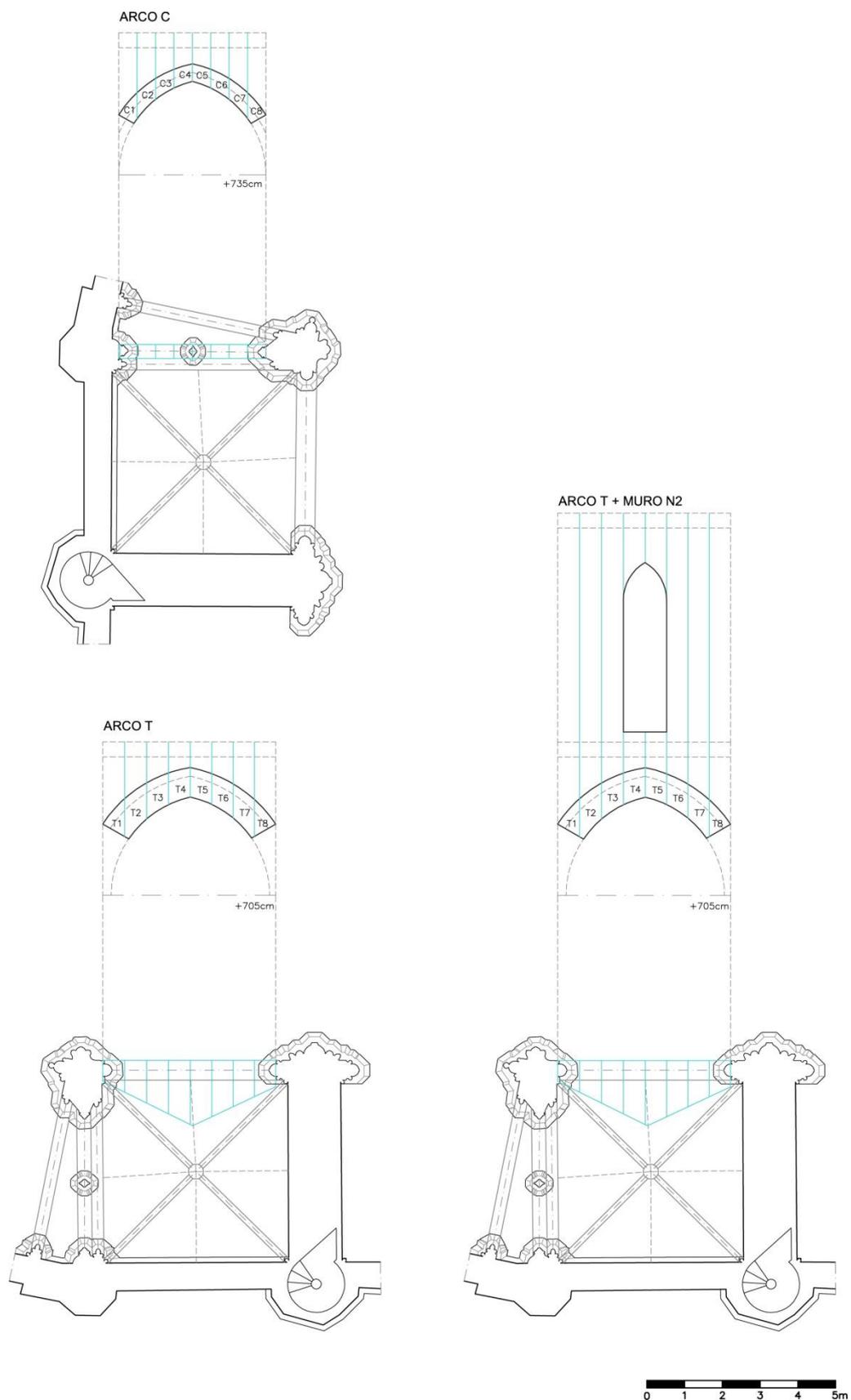
La documentación se presenta según las bóvedas analizadas en el cálculo estructural. Cabe mencionar que el redibujado de los arcos ha permitido identificar que el arranque de la curva no siempre es coincidente con la línea de imposta. Así, las cotas indicadas a continuación se refieren a la cota de arranque geométrica considerada. Por otra parte, en el caso de las secciones de la plementería donde apoya sobre un muro, la cota de arranque se deduce a partir de las intersecciones geométricas, ya que los nervios cruceros no arrancan en la línea de imposta, sino que lo hacen a una altura superior, desdoblándose a partir de la moldura del arco.



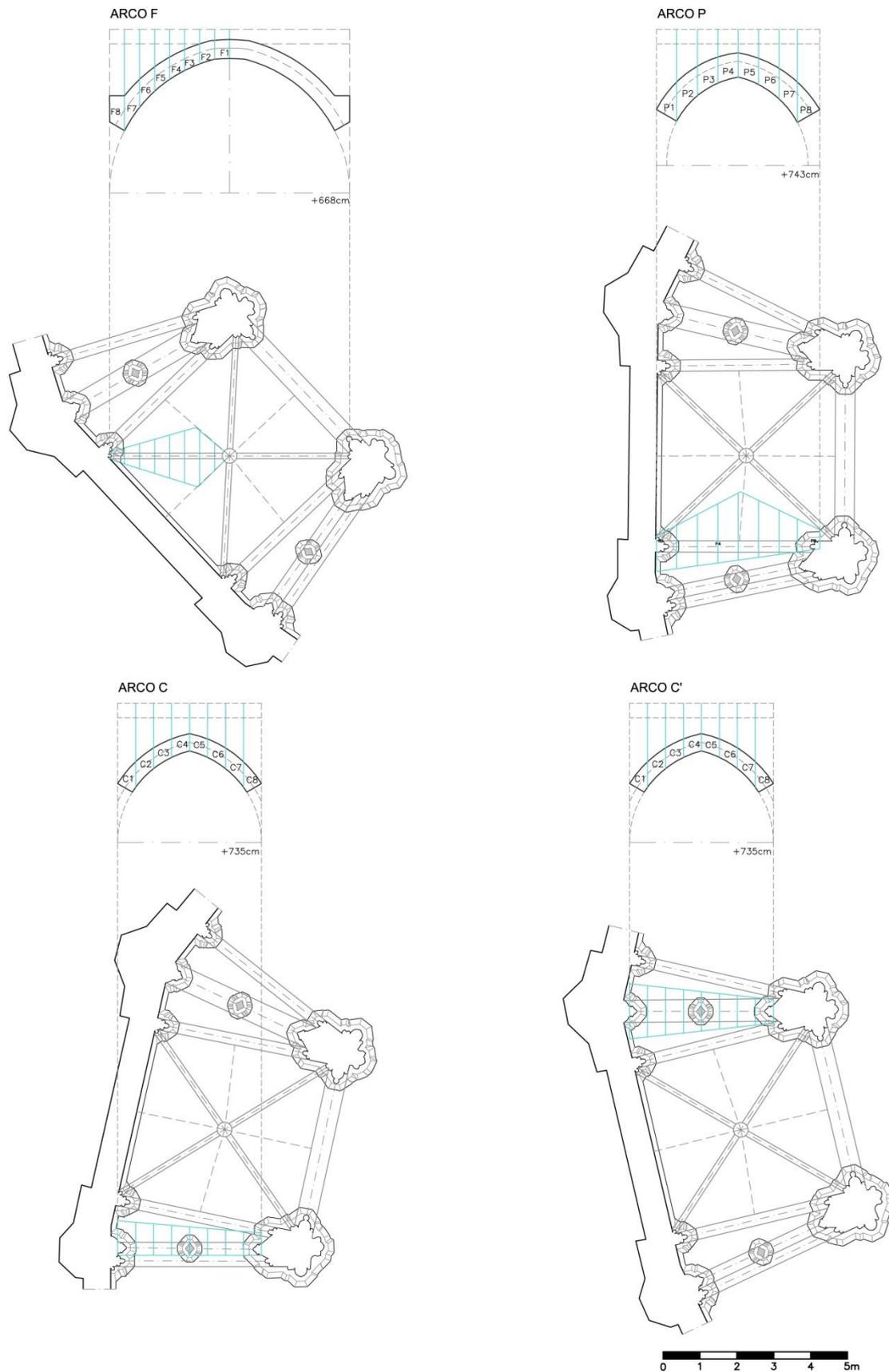
A1.5.1. Capillas

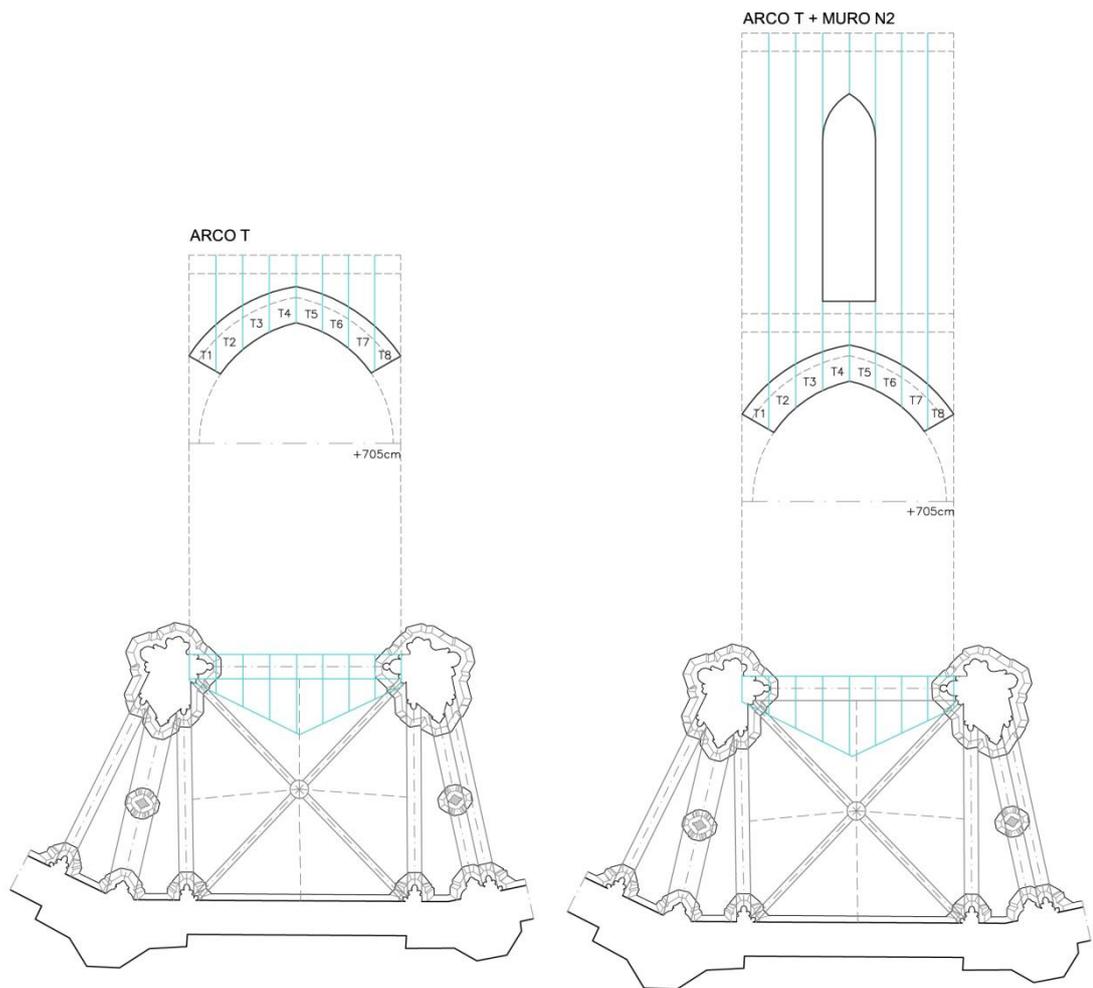
Capilla (C1)





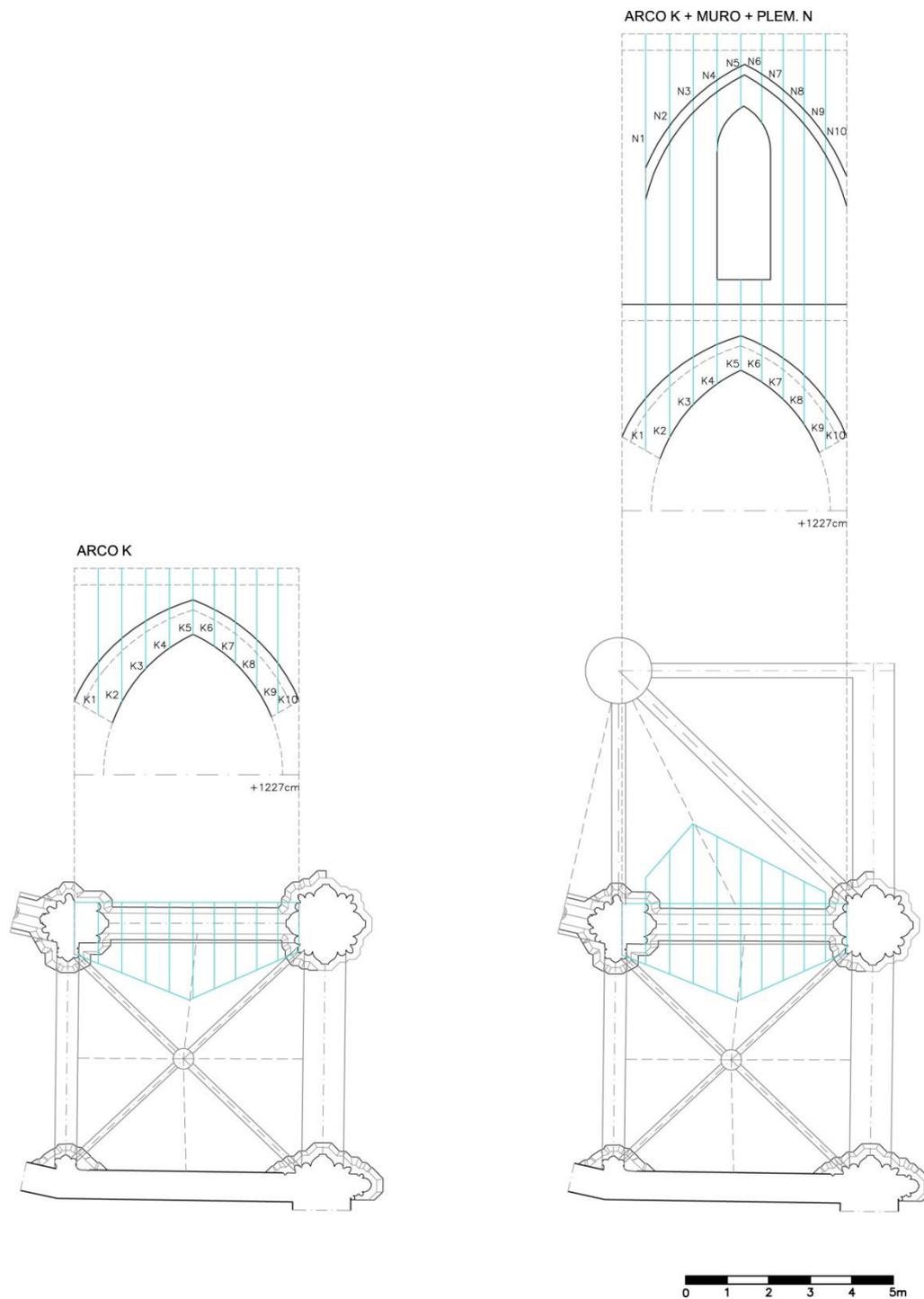
Capilla (C2)

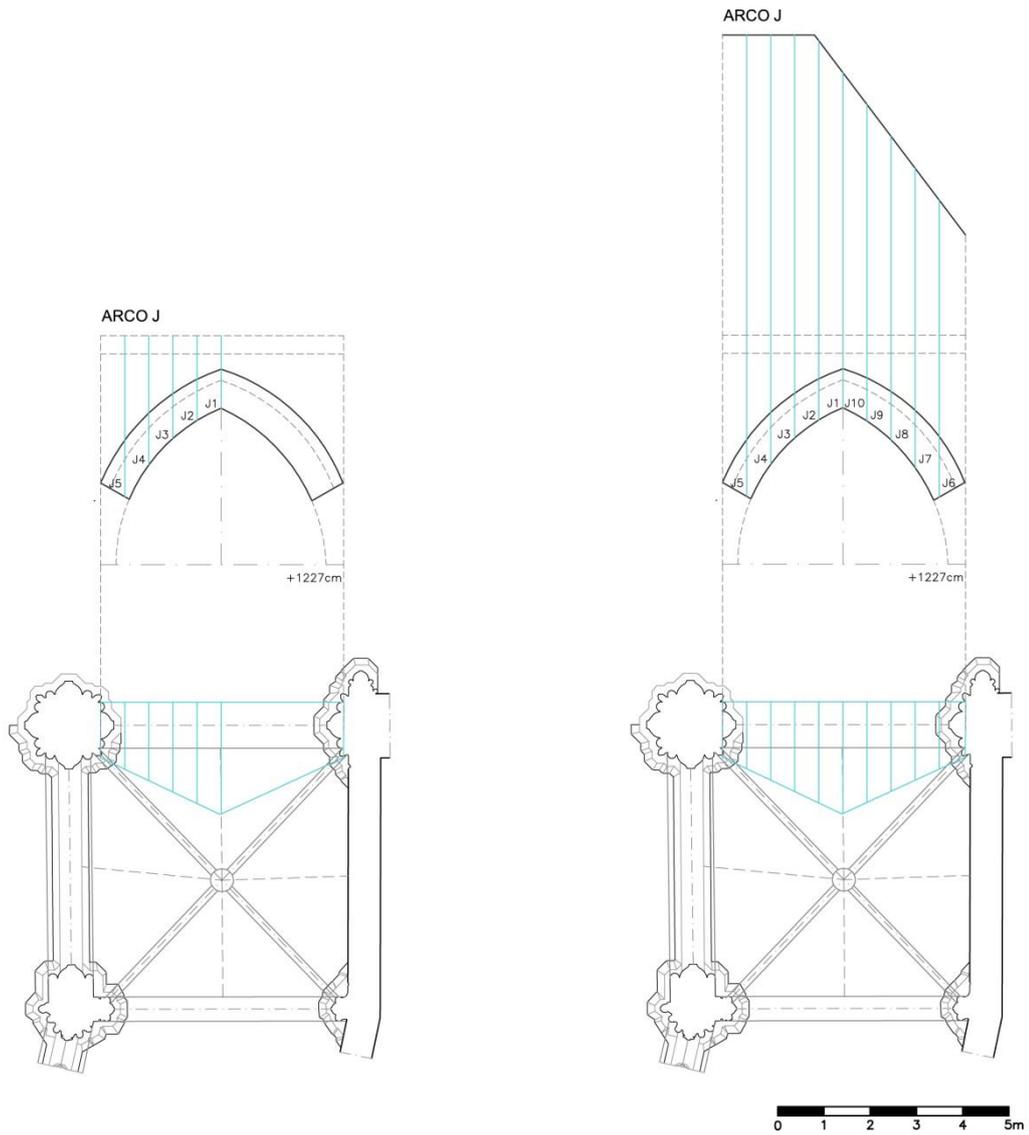


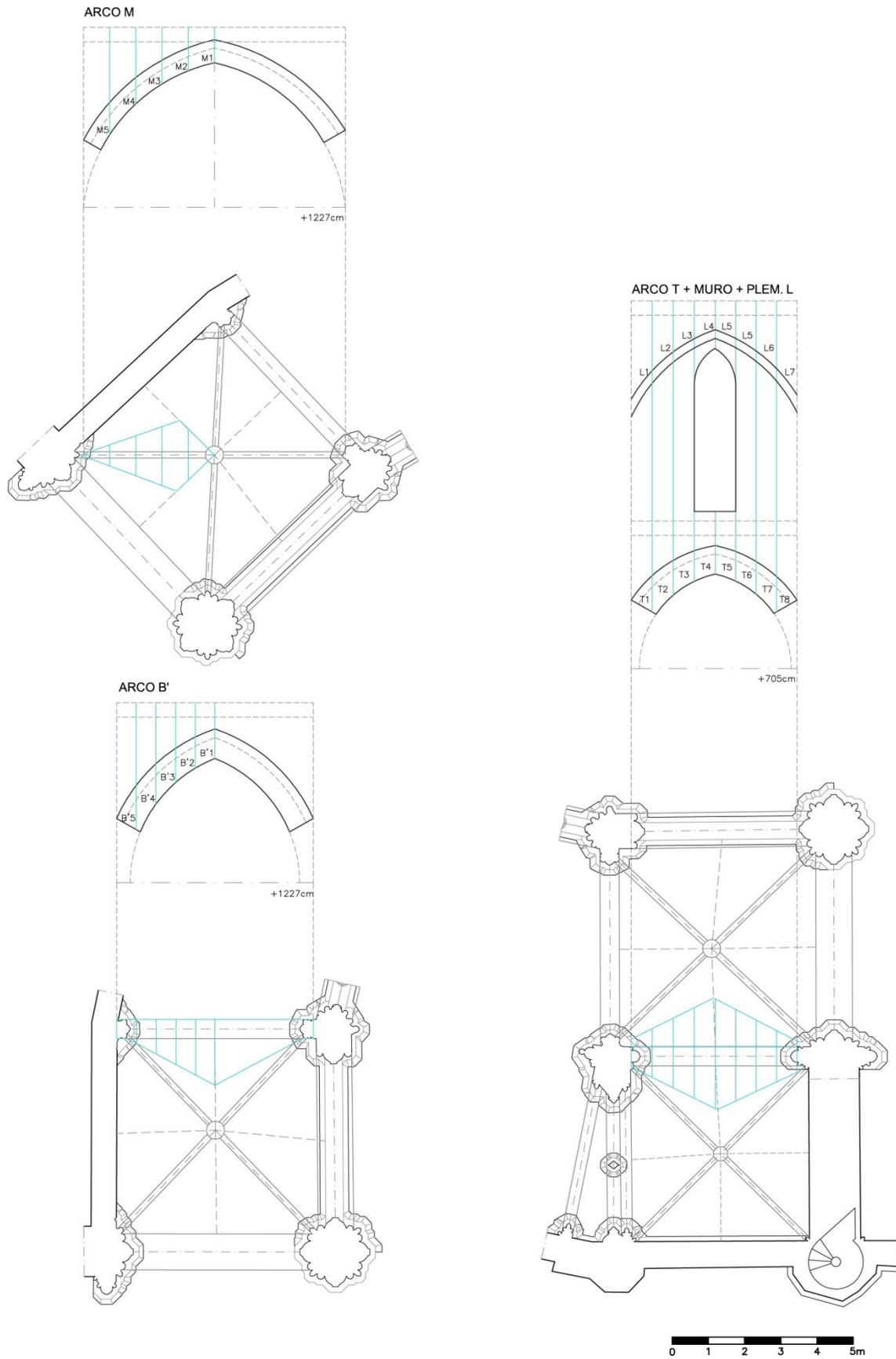


A1.5.2. Deambulatorio

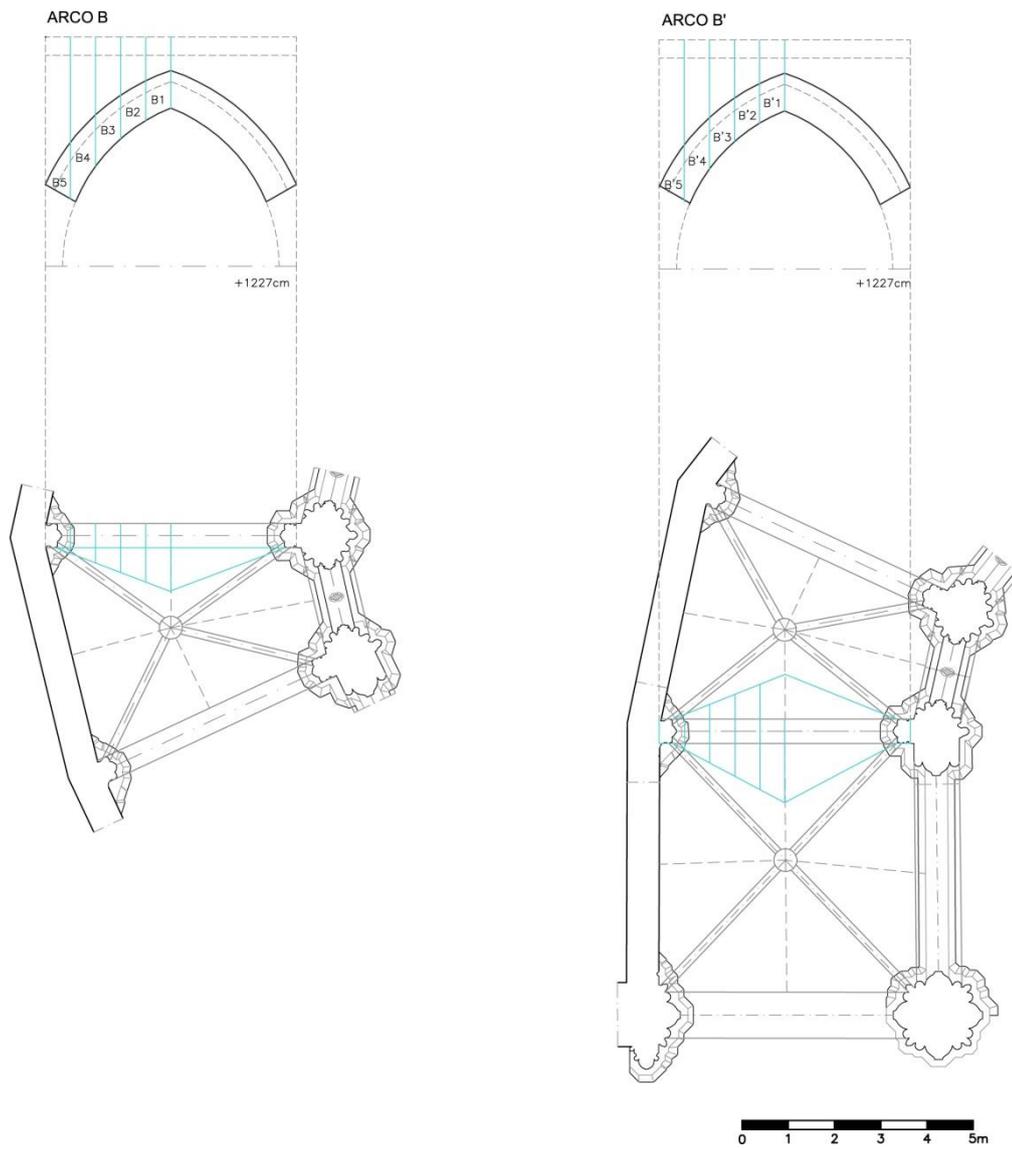
Deambulatorio G1

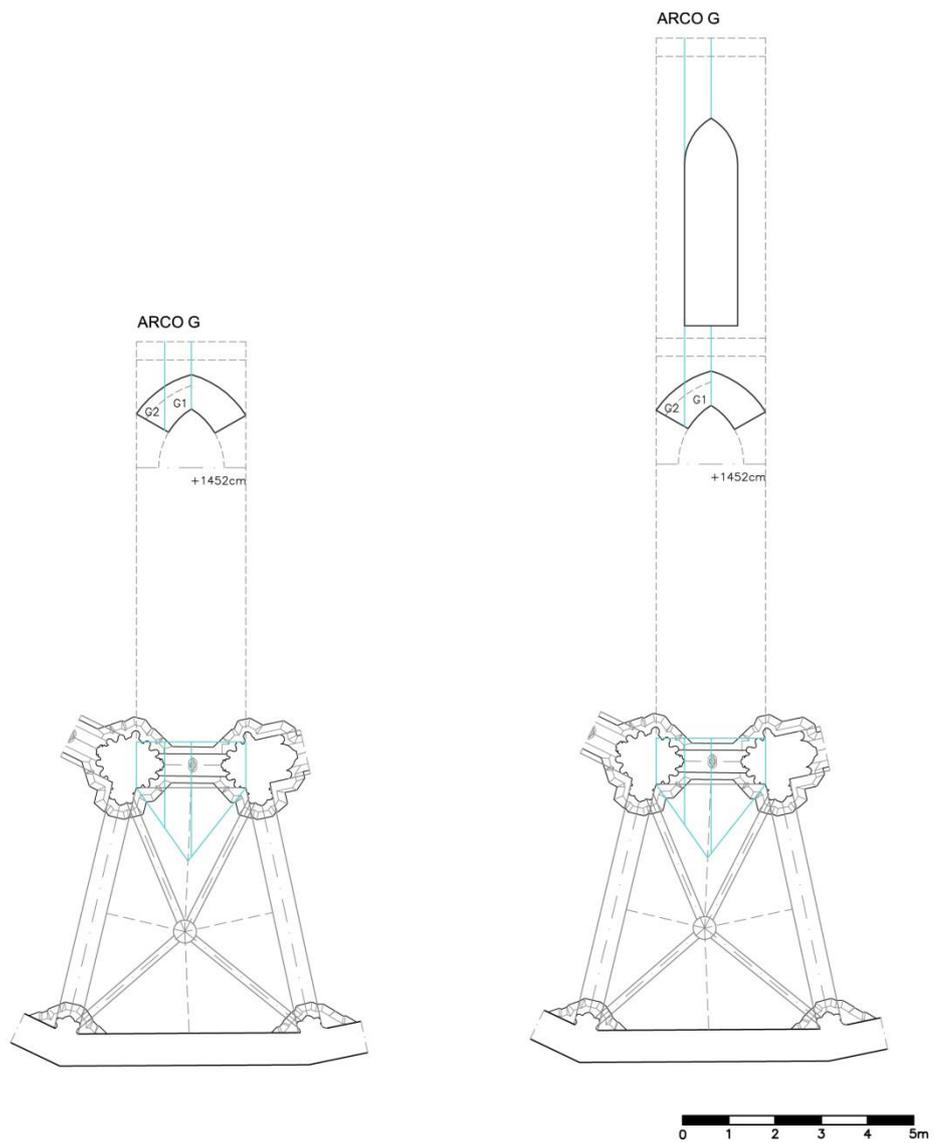


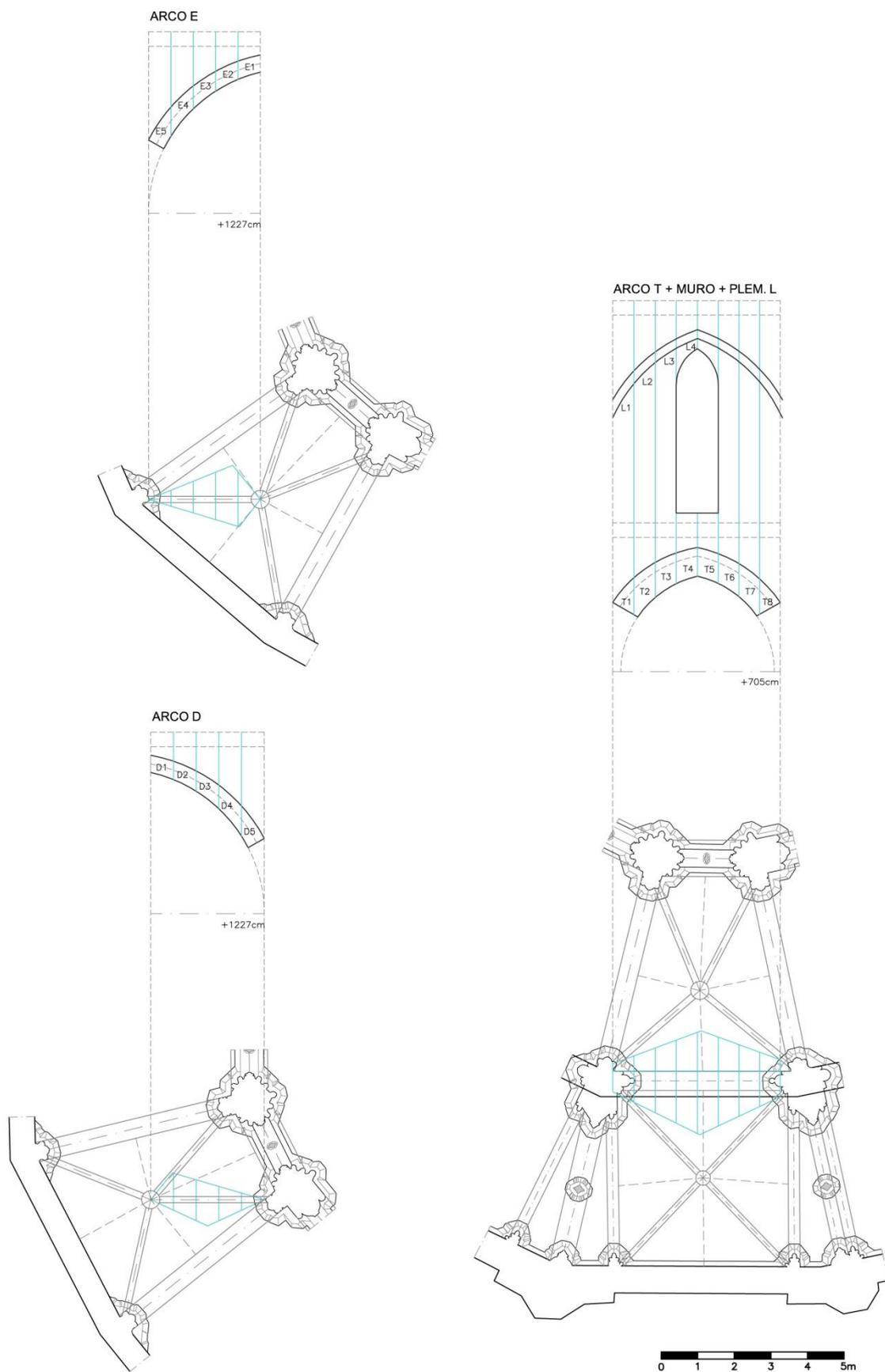




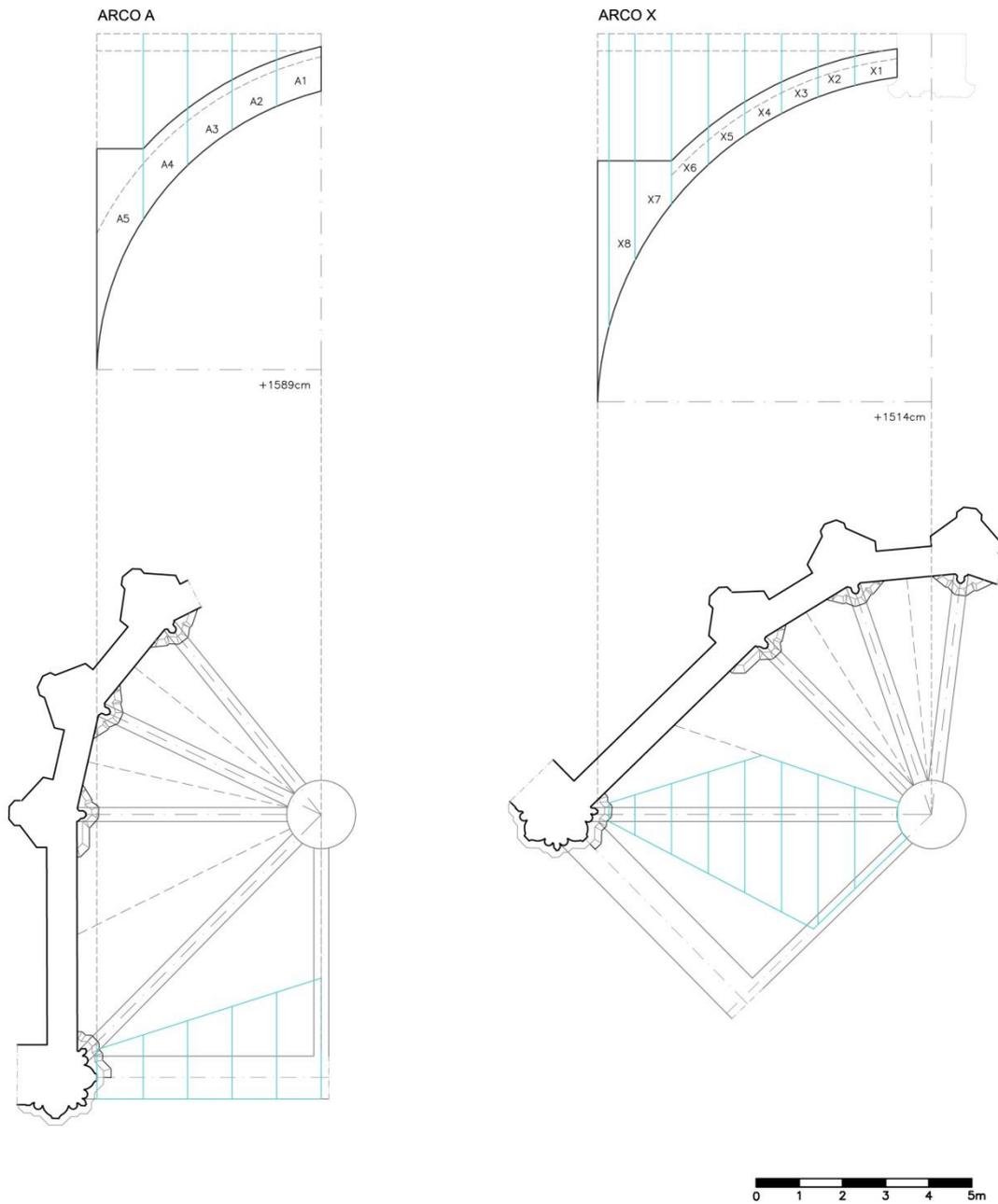
Deambulatorio G2

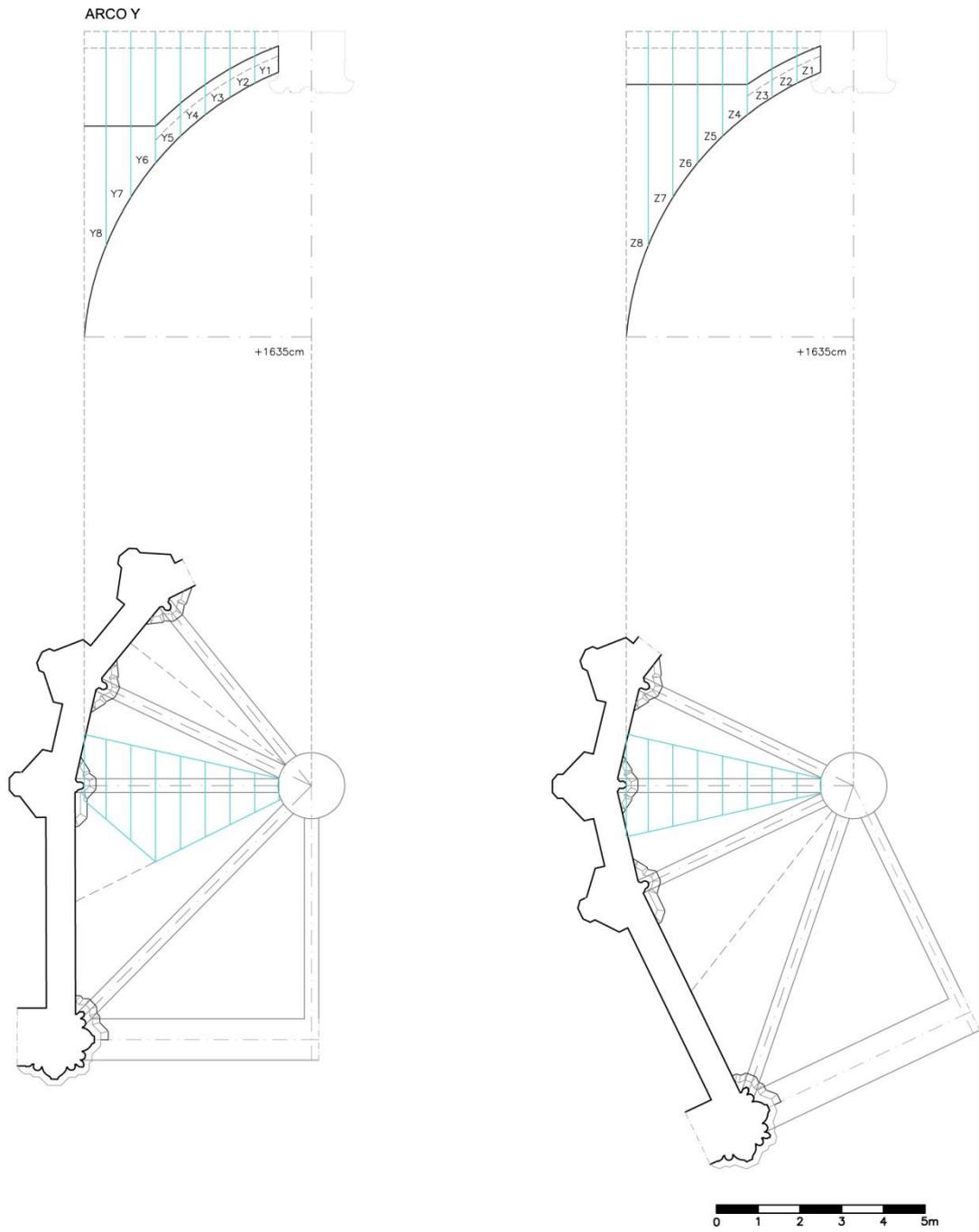




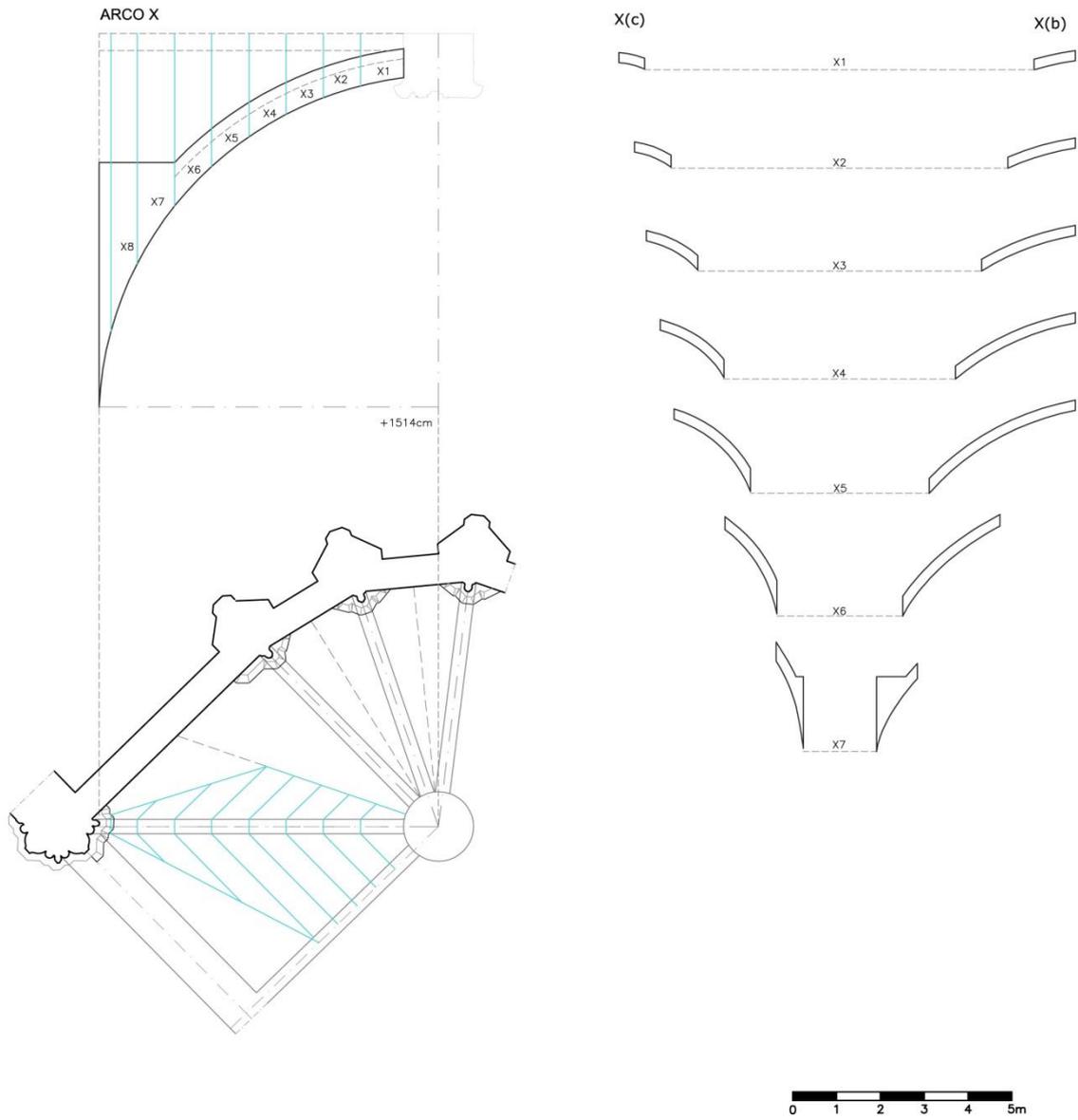


A1.5.3. Presbiterio



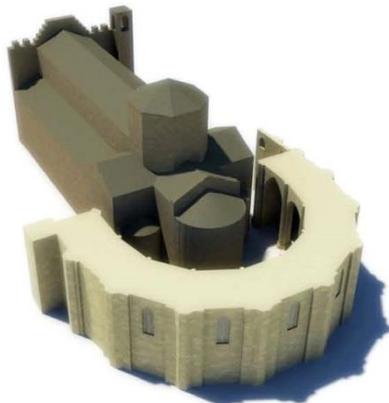
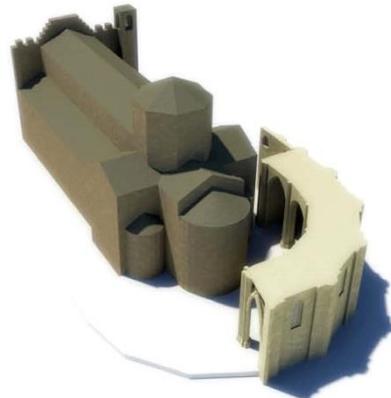
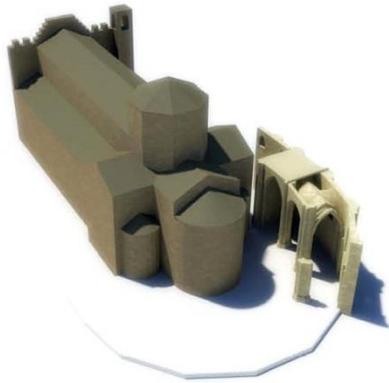


MÉTODO DE LOS CORTES

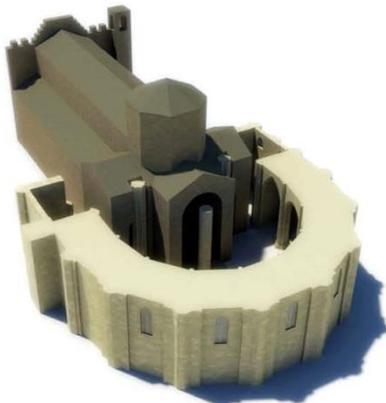
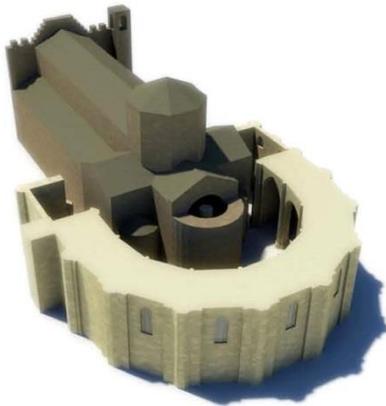


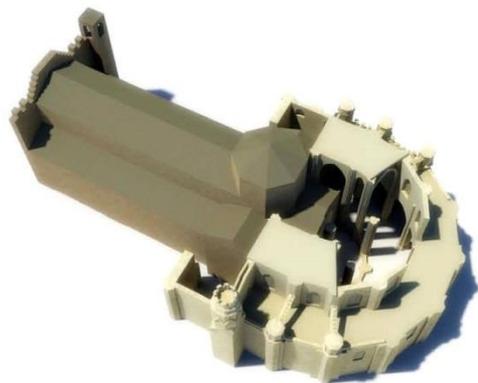
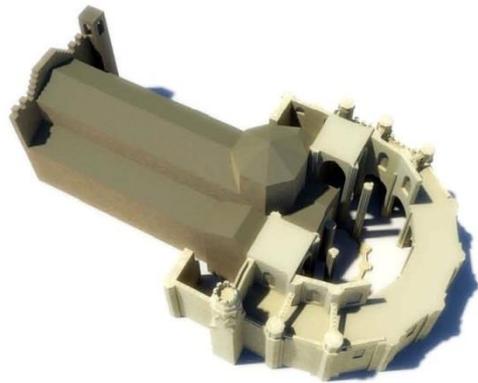
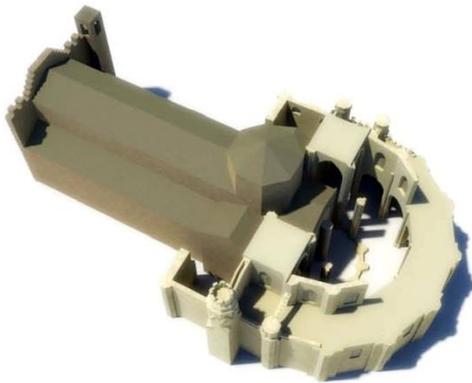
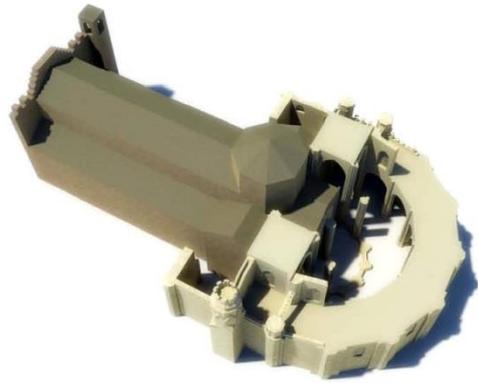
A1.6. Proceso construcción-deconstrucción. Encaje volumétrico.

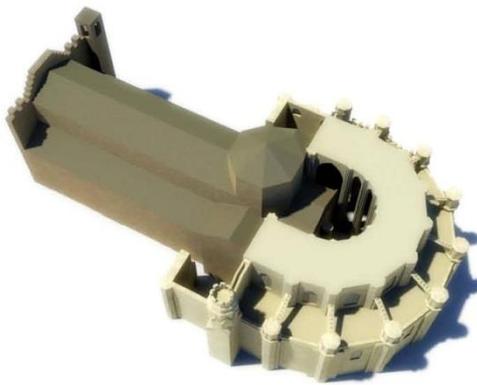
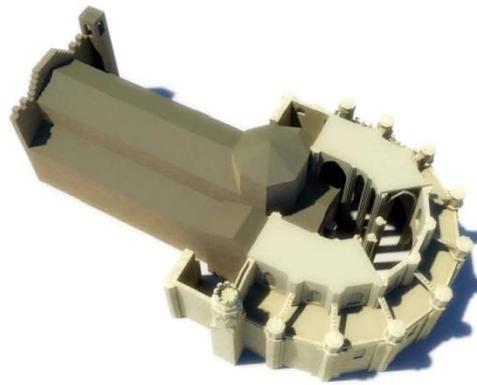
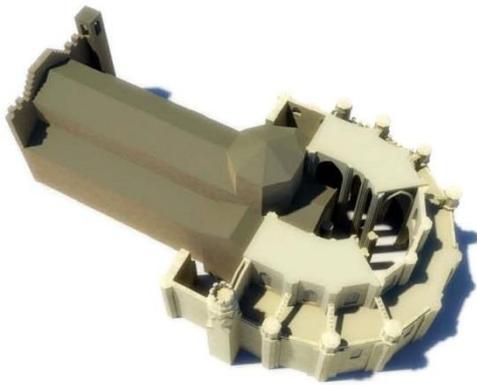
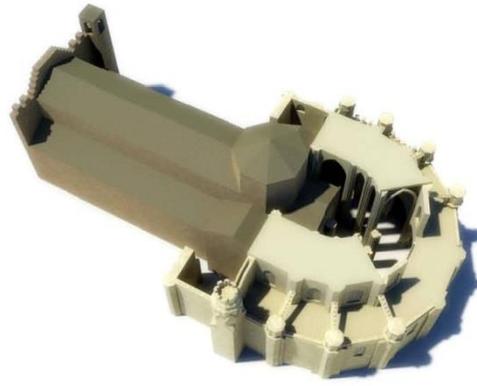
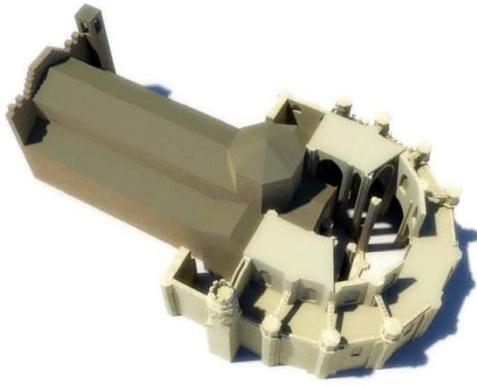
A1.6.1 Capillas (1347-1424)



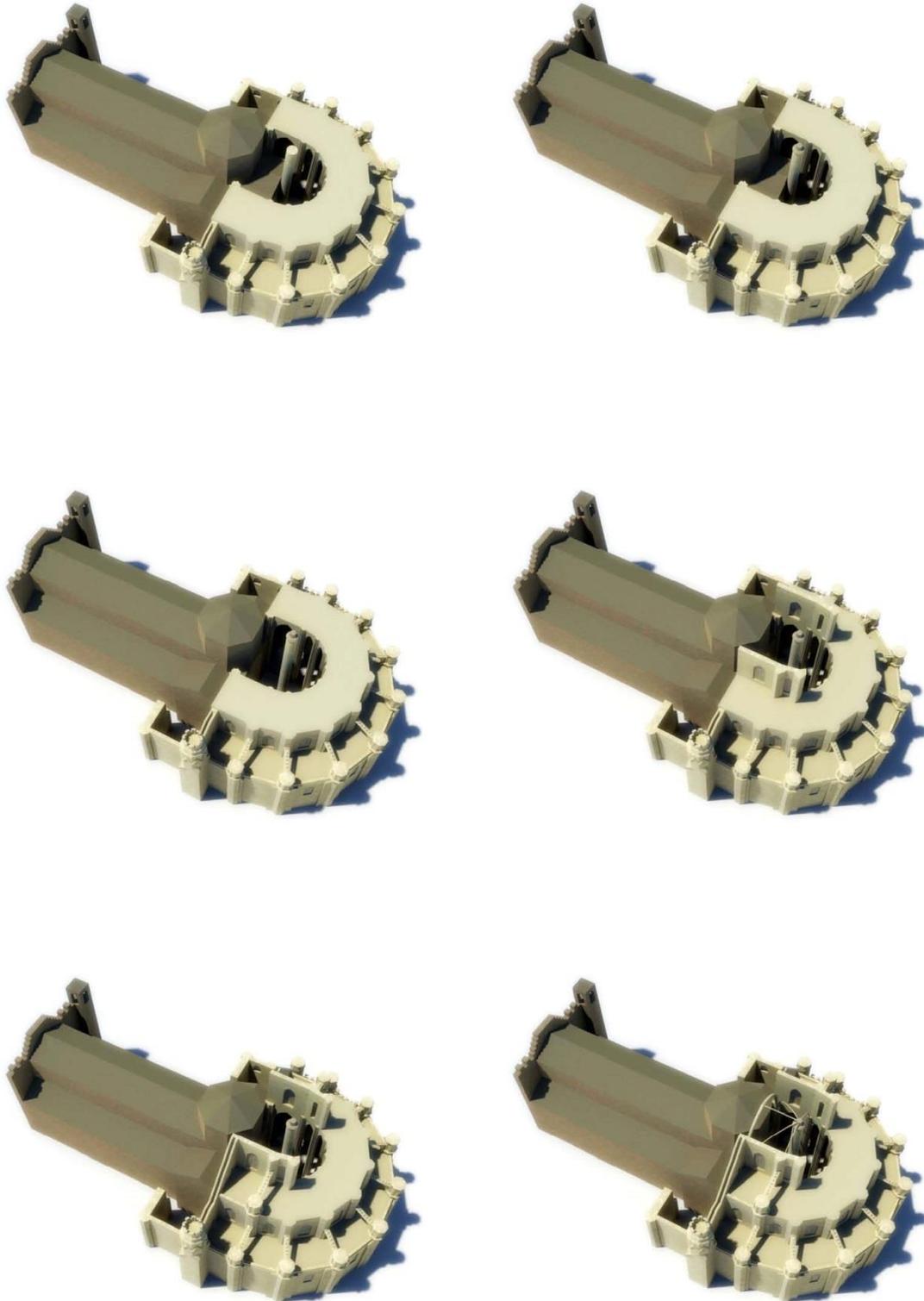
A1.6.2. Deambulatorio (1424-1434)

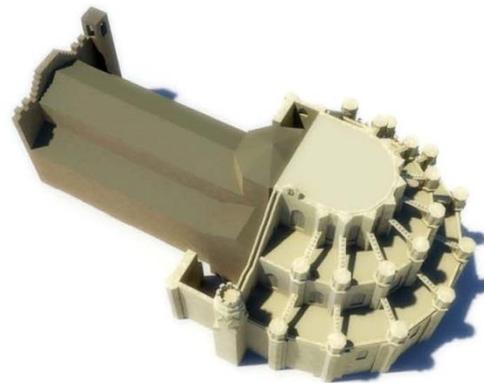
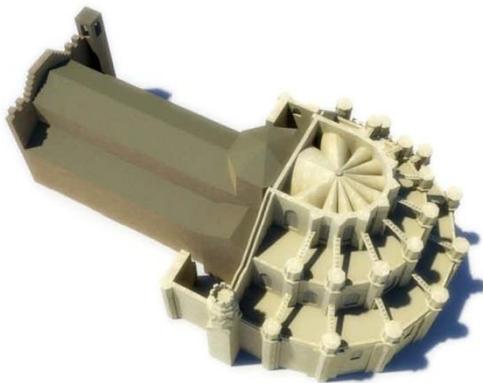
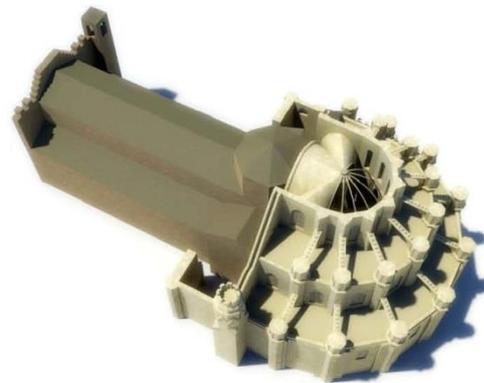
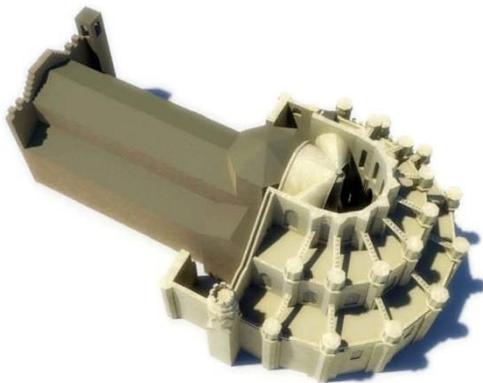
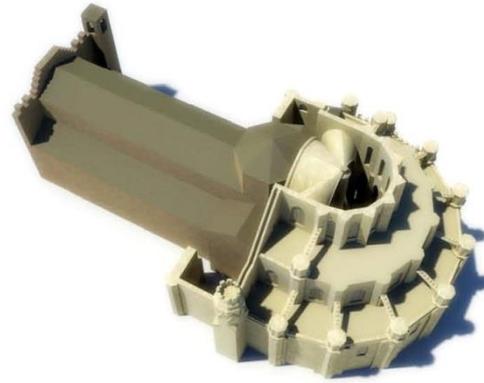
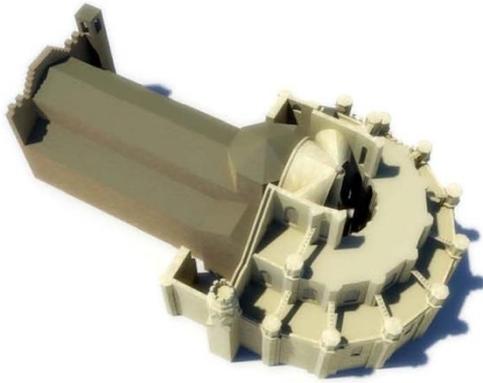




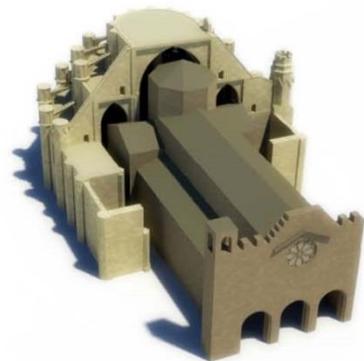
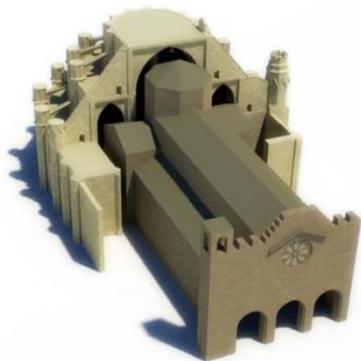


A1.6.3. Presbiterio (1439-1441)





A1.6.4. Nave, tramo 1 (1441-1494)



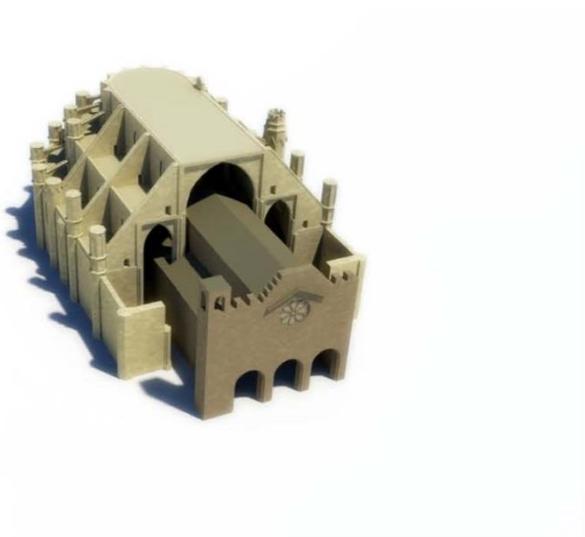


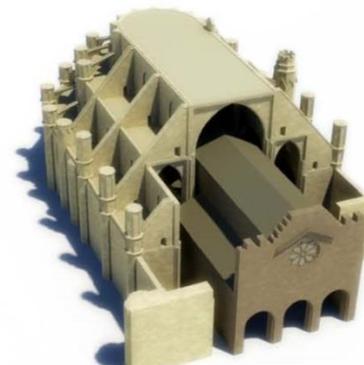
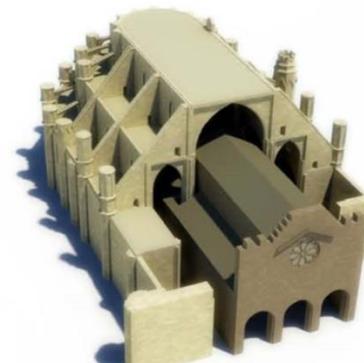
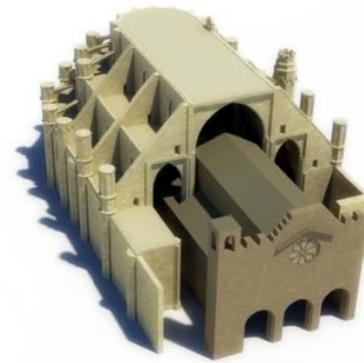


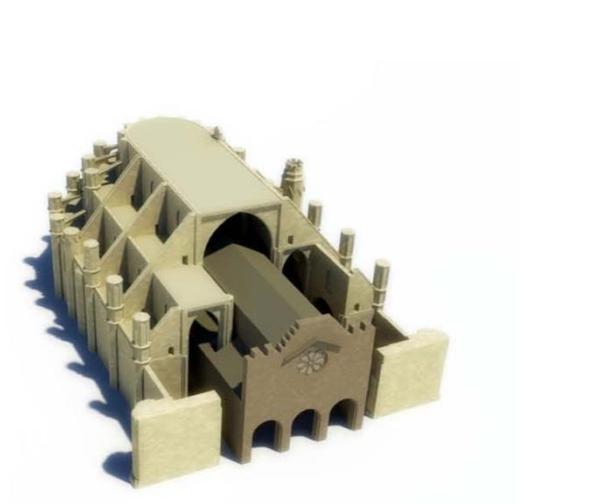
A1.6.5. Nave, tramo 2 y 3 (1494-1600)

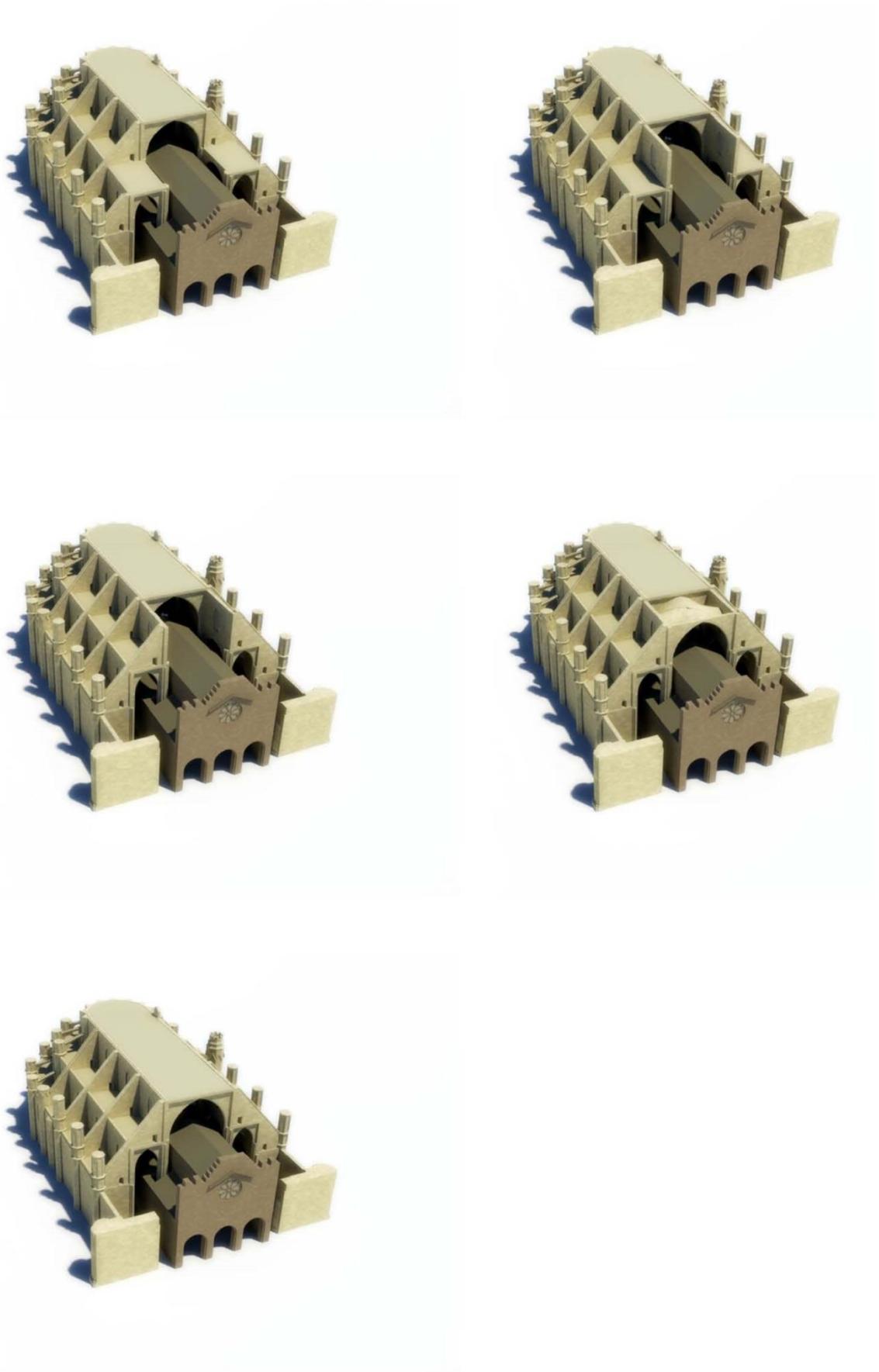




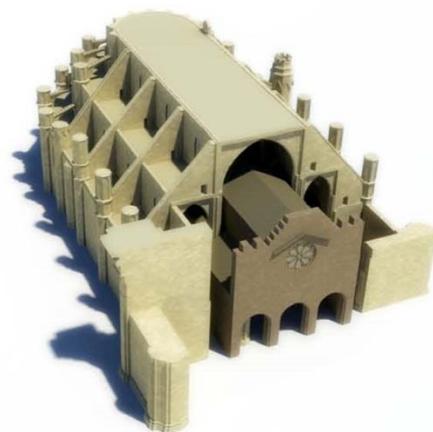
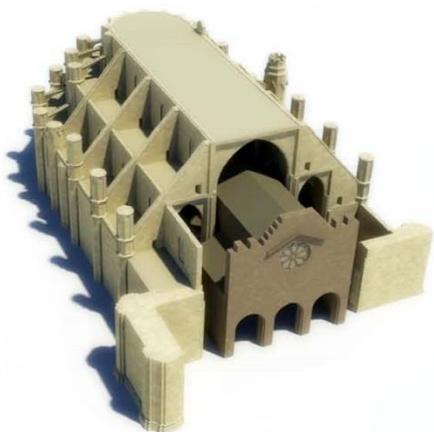
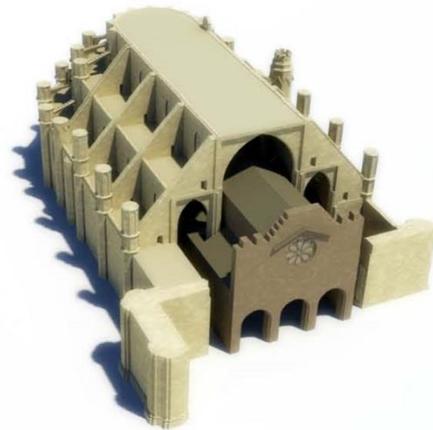


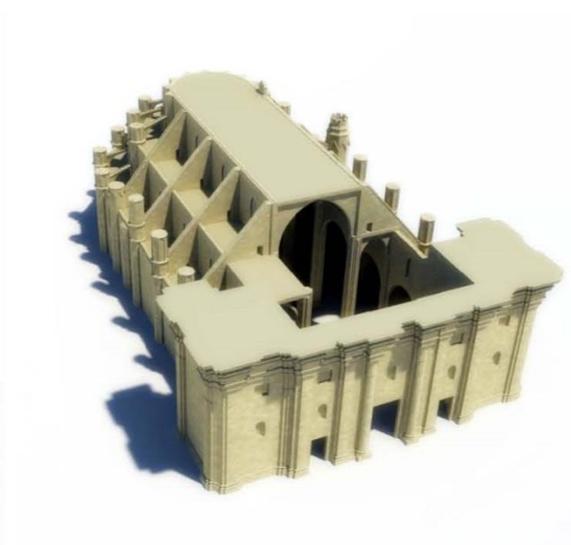
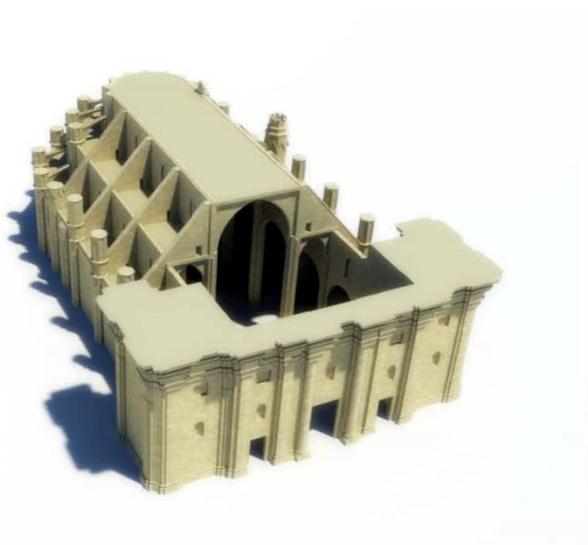
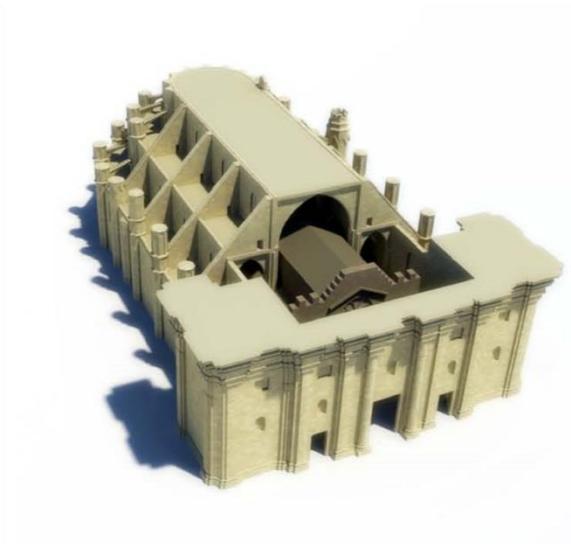
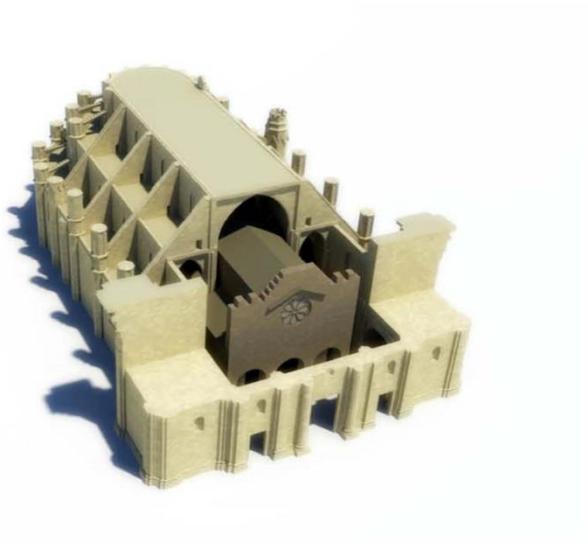
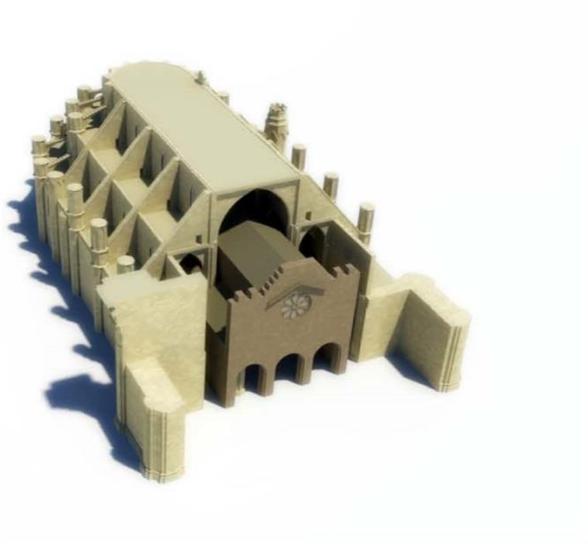


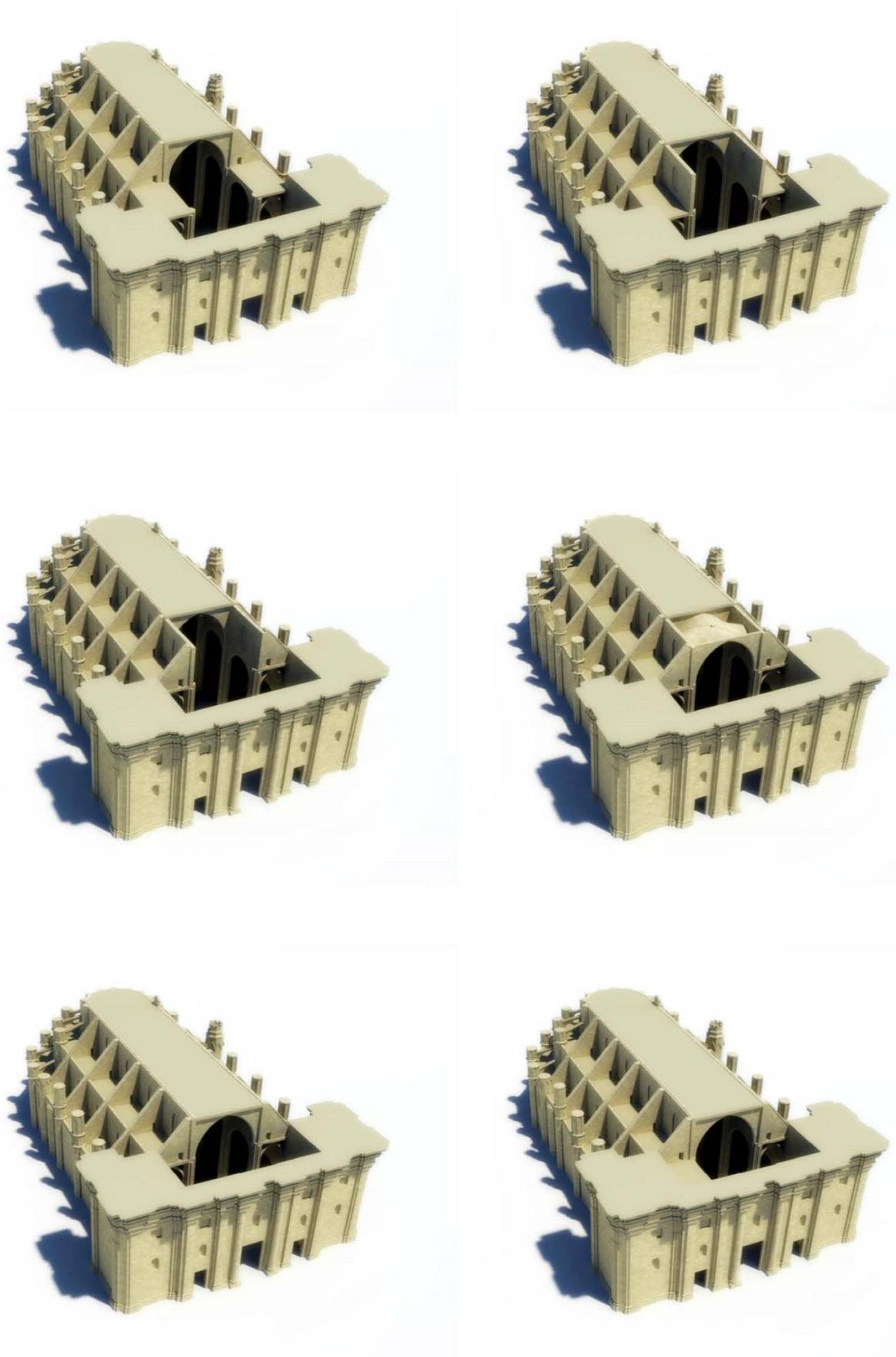


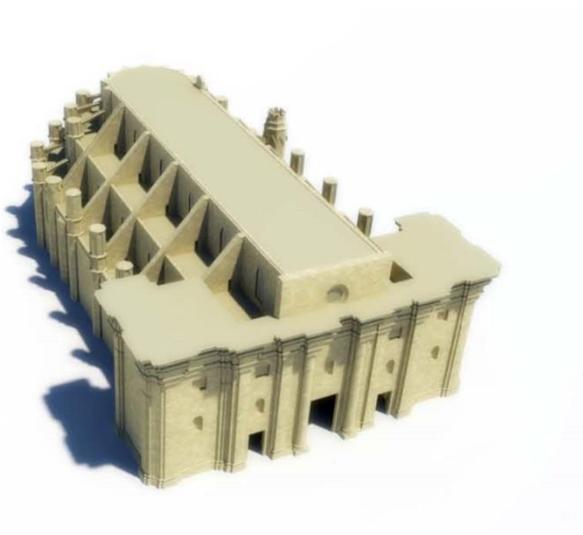
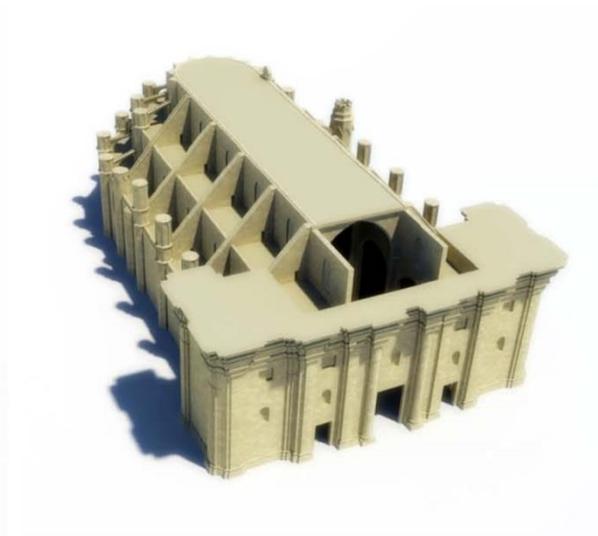


A1.6.6. Nave, tramo 4 y fachada barroca (1600-1757)









A2. ANEJO DE CÁLCULO

El estudio de las condiciones de equilibrio ha implicado realizar diversas combinatorias de hipótesis para cada modelo. Los cálculos se han desarrollado a través de dos aproximaciones distintas, basadas en el análisis límite a partir del trazado de curvas de presión. El capítulo 6 recoge los principios utilizados para definir los modelos, así como las conclusiones de los resultados obtenidos. A continuación se exponen los datos utilizados en cada uno de los modelos de cálculo y los valores numéricos obtenidos.

A2.1. Análisis de la sección característica

En este apartado se exponen los datos utilizados en el cálculo del rango de soluciones por medio de una hoja de cálculo. En primera instancia se adjuntan los datos de cada uno de los elementos constructivos que intervienen en el cálculo, y a continuación las hipótesis establecidas para cada momento constructivo analizado, según el mismo orden de exposición que el del apartado 6.2.

La nomenclatura utilizada para cada elemento es la siguiente:

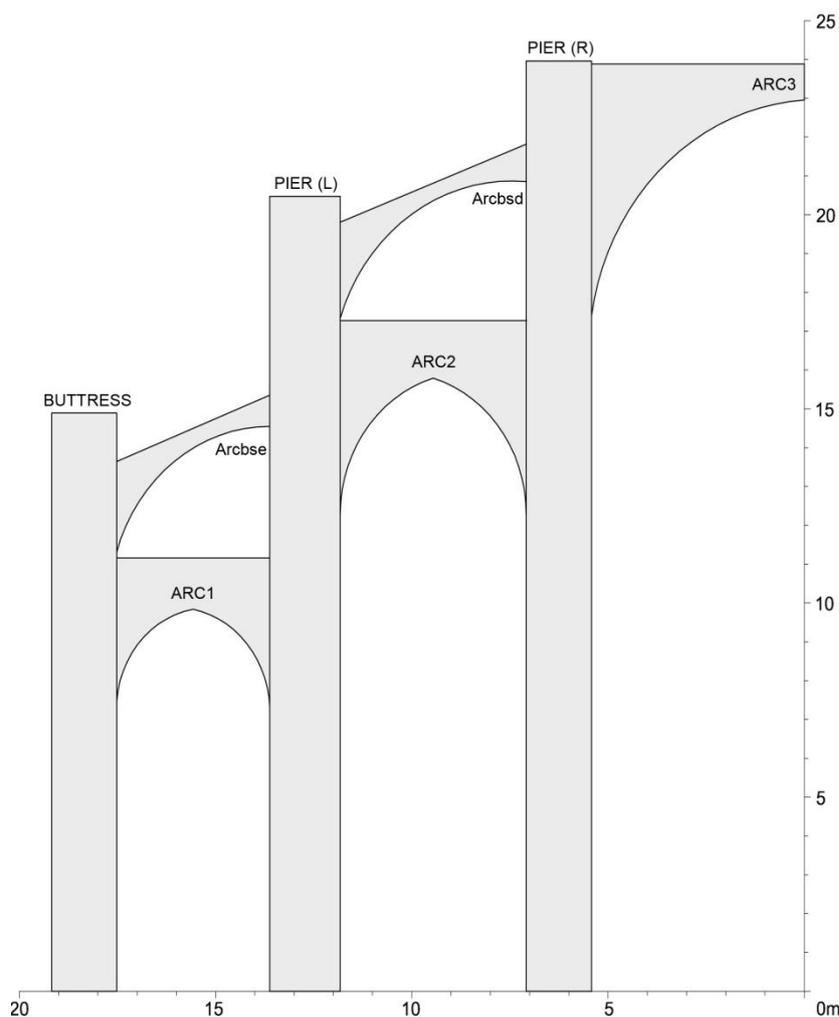


Figura A2.1. Nomenclatura de los elementos que intervienen en el cálculo.

Las características definidas para cada elemento se establecen según los parámetros descritos a continuación:

Arc: se establecen las características geométricas y físicas de los arcos. Tendremos dos tipos de elemento, los arcos que simplifican el comportamiento de las bóvedas, y los arbotantes.

- Span: luz del arco.
- Width (transverse): grosor en sentido transversal del arco
- Height left: altura¹ del arranque del arco
- Height center: altura de la clave
- Unit weight: peso unitario, en kN/m³

Ring+Spandrel: se establecen las propiedades geométricas generales del relleno del extradós.

- Depth (left): profundidad del relleno en el lado izquierdo del arco
- Depth (center): profundidad del relleno en el centro del arco
- Depth (right): profundidad del relleno en el lado derecho del arco
- Height spandrel (left): altura del remate del relleno en el lado izquierdo del arco
- Height spandrel (right): altura del remate del relleno en el lado derecho del arco

Filling: se establecen las propiedades geométricas y físicas detalladas del relleno del extradós.

- Span: luz del relleno (igual a la luz del arco)
- Vault thickness: grosor de la bóveda
- Infill 1: macizado de los senos
 - Height: altura de la sección maciza.
 - Weight: peso específico de la sección maciza.
- Infill 2: relleno ligero con *gerres*
 - Height: altura del relleno ligero con *gerres*
 - Weight: peso específico del relleno ligero con *gerres*
- Infill 3: trespól (relleno pesado).
 - Height: altura del trespól (coincidente con la definida en el concepto 'Height spandrel' de la sección 'Ring+Spandrel').
 - Weight: peso del trespól (coincidente con la definida en el concepto 'Height spandrel' de la sección 'Ring+Spandrel').

En el caso del sistema de soporte vertical, que incluye el muro perimetral y los dos pilares, las características serán las siguientes:

¹ Todas las alturas se introducen siempre a partir de la cota 0 del modelo.

- Depth (superior): ancho del soporte en la base.
- Depth (inferior): ancho del soporte en el remate.
- Width: grosor en sentido transversal del soporte.
- Height: altura considerada
- Unit weight: peso unitario, en kN/m³

A2.1.1. Datos de los elementos

	Arc 1	Arc 2	Arc 3	Arcbse	Arcbsd
ARC					
Span	3,90 m	4,47 m	5,40 m	3,90 m	4,47 m
Width (transverse)	0,66 m	0,66 m	0,40 m	0,40 m	0,40 m
Height left	7,35 m	12,37 m	16,35	11,17 m	17,30 m
Height center	9,85 m	15,82 m	22 m	14 m	20,40 m
Unit weight	24 kN/m ³				
RING+SPANDREL					
Depth (left)	0,40 m	0,40 m	0,40 m	0,30 m	0,30 m
Depth (center)	0,40 m	0,40 m	0,40 m	0,30 m	0,30 m
Depth (right)	0,40 m	0,40 m	0,40 m	0,30 m	0,30 m
Height spandrel (left)	11,15	17,27 m	23,82 m	13,64 m	19,83 m
Height spandrel (right)	11,15	17,27 m	23,82 m	15,36 m	21,85 m
INFILL					
Height 1	8,96 m	14 m	22,46 m	-	-
Weight 1	22 kN	22 kN	22 kN	-	-
Height 2	10,75 m	16,87 m	23,42 m	-	-
Weight 2	2 kN	2 kN	2 kN	-	-
Height 3	11,15 m	17,27 m	23,82 m	-	-
Weight 3	24 kN	24 kN	24 kN	-	-

Tabla A2.1. Valores de arcos y arbotantes.

	Buttress	Pier (L)	Pier (R)
SUPPORTS			
Depth (superior)	1,65 m	1,80 m	1,66 m
Depth (inferior)	1,65 m	1,80 m	1,66 m
Width	3,30 m	1,40 m	1,20 m
Height	variable	variable	variable
Unit weight	24 kN/m ³	24 kN/m ³	24 kN/m ³

Tabla A2.2. Valores de los elementos de soporte.

A2.1.2. Combinatoria de hipòtesis

Para cada momento constructivo se han analizado entre 10 y 12 combinatorias de hipòtesis que dieran como resultado una soluci3n v3lida, es decir, en que la l3nea de presi3n quedara contenida en la secci3n de la f3brica. Se han establecido los siguientes modelos de c3lculo seg3n los momentos constructivos para cada nivel de la cabecera g3tica:

- Nivel 1:
 - o N1.1. b3veda de la capilla.
- Nivel 2:
 - o N2.1. muro de cierre.
 - o N2.2. pin3culo y arbotante.
 - o N2.3. b3veda del deambulatorio.
- Nivel 3:
 - o N3.1. muro de cierre.
 - o N3.2. pin3culo y arbotante.
 - o N3.3. b3veda del presbiterio.

Una vez definidas las caracter3sticas de los elementos constructivos, los par3metros utilizados para definir cada combinatoria de hipòtesis son los siguientes:

- Thrust: define el valor del empuje de la b3veda, seg3n el cual variar3 la posici3n de la l3nea de empujes (a menor valor del empuje, mayor peralte de la curva).
- Eccentricities (left – right): define la posici3n de la l3nea de empuje en el arranque (a mayor valor, mayor altura).

Complementariamente, tambi3n es posible definir una carga puntual sobre una de las dovelas. Esto se utilizara para reproducir el peso de la *clau major* en la b3veda del presbiterio. Conocido el peso total de la clave (87,47 kN) se establece que la carga queda repartida de forma equitativa entre los 10 nervios que configuran el cierre del presbiterio. As3, el peso repercutido a cada uno de los nervios ser3 8,747 kN. Se ha comprobado el efecto de considerar repartos desiguales de la carga, incrementando o disminuyendo el valor, sin que se produjeran alteraciones significativas en la l3nea de presi3n resultante.

Nivel 1.1. Bóveda de la capilla

N1.1	Buttress	Pier (L)	Pier (R)
SUPPORTS			
Height	11,15 m	11,15 m	-

N1.1	Thrust (kN)	Ecc. (left)	Ecc. (right)	Thrust (kN)	Ecc. (left)	Ecc. (right)
HIPÓTESIS 1				HIPÓTESIS 2		
ARC 1	48	0,80	0,80	48	0,80	0,80
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	-	-	-	-	-	-
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 3				HIPÓTESIS 4		
ARC 1	45	0,80	0,80	56	0,90	0,90
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	-	-	-	-	-	-
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 5				HIPÓTESIS 6		
ARC 1	50	0,90	0,90	45	0,90	0,90
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	-	-	-	-	-	-
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 7				HIPÓTESIS 8		
ARC 1	64	1,10	1,10	55	1,10	1,10
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	-	-	-	-	-	-
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 9				HIPÓTESIS 10		
ARC 1	50	1,10	1,10	50	1,20	1,20
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	-	-	-	-	-	-
Arbsd	-	-	-	-	-	-

Nivel 2.1. Muro de cierre

N2.1	Buttress			Pier (L)		Pier (R)
SUPPORTS						
Height	11,15 m			17,27 m		-
N2.1	Thrust (kN)	Ecc. (left)	Ecc. (right)	Thrust (kN)	Ecc. (left)	Ecc. (right)
HIPÓTESIS 1				HIPÓTESIS 2		
ARC 1	53	0,80	0,80	48	0,80	0,80
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	-	-	-	-	-	-
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 3				HIPÓTESIS 4		
ARC 1	55	0,90	0,90	50	0,90	0,90
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	-	-	-	-	-	-
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 5				HIPÓTESIS 6		
ARC 1	45	0,90	0,90	60	1,00	1,00
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	-	-	-	-	-	-
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 7				HIPÓTESIS 8		
ARC 1	52	1,00	1,00	45	1,00	1,00
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	-	-	-	-	-	-
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 9				HIPÓTESIS 10		
ARC 1	60	1,10	1,10	50	1,10	1,10
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	-	-	-	-	-	-
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 11				HIPÓTESIS 12		
ARC 1	60	1,20	1,20	50	1,20	1,20
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	-	-	-	-	-	-
Arbsd	-	-	-	-	-	-

Nivel 2.2. Pináculo y arbotante

N2.2	Buttress	Pier (L)	Pier (R)
SUPPORTS			
Height	14,65 m	17,27 m	17,27 m

N2.2	Thrust (kN)	Ecc. (left)	Ecc. (right)	Thrust (kN)	Ecc. (left)	Ecc. (right)
HIPÓTESIS 1				HIPÓTESIS 2		
ARC 1	53	0,80	0,80	48	0,80	0,80
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	14	0,80	0,10	14	0,90	0,20
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 3				HIPÓTESIS 4		
ARC 1	55	0,90	0,90	45	0,90	0,90
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	14	0,90	0,20	13	0,90	0,20
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 5				HIPÓTESIS 6		
ARC 1	60	1,00	1,00	50	1,00	1,00
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	14	0,90	0,30	14	0,90	0,30
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 7				HIPÓTESIS 8		
ARC 1	45	1,00	1,00	62	1,10	1,10
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	12	0,90	0,30	15	1,10	0,30
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 9				HIPÓTESIS 10		
ARC 1	55	1,10	1,10	50	1,10	1,10
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	15	1,10	0,30	14	1,10	0,30
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 11				HIPÓTESIS 12		
ARC 1	68	1,20	1,20	48	1,20	1,20
ARC 2	-	-	-	-	-	-
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	17	1,10	0,20	13	1,10	0,30
Arbsd	-	-	-	-	-	-

Nivel 2.3. Bóveda del deambulatorio

N2.3	Buttress	Pier (L)	Pier (R)
SUPPORTS			
Height	14,65 m	17,27 m	17,27 m

N2.3	Thrust (kN)	Ecc. (left)	Ecc. (right)	Thrust	Ecc. (left)	Ecc. (right)
HIPÓTESIS 1				HIPÓTESIS 2		
ARC 1	55	0,90	0,90	50	0,90	0,90
ARC 2	70	0,80	0,80	70	0,90	0,90
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	16	1,00	0,30	16	1,00	0,30
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 3				HIPÓTESIS 4		
ARC 1	60	1,00	1,00	50	1,00	1,00
ARC 2	75	0,80	0,80	75	0,90	0,90
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	16	1,00	0,30	16	1,00	0,30
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 5				HIPÓTESIS 6		
ARC 1	60	1,10	1,10	50	1,10	1,10
ARC 2	73	0,90	0,90	68	0,80	0,80
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	16	1,00	0,30	16	1,00	0,30
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 7				HIPÓTESIS 8		
ARC 1	45	1,20	1,20	50	1,20	1,20
ARC 2	80	0,80	0,80	80	0,90	0,90
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	13	1,00	0,30	13	1,00	0,30
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 9				HIPÓTESIS 10		
ARC 1	55	0,80	0,80	50	1,10	1,10
ARC 2	75	1,00	1,00	75	1,20	1,20
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	15	0,90	0,20	14	1,10	0,30
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 11				HIPÓTESIS 12		
ARC 1	65	1,20	1,20	50	1,20	1,20
ARC 2	70	1,00	1,00	70	1,10	1,10
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	16	1,10	0,20	16	1,00	0,30
Arbsd	-	-	-	-	-	-

Nivel 3.1. Muro de cierre

N3.1	Buttress	Pier (L)	Pier (R)
SUPPORTS			
Height	14,65 m	17,27 m	23,82 m

N3.1	Thrust (kN)	Ecc. (left)	Ecc. (right)	Thrust (kN)	Ecc. (left)	Ecc. (right)
HIPÓTESIS 1				HIPÓTESIS 2		
ARC 1	50	0,90	0,90	55	0,90	0,90
ARC 2	85	1,00	1,00	90	1,00	1,00
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	15	0,80	0,30	12	0,90	0,20
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 3				HIPÓTESIS 4		
ARC 1	58	0,90	0,90	53	0,90	0,90
ARC 2	90	1,10	1,10	85	1,10	1,10
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	16	0,90	0,20	16	0,90	0,20
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 5				HIPÓTESIS 6		
ARC 1	60	1,00	1,00	50	1,00	1,00
ARC 2	80	1,10	1,10	78	1,10	1,10
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	16	1,00	0,30	16	1,00	0,30
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 7				HIPÓTESIS 8		
ARC 1	60	1,10	1,10	50	1,10	1,10
ARC 2	85	1,20	1,20	80	1,20	1,20
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	16	1,00	0,30	14	1,00	0,30
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 9				HIPÓTESIS 10		
ARC 1	65	1,20	1,20	70	1,20	1,20
ARC 2	90	1,20	1,20	90	1,30	1,30
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	14	0,90	0,20	14	1,00	0,30
Arbsd	-	-	-	-	-	-
HIPÓTESIS 11				HIPÓTESIS 12		
ARC 1	60	1,20	1,20	50	1,20	1,20
ARC 2	85	1,30	1,30	75	1,30	1,30
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	14	1,00	0,30	13	1,00	0,30
Arbsd	-	-	-	-	-	-

Nivel 3.2. Pináculos y arbotantes

N3.2	Buttress	Pier (L)	Pier (R)
SUPPORTS			
Height	14,65 m	20,40 m	23,82 m

N3.2	Thrust (kN)	Ecc. (left)	Ecc. (right)	Thrust	Ecc. (left)	Ecc. (right)
HIPÓTESIS 1				HIPÓTESIS 2		
ARC 1	53	0,80	0,80	48	0,80	0,80
ARC 2	70	0,90	0,90	68	0,90	0,90
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	15	0,80	0,20	13	0,80	0,20
Arbsd	15	0,80	0,20	14	0,80	0,20
HIPÓTESIS 3				HIPÓTESIS 4		
ARC 1	55	0,90	0,90	48	0,90	0,90
ARC 2	70	1,10	1,10	70	1,10	1,10
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	13	0,80	0,20	13	0,80	0,20
Arbsd	14	0,80	0,20	15	0,80	0,20
HIPÓTESIS 5				HIPÓTESIS 6		
ARC 1	60	1,10	1,10	50	1,00	1,00
ARC 2	70	1,10	1,10	70	1,10	1,10
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	14	0,90	0,30	14	0,90	0,30
Arbsd	12	0,60	0,10	12	0,50	0,10
HIPÓTESIS 7				HIPÓTESIS 8		
ARC 1	65	1,10	1,10	55	1,10	1,10
ARC 2	70	1,20	1,20	70	1,20	1,20
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	14	0,90	0,30	14	0,90	0,30
Arbsd	12	0,50	0,10	11	0,50	0,10
HIPÓTESIS 9				HIPÓTESIS 10		
ARC 1	48	1,10	1,10	68	1,20	1,20
ARC 2	68	1,20	1,20	73	1,30	1,30
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	14	0,90	0,30	14	0,90	0,30
Arbsd	11	0,50	0,10	11	0,50	0,10
HIPÓTESIS 11				HIPÓTESIS 12		
ARC 1	60	1,20	1,20	50	1,20	1,20
ARC 2	73	1,30	1,30	68	1,30	1,30
ARC 3	-	-	-	-	-	-
Arcbse	14	0,90	0,30	12	0,90	0,30
Arbsd	11	0,50	0,10	11	0,50	0,10

Nivel 3.3. Bóveda del presbiterio

N3.3	Buttress	Pier (L)	Pier (R)
SUPPORTS			
Height	14,65 m	20,40 m	23,82

N3.3	Thrust (kN)	Ecc. (left)	Ecc. (right)	Thrust	Ecc. (left)	Ecc. (right)
HIPÓTESIS 1				HIPÓTESIS 2		
ARC 1	53	0,80	0,80	48	0,80	0,80
ARC 2	83	0,90	0,90	78	0,90	0,90
ARC 3	110	2,20	0,20	100	2,20	0,20
Arcbse	14	0,80	0,20	14	0,80	0,20
Arbsd	14	0,70	0,20	14	0,70	0,20
HIPÓTESIS 3				HIPÓTESIS 4		
ARC 1	55	0,90	0,90	48	0,90	0,90
ARC 2	88	1,00	1,00	80	1,00	1,00
ARC 3	110	2,30	0,30	100	2,30	0,30
Arcbse	14	0,80	0,20	13	0,80	0,20
Arbsd	14	0,70	0,20	14	0,70	0,20
HIPÓTESIS 5				HIPÓTESIS 6		
ARC 1	60	1,00	1,00	53	1,00	1,00
ARC 2	93	1,10	1,10	87	1,10	1,10
ARC 3	110	2,40	0,30	110	2,40	0,30
Arcbse	13	0,80	0,20	13	0,80	0,20
Arbsd	14	0,70	0,20	14	0,70	0,20
HIPÓTESIS 7				HIPÓTESIS 8		
ARC 1	45	1,10	1,10	60	1,10	1,10
ARC 2	78	1,10	1,10	90	1,10	1,10
ARC 3	95	2,40	0,30	105	2,40	0,30
Arcbse	13	0,80	0,20	13	0,80	0,20
Arbsd	14	0,70	0,20	14	0,70	0,20
HIPÓTESIS 9				HIPÓTESIS 10		
ARC 1	50	1,10	1,10	65	1,20	1,20
ARC 2	80	1,10	1,10	90	1,10	1,10
ARC 3	100	2,40	0,30	110	2,40	0,30
Arcbse	12	0,80	0,20	12	0,80	0,20
Arbsd	13	0,70	0,20	13	0,70	0,20
HIPÓTESIS 11				HIPÓTESIS 12		
ARC 1	48	1,20	1,20	50	1,20	1,20
ARC 2	70	1,10	1,10	68	1,30	1,30
ARC 3	90	2,40	0,30	95	2,30	0,20
Arcbse	11	0,80	0,20	12	0,90	0,30
Arbsd	13	0,70	0,20	12	0,60	0,10

A2.2. Análisis detallado. Combinatoria de hipótesis.

En el caso del cálculo detallado, cada bóveda se divide según sus arcos y nervios cruceros. Así, se establece una nomenclatura para designar a cada uno de los elementos estructurales. A continuación se determina la carga que soportan y el empuje resultante a partir de su geometría y de los estratos constructivos identificados. En el caso particular de los elementos verticales, también se diferencia entre los distintos niveles que se suceden durante la construcción.

En este apartado se exponen los datos utilizados en el cálculo de las líneas de presión para cada bóveda. Las tablas recogen los cubicajes y pesos de cada sección de arco, y los valores totales para el cálculo de la resultante del empuje. Así cada línea de presión será el resultado de los pesos de: la moldura del arco, el grosor de la plementería, el relleno ligero, el trespól y/o el muro de cierre (que a su vez puede tener dos niveles). Los pesos totales se expresan según el peso de la bóveda (arco+plementería), el trasdós (relleno+trespól) y los muros de Nivel 1 (N1) o Nivel 2 (N2).

Se establecen también los valores para el cálculo del sistema de contrarresto, referentes a los elementos verticales y los arbotantes. Finalmente, se resumen los resultados del empuje en cada arco, así como la resultante final en la base de los pilares según el momento constructivo.

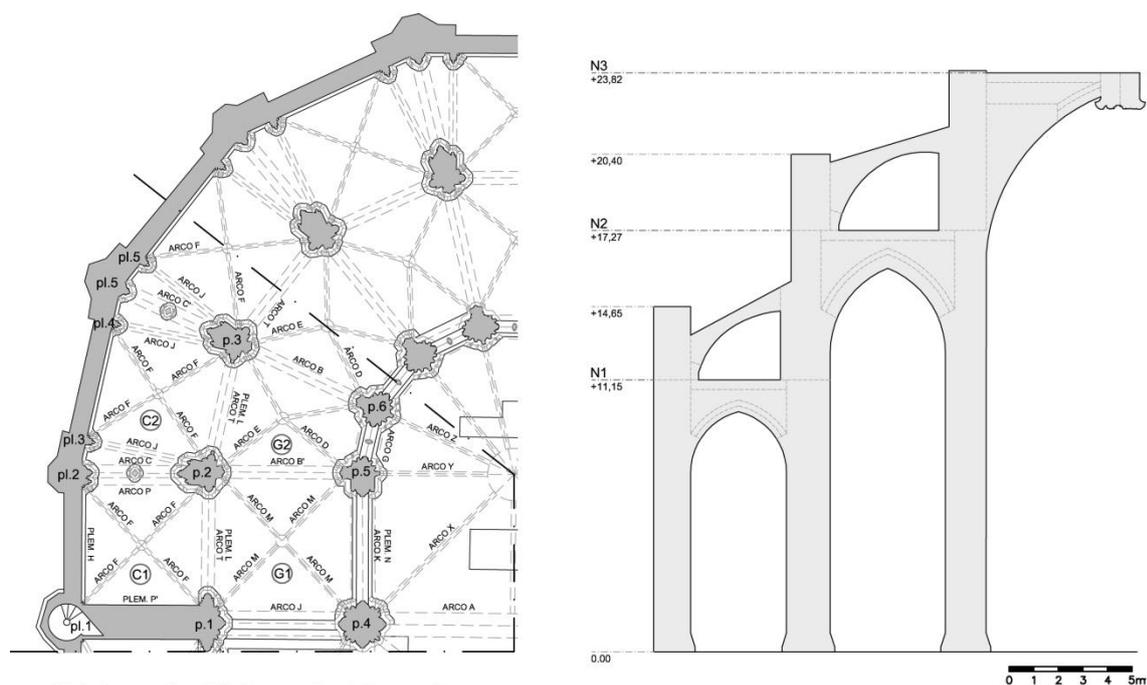
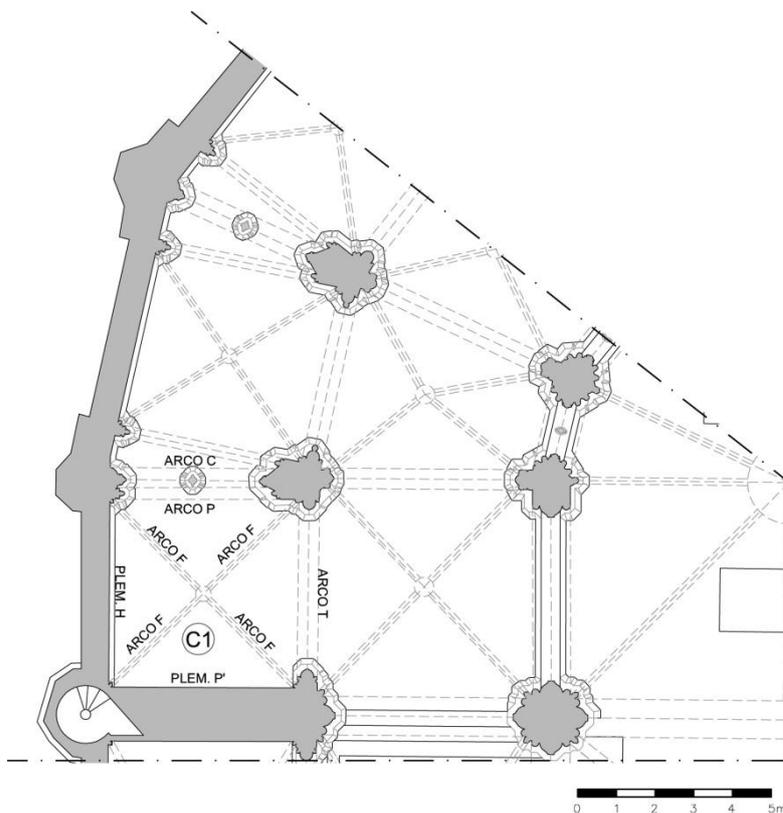


Figura A2.2.1 Ámbito del análisis estructural y nomenclatura

A2.2.1. Cálculo de pesos por elemento

Bóveda Capilla (C1)



ARCO P	Arco		Plementería			Relleno			Trespel			PESO TOTAL		
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
P1	0,14	0,30	1,01	0,18	0,50	2,14	0,75	0,50	0,74	0,22	0,50	2,40	3,15	6,28
P2	0,35	0,30	2,52	0,17	0,79	3,22	0,45	0,79	0,71	0,23	0,79	4,00	5,74	10,45
P3	0,27	0,30	1,94	0,14	1,09	3,65	0,26	1,09	0,56	0,22	1,09	5,26	5,59	11,41
P4	0,25	0,30	1,80	0,13	1,38	4,30	0,16	1,38	0,44	0,22	1,38	6,67	6,10	13,21
P5	0,25	0,30	1,80	0,13	1,45	4,53	0,17	1,45	0,49	0,22	1,45	7,03	6,33	13,86
P6	0,28	0,30	2,02	0,14	1,19	3,99	0,29	1,19	0,69	0,22	1,19	5,75	6,00	12,44
P7	0,32	0,30	2,30	0,15	0,93	3,36	0,42	0,93	0,78	0,20	0,93	4,11	5,67	10,56
P8	0,17	0,30	1,22	0,18	0,67	2,88	0,84	0,67	1,12	0,24	0,67	3,52	4,11	8,75
TOTAL			14,62			28,08			5,55			38,73	42,69	86,97

ARCO F	Arco		Plementería			Relleno			Trespel			PESO TOTAL		
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
F1	0,1	0,15	0,36	0,1	0,41	0,98	0,04	0,41	0,03	0,18	0,41	1,62	1,34	3,00
F2	0,11	0,15	0,40	0,11	1,22	3,22	0,08	1,22	0,20	0,18	1,22	4,83	3,62	8,64
F3	0,11	0,15	0,40	0,11	1,49	3,93	0,14	1,49	0,42	0,18	1,49	5,90	4,33	10,65
F4	0,12	0,15	0,43	0,12	1,22	3,51	0,23	1,22	0,56	0,18	1,22	4,83	3,95	9,34
F5	0,13	0,15	0,47	0,15	0,95	3,42	0,35	0,95	0,67	0,18	0,95	3,76	3,89	8,32
F6	0,16	0,15	0,58	0,16	0,68	2,61	0,52	0,68	0,71	0,18	0,68	2,69	3,19	6,59
F7	0,4	0,15	1,44	-	-	0,00	0,51	0,43	0,44	0,15	0,43	1,42	1,44	3,30
F8	0,55	0,15	1,98	-	-	0,00	0,51	0,21	0,21	0,15	0,21	0,69	1,98	2,89
TOTAL			6,05			17,68			3,23			25,75	23,73	52,72

ARCO C	Arco			Plementería			Relleno			Trespól			PESO TOTAL	
	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
C1	0,07	0,49	0,82	0,14	0,49	1,65	0,72	0,49	0,71	0,19	0,49	2,05	2,47	5,22
C2	0,16	0,49	1,88	0,15	0,49	1,76	0,48	0,49	0,47	0,19	0,49	2,05	3,65	6,16
C3	0,13	0,49	1,53	0,13	0,49	1,53	0,33	0,49	0,32	0,19	0,49	2,05	3,06	5,43
C4	0,12	0,49	1,41	0,12	0,49	1,41	0,24	0,49	0,24	0,19	0,49	2,05	2,82	5,11
C5	0,12	0,49	1,41	0,12	0,49	1,41	0,24	0,49	0,24	0,19	0,49	2,05	2,82	5,11
C6	0,13	0,49	1,53	0,13	0,49	1,53	0,33	0,49	0,32	0,19	0,49	2,05	3,06	5,43
C7	0,16	0,49	1,88	0,15	0,49	1,76	0,48	0,49	0,47	0,19	0,49	2,05	3,65	6,16
C8	0,07	0,49	0,82	0,14	0,49	1,65	0,72	0,49	0,71	0,19	0,49	2,05	2,47	5,22
TOTAL			11,29			12,70			3,47			16,39	23,99	43,85

ARCO T	Arco			Plementería			Relleno			Trespól			Muro N1		
	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN
T1	0,14	0,53	1,78	0,17	0,18	0,73	0,83	0,18	0,30	0,23	0,18	0,90	1,06	0,53	13,48
T2	0,45	0,53	5,72	0,17	0,47	1,91	0,52	0,47	0,49	0,23	0,47	2,36	0,75	0,53	9,54
T3	0,37	0,53	4,71	0,15	0,76	2,72	0,32	0,76	0,48	0,23	0,76	3,83	0,55	0,53	7,00
T4	0,33	0,53	4,20	0,14	1,05	3,51	0,2	1,05	0,42	0,23	1,05	5,29	0,43	0,53	5,47
T5	0,32	0,53	4,07	0,14	1,11	3,74	0,2	1,11	0,45	0,23	1,11	5,64	0,43	0,53	5,47
T6	0,34	0,53	4,32	0,15	0,85	3,05	0,32	0,85	0,54	0,23	0,85	4,28	0,55	0,53	7,00
T7	0,4	0,53	5,09	0,17	0,58	2,36	0,52	0,58	0,60	0,23	0,58	2,93	0,75	0,53	9,54
T8	0,13	0,53	1,65	0,17	0,31	1,27	0,81	0,31	0,50	0,23	0,31	1,57	1,04	0,53	13,23
TOTAL			31,55			19,28			3,78			26,80			70,72

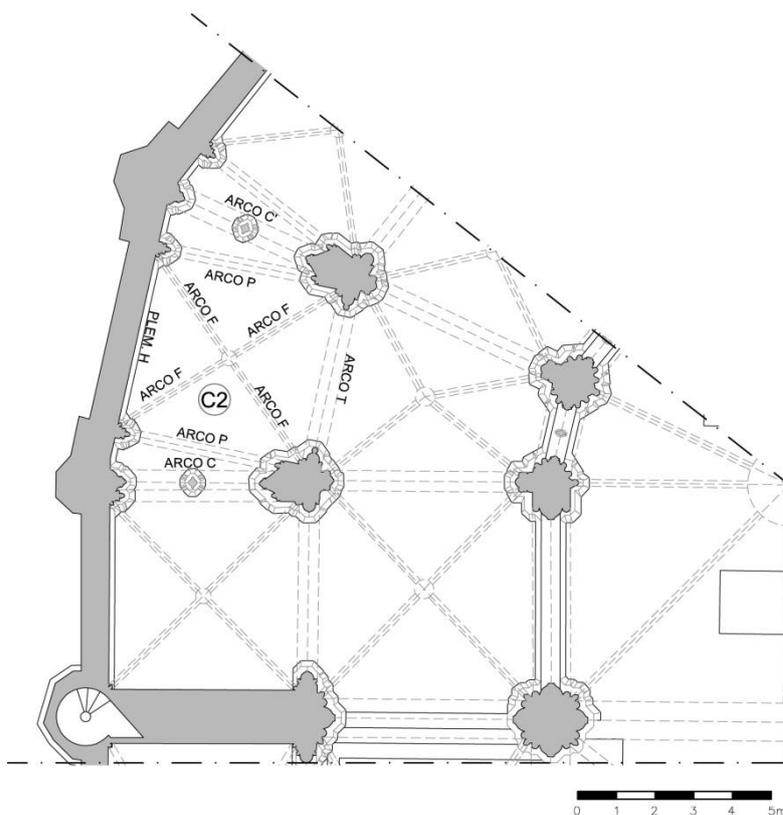
PESO TOTAL (T)

	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN	(+) MURO N1 kN
T1	2,51	17,19	17,19
T2	7,63	10,48	20,02
T3	7,43	11,74	18,73
T4	7,71	13,41	18,88
T5	7,81	13,90	19,37
T6	7,37	12,19	19,19
T7	7,45	10,98	20,52
T8	2,92	5,00	18,23
TOTAL	50,83	94,89	152,13

PLEM. H	Plementería			Relleno			Trespól			PESO TOTAL	
	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
H1	0,15	1,07	3,87	0,15	1,07	0,32	0,24	1,07	5,67	3,87	9,86
H2	0,17	0,78	3,20	0,34	0,78	0,53	0,24	0,78	4,14	3,20	7,87
H3	0,19	0,49	2,25	0,62	0,49	0,61	0,24	0,49	2,61	2,25	5,47
H4	0,21	0,20	1,02	1,04	0,20	0,42	0,24	0,20	1,07	1,02	2,52
TOTAL			10,34			1,89			13,49	12,23	25,72

PLEM. P'	Plementería			Relleno			Trespól			PESO TOTAL	
	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
P'1	0,15	1,081	3,89	0,23	1,081	0,50	0,24	1,081	5,71	3,89	10,10
P'2	0,16	0,789	3,03	0,4	0,789	0,63	0,24	0,789	4,17	3,03	7,83
P'3	0,19	0,498	2,27	0,65	0,498	0,65	0,24	0,498	2,63	2,27	5,55
P'4	0,2	0,206	0,99	1,05	0,206	0,43	0,24	0,206	1,09	0,99	2,51
TOTAL			10,18			2,21			13,59	12,39	25,99

Bóveda capilla (C2)



ARCO P	Arco			Plementería			Relleno			Trespel			PESO TOTAL	
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
P1	0,14	0,30	1,01	0,18	1,076	4,65	0,75	1,076	1,61	0,22	1,076	5,21	5,66	12,48
P2	0,35	0,30	2,52	0,17	1,288	5,26	0,45	1,288	1,16	0,23	1,288	6,52	7,78	15,45
P3	0,27	0,30	1,94	0,14	1,511	5,08	0,26	1,511	0,79	0,22	1,511	7,31	7,02	15,12
P4	0,25	0,30	1,80	0,13	1,726	5,39	0,16	1,726	0,55	0,22	1,726	8,35	7,19	16,09
P5	0,25	0,30	1,80	0,13	1,724	5,38	0,17	1,724	0,59	0,22	1,724	8,34	7,18	16,11
P6	0,28	0,30	2,02	0,14	1,380	4,64	0,29	1,380	0,80	0,22	1,380	6,68	6,65	14,13
P7	0,32	0,30	2,30	0,15	1,054	3,79	0,42	1,054	0,89	0,2	1,054	4,64	6,10	11,62
P8	0,17	0,30	1,22	0,18	0,710	3,07	0,84	0,710	1,19	0,24	0,710	3,75	4,29	9,23
TOTAL			14,62			37,24			7,58			50,80	42,69	86,97

ARCO F	Arco			Plementería			Relleno			Trespel			PESO TOTAL	
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
F1	0,12	0,15	0,43	0,09	0,410	0,89	-	-	0,00	0,12	0,410	1,08	1,32	2,40
F2	0,12	0,15	0,43	0,1	1,220	2,93	-	-	0,00	0,14	1,220	3,76	3,36	7,12
F3	0,13	0,15	0,47	0,1	1,490	3,58	0,03	1,490	0,09	0,16	1,490	5,24	4,04	9,38
F4	0,13	0,15	0,47	0,11	1,220	3,22	0,1	1,220	0,24	0,16	1,220	4,29	3,69	8,23
F5	0,15	0,15	0,54	0,11	0,950	2,51	0,2	0,950	0,38	0,16	0,950	3,34	3,05	6,77
F6	0,17	0,15	0,61	0,12	0,680	1,96	0,32	0,680	0,44	0,16	0,680	2,39	2,57	5,40
F7	0,20	0,15	0,72	0,14	0,430	1,44	0,48	0,430	0,41	0,16	0,430	1,51	2,16	4,09
F8	0,05	0,15	0,18	0,13	0,210	0,66	0,69	0,210	0,29	0,16	0,210	0,74	0,84	1,86
TOTAL			3,85			17,18			1,85			22,37	42,69	86,97

ARCO C	Arco			Plemertería			Relleno			Trespól			PESO TOTAL	
	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
C1	0,07	0,49	0,82	0,14	0,923	3,10	0,72	0,923	1,33	0,19	0,923	3,86	3,92	9,11
C2	0,16	0,49	1,88	0,15	0,881	3,17	0,48	0,881	0,85	0,19	0,881	3,68	5,05	9,58
C3	0,13	0,49	1,53	0,13	0,840	2,62	0,33	0,840	0,55	0,19	0,840	3,51	4,15	8,22
C4	0,12	0,49	1,41	0,12	0,798	2,30	0,24	0,798	0,38	0,19	0,798	3,34	3,71	7,43
C5	0,12	0,49	1,41	0,12	0,757	2,18	0,24	0,757	0,36	0,19	0,757	3,16	3,59	7,12
C6	0,13	0,49	1,53	0,13	0,715	2,23	0,33	0,715	0,47	0,19	0,715	2,99	3,76	7,22
C7	0,16	0,49	1,88	0,15	0,673	2,42	0,48	0,673	0,65	0,19	0,673	2,81	4,30	7,76
C8	0,07	0,49	0,82	0,14	0,632	2,12	0,72	0,632	0,91	0,19	0,632	2,64	2,95	6,50
TOTAL			11,29			20,15			5,50			26,00	42,69	86,97

ARCO C'	Arco			Plemertería			Relleno			Trespól			PESO TOTAL	
	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
C1'	0,07	0,49	0,82	0,14	1,460	4,91	0,72	1,460	2,10	0,19	1,460	6,10	5,73	13,93
C2'	0,16	0,49	1,88	0,15	1,340	4,82	0,48	1,340	1,29	0,19	1,340	5,60	6,71	13,59
C3'	0,13	0,49	1,53	0,13	1,240	3,87	0,33	1,240	0,82	0,19	1,240	5,18	5,40	11,40
C4'	0,12	0,49	1,41	0,12	1,130	3,25	0,24	1,130	0,54	0,19	1,130	4,72	4,67	9,93
C5'	0,12	0,49	1,41	0,12	1,020	2,94	0,24	1,020	0,49	0,19	1,020	4,26	4,35	9,10
C6'	0,13	0,49	1,53	0,13	0,910	2,84	0,33	0,910	0,60	0,19	0,910	3,80	4,37	8,77
C7'	0,16	0,49	1,88	0,15	0,800	2,88	0,48	0,800	0,77	0,19	0,800	3,34	4,76	8,87
C8'	0,07	0,49	0,82	0,14	0,700	2,35	0,72	0,700	1,01	0,19	0,700	2,93	3,18	7,11
TOTAL			11,29			27,86			7,62			35,95	42,69	86,97

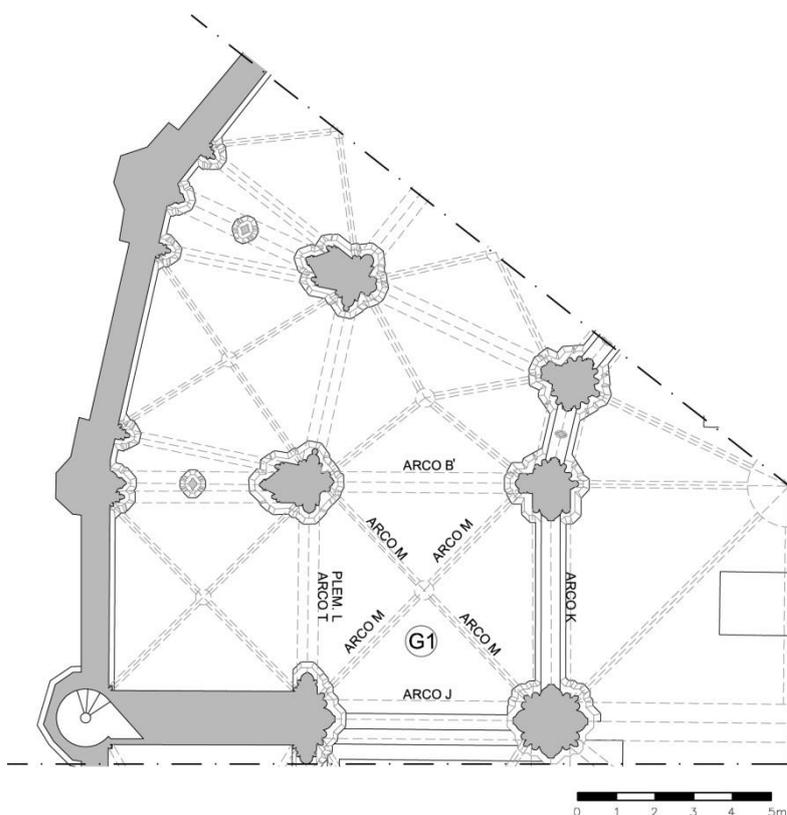
ARCO T	Arco			Plemertería			Relleno			Trespól			Muro N1		
	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN
T1	0,14	0,53	1,78	0,17	0,18	0,73	0,83	0,18	0,30	0,23	0,18	0,90	1,06	0,53	13,48
T2	0,45	0,53	5,72	0,17	0,47	1,91	0,52	0,47	0,49	0,23	0,47	2,36	0,75	0,53	9,54
T3	0,37	0,53	4,71	0,15	0,76	2,72	0,32	0,76	0,48	0,23	0,76	3,83	0,55	0,53	7,00
T4	0,33	0,53	4,20	0,14	1,05	3,51	0,2	1,05	0,42	0,23	1,05	5,29	0,43	0,53	5,47
T5	0,32	0,53	4,07	0,14	1,11	3,74	0,2	1,11	0,45	0,23	1,11	5,64	0,43	0,53	5,47
T6	0,34	0,53	4,32	0,15	0,85	3,05	0,32	0,85	0,54	0,23	0,85	4,28	0,55	0,53	7,00
T7	0,4	0,53	5,09	0,17	0,58	2,36	0,52	0,58	0,60	0,23	0,58	2,93	0,75	0,53	9,54
T8	0,13	0,53	1,65	0,17	0,31	1,27	0,81	0,31	0,50	0,23	0,31	1,57	1,04	0,53	13,23
TOTAL			31,55			19,28			3,78			26,80			70,72

PESO TOTAL (T)

	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN	(+) MURO N1 kN
T1	2,51	17,19	17,19
T2	7,63	10,48	20,02
T3	7,43	11,74	18,73
T4	7,71	13,41	18,88
T5	7,81	13,90	19,37
T6	7,37	12,19	19,19
T7	7,45	10,98	20,52
T8	2,92	5,00	18,23
TOTAL	50,83	94,89	152,13

PLEM. H	Plemertería			Relleno			Trespól			PESO TOTAL	
	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
H1	0,15	1,07	3,87	0,15	1,07	0,32	0,24	1,07	5,67	3,87	9,86
H2	0,17	0,78	3,20	0,34	0,78	0,53	0,24	0,78	4,14	3,20	7,87
H3	0,19	0,49	2,25	0,62	0,49	0,61	0,24	0,49	2,61	2,25	5,47
H4	0,21	0,20	1,02	1,04	0,20	0,42	0,24	0,20	1,07	1,02	2,52
TOTAL			10,34			1,89			13,49	12,23	25,72

Bóveda deambulatorio (G1)



ARCO J	Arco			Plementería			Relleno			Trespól			Contrafuerte		
	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>												
J1	0,33	1,00	7,80	0,13	1,31	4,09	0,23	1,31	0,60	0,21	1,31	6,00	3,167	1,4	106,4
J2	0,35	1,00	8,30	0,14	1,07	3,58	0,37	1,07	0,78	0,21	1,07	4,88	3,414	1,4	114,7
J3	0,39	1,00	9,26	0,16	0,82	3,09	0,56	0,82	0,90	0,21	0,82	3,73	3,414	1,4	114,7
J4	0,47	1,00	11,26	0,19	0,56	2,56	0,30	0,56	0,33	0,21	0,56	2,58	3,414	1,4	114,7
J5	0,14	1,00	3,31	0,21	0,32	1,61	1,20	0,32	0,78	0,21	0,32	1,48	3,414	1,4	114,7
J6	0,14	1,00	3,31	0,21	0,32	1,61	1,20	0,32	0,78	0,21	0,32	1,48	1,355	1,4	45,5
J7	0,47	1,00	11,26	0,19	0,56	2,56	0,30	0,56	0,33	0,21	0,56	2,58	1,717	1,4	57,7
J8	0,39	1,00	9,26	0,16	0,82	3,09	0,56	0,82	0,90	0,21	0,82	3,73	2,079	1,4	69,9
J9	0,35	1,00	8,30	0,14	1,07	3,58	0,37	1,07	0,78	0,21	1,07	4,88	2,442	1,4	82,1
J10	0,33	1,00	7,80	0,13	1,31	4,09	0,23	1,31	0,60	0,21	1,31	6,00	2,804	1,4	94,2
TOTAL			79,87			29,87			6,78			37,35			914,59

PESO TOTAL (J)

	BÓVEDA <i>kN</i>	(+)TRASDOS <i>kN</i>	(+) CONTR. <i>kN</i>
J1	11,89	18,49	121,89
J2	12,89	17,54	131,44
J3	13,89	16,99	131,70
J4	14,89	16,73	132,25
J5	15,89	7,18	124,90
J6	16,89	7,18	112,71
J7	17,89	16,73	99,59
J8	18,89	16,99	86,84
J9	19,89	17,54	74,42
J10	20,89	18,49	52,71
TOTAL	42,69	86,97	1068,46

PLEM.L	Plementeria			Relleno			Trespol			PESO TOTAL	
	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
L1	0,24	0,48	2,79	1,10	0,48	1,07	0,23	0,48	2,45	2,79	6,31
L2	0,18	0,74	3,25	0,73	0,74	1,08	0,23	0,74	3,73	3,25	8,06
L3	0,16	0,99	3,81	0,48	0,99	0,95	0,23	0,99	5,01	3,81	9,77
L4	0,15	1,25	4,36	0,30	1,25	0,75	0,23	1,25	6,30	4,36	11,41
L5	0,15	1,25	4,36	0,30	1,25	0,75	0,23	1,25	6,30	4,36	11,41
L6	0,16	0,99	3,81	0,48	0,99	0,95	0,23	0,99	5,01	3,81	9,77
L7	0,18	0,74	3,25	0,73	0,74	1,08	0,23	0,74	3,73	3,25	8,06
L8	0,24	0,48	2,79	1,10	0,48	1,07	0,23	0,48	2,45	2,79	6,31
TOTAL			28,42			7,68			34,98	28,42	71,08

ARCO T	Arco			Plementeria			Relleno			Trespol		
	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN
T1	0,14	0,53	1,78	0,17	0,18	0,73	0,83	0,18	0,30	0,23	0,18	0,90
T2	0,45	0,53	5,72	0,17	0,47	1,91	0,52	0,47	0,49	0,23	0,47	2,36
T3	0,37	0,53	4,71	0,15	0,76	2,72	0,32	0,76	0,48	0,23	0,76	3,83
T4	0,33	0,53	4,20	0,14	1,05	3,51	0,2	1,05	0,42	0,23	1,05	5,29
T5	0,32	0,53	4,07	0,14	1,11	3,74	0,2	1,11	0,45	0,23	1,11	5,64
T6	0,34	0,53	4,32	0,15	0,85	3,05	0,32	0,85	0,54	0,23	0,85	4,28
T7	0,4	0,53	5,09	0,17	0,58	2,36	0,52	0,58	0,60	0,23	0,58	2,93
T8	0,13	0,53	1,65	0,17	0,31	1,27	0,81	0,31	0,50	0,23	0,31	1,57
TOTAL			31,55			19,28			3,78			26,80

ARCO T	Muro N1			Muro N2		
	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN
T1	1,06	0,53	13,48	3,69	0,7	61,91
T2	0,75	0,53	9,54	3,69	0,7	61,91
T3	0,55	0,53	7,00	3,91	0,7	65,69
T4	0,43	0,53	5,47	0,90	-	-
T5	0,43	0,53	5,47	0,90	-	-
T6	0,55	0,53	7,00	3,91	0,7	65,69
T7	0,75	0,53	9,54	3,69	0,7	61,91
T8	1,04	0,53	13,23	3,69	0,7	61,91
TOTAL			70,72			379,01

PESO TOTAL (T)	BÓVEDA	(+)TRASDOS	(+) MURO N1	(+) MURO N2	(+) PLEM.L
	kN	kN	kN	kN	kN
T1	2,51	3,70	17,19	79,09	85,40
T2	7,63	10,48	20,02	81,93	89,99
T3	7,43	11,74	18,73	84,42	94,19
T4	7,71	13,41	18,88	18,88	30,29
T5	7,81	13,90	19,37	19,37	30,77
T6	7,37	12,19	19,19	84,88	94,64
T7	7,45	10,98	20,52	82,43	90,49
T8	2,92	5,00	18,23	80,14	86,44
TOTAL	50,83	81,40	152,13	531,13	602,22

ARCO M	Arco			Plementeria			Relleno			Trespol			PESO TOTAL	
	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	Sup. m2	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
M1	0,289	0,25	1,73	0,167	0,717	2,87	0,039	0,717	0,06	0,29	0,717	4,57	4,61	9,24
M2	0,284	0,25	1,70	0,185	1,903	8,45	0,238	1,903	0,91	0,29	1,903	12,14	10,15	23,20
M3	0,296	0,25	1,78	0,203	1,377	6,71	0,533	1,377	1,47	0,29	1,377	8,79	8,48	18,74
M4	0,344	0,25	2,06	0,235	0,851	4,80	0,953	0,851	1,62	0,29	0,851	5,43	6,86	13,92
M5	0,232	0,25	1,39	0,257	0,294	1,81	1,563	0,294	0,92	0,29	0,294	1,88	3,21	6,00
TOTAL			8,67			24,64			4,97			32,81	33,31	71,09

ARCO B'	Arco			Plementeria			Relleno			Trespol			PESO TOTAL	
	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>	BÓVEDA <i>kN</i>	(+)TRASDOS <i>kN</i>									
B'1	0,321	0,53	4,08	0,136	1,692	5,52	0,236	1,692	0,80	0,217	1,692	8,08	9,61	18,48
B'2	0,345	0,53	4,39	0,146	1,411	4,94	0,382	1,411	1,08	0,217	1,411	6,74	9,33	17,15
B'3	0,394	0,53	5,01	0,162	1,13	4,39	0,583	1,13	1,32	0,217	1,13	5,39	9,41	16,12
B'4	0,497	0,53	6,32	0,193	0,849	3,93	0,859	0,849	1,46	0,217	0,849	4,05	10,25	15,77
B'5	0,15	0,53	1,91	0,207	0,619	3,08	1,258	0,619	1,56	0,217	0,619	2,96	4,98	9,50
TOTAL			21,71			21,87			6,21			27,22	43,58	77,01

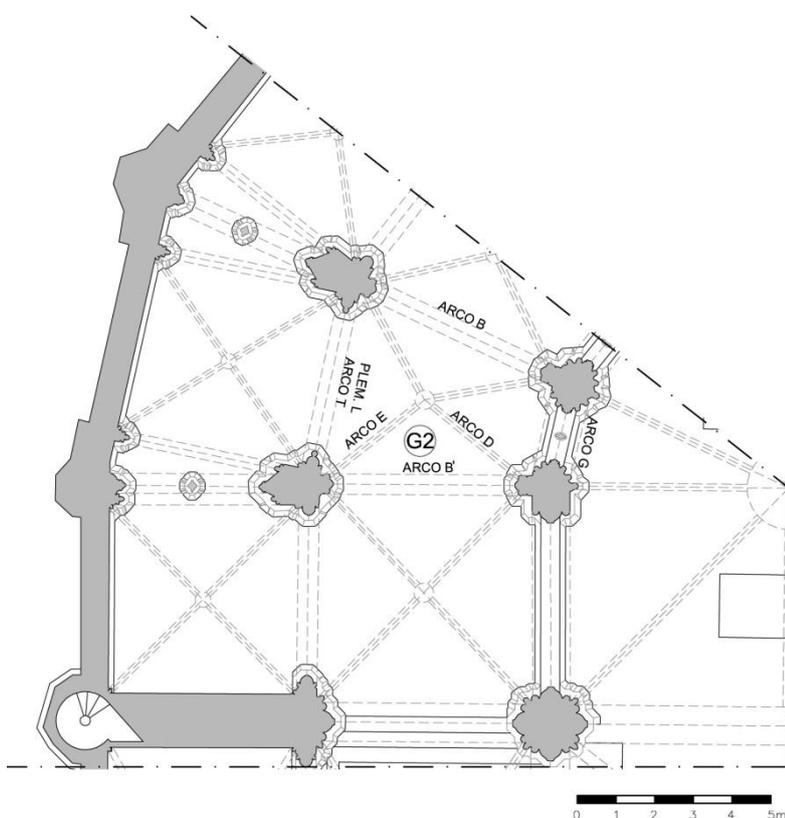
PLEM. N	Plementeria			Relleno			Trespol			PESO TOTAL	
	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>	BÓVEDA <i>kN</i>	(+)TRASDOS <i>kN</i>
N1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
N2	0,30	0,95	6,84	1,31	0,95	2,49	0,23	0,95	4,81	6,84	14,14
N3	0,21	1,62	8,16	0,85	1,62	2,75	0,23	1,62	8,20	8,16	19,12
N4	0,17	1,77	7,22	0,54	1,77	1,91	0,23	1,77	8,96	7,22	18,09
N5	0,15	1,47	5,29	0,31	1,47	0,91	0,23	1,47	7,44	5,29	13,64
N6	0,14	1,19	4,00	0,22	1,19	0,52	0,23	1,19	6,02	4,00	10,54
N7	0,15	0,93	3,35	0,39	0,93	0,73	0,23	0,93	4,71	3,35	8,78
N8	0,17	0,66	2,69	0,61	0,66	0,81	0,23	0,66	3,34	2,69	6,84
N9	0,2	0,39	1,87	0,89	0,39	0,69	0,23	0,39	1,97	1,87	4,54
N10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
TOTAL			39,43			10,81			45,44	39,43	91,14

ARCO K	Arco			Plementeria			Relleno			Trespol		
	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>									
K1	0,18	1,00	4,32	0,22	0,39	2,04	1,31	0,39	1,02	0,23	0,39	1,97
K2	0,73	1,00	17,45	0,19	0,61	2,84	0,90	0,61	1,10	0,23	0,61	3,09
K3	0,58	1,00	13,92	0,17	0,84	3,36	0,61	0,84	1,04	0,23	0,84	4,25
K4	0,45	1,00	10,78	0,15	1,08	3,87	0,41	1,08	0,88	0,23	1,08	5,42
K5	0,37	1,00	8,86	0,14	1,31	4,43	0,27	1,31	0,69	0,23	1,31	6,59
K6	0,31	1,00	7,49	0,13	1,22	3,72	0,24	1,22	0,59	0,20	1,22	5,48
K7	0,34	1,00	8,23	0,14	0,99	3,27	0,38	0,99	0,74	0,20	0,99	4,43
K8	0,40	1,00	9,58	0,16	0,75	2,80	0,56	0,75	0,85	0,20	0,75	3,38
K9	0,50	1,00	11,88	0,19	0,52	2,29	0,81	0,52	0,84	0,20	0,52	2,31
K10	0,13	1,00	3,22	0,20	0,30	1,46	1,18	0,30	0,70	0,20	0,30	1,34
TOTAL			95,71			30,07			8,45			38,26

ARCO K	Muro N1			Muro N2		
	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>
K1	1,54	1,00	36,91	3,75	0,70	63,00
K2	1,13	1,00	27,02	3,75	0,70	63,00
K3	0,84	1,00	20,23	3,75	0,70	63,00
K4	0,64	1,00	15,34	4,77	0,70	80,07
K5	0,49	1,00	11,86	0,34	0,70	5,71
K6	0,45	1,00	10,68	0,30	0,70	5,09
K7	0,58	1,00	13,94	0,30	0,70	5,09
K8	0,77	1,00	18,38	5,15	0,70	86,50
K9	1,02	1,00	24,41	3,34	0,70	56,15
K10	1,38	1,00	33,10	3,34	0,70	56,15
TOTAL			211,9			483,8

PESO TOTAL (K)	(+) MURO				
	BÓVEDA <i>kN</i>	(+)TRASDOS <i>kN</i>	(+) MURO N1 <i>kN</i>	(+) MURO N2 <i>kN</i>	(+) PLEM.N <i>kN</i>
K1	6,36	9,35	46,26	109,26	116,10
K2	20,29	24,48	51,50	114,50	119,04
K3	17,28	22,57	42,80	105,80	105,80
K4	14,65	20,95	36,29	116,36	207,50
K5	13,28	20,57	32,42	38,13	38,13
K6	11,21	17,28	27,96	33,05	33,05
K7	11,50	16,67	30,61	35,70	35,70
K8	12,38	16,60	34,99	121,49	121,49
K9	14,17	17,32	41,72	97,87	97,87
K10	4,67	6,72	39,81	95,96	97,93
TOTAL	125,78	172,50	384,37	868,12	972,61

Bóveda deambulatorio (G2)



ARCO G	Arco			Plemertería			Relleno			Trespól		
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN
G1	0,373	1	8,95	0,149	1,231	4,40	0,248	1,231	0,61	0,231	1,231	6,26
G2	0,286	1	6,86	0,215	0,425	2,19	0,638	0,425	0,54	0,286	0,425	2,67
TOTAL			15,82			6,60			1,15			8,93

ARCO G	Muro N1			Muro N2		
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN
G1	0,479	1,000	10,54	0	0,000	0,00
G2	0,924	1,000	20,33	5,86	1,000	128,92
TOTAL			30,87			128,92

PESO TOTAL (G)	BÓVEDA	(+)TRASDOS	(+)MURO N1	(+)MURO N2
	kN	kN	kN	kN
G1	13,35	20,22	30,76	30,76
G2	9,06	12,27	32,60	161,52
TOTAL	22,41	32,49	63,36	192,28

ARCO E	Arco			Plemertería			Relleno			Trespól			PESO TOTAL	
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
E1	0,149	0,25	0,89	0,149	0,779	2,79	0,194	0,779	0,30	0,245	0,779	4,20	3,68	8,18
E2	0,16	0,25	0,96	0,16	1,523	5,85	0,331	1,523	1,01	0,245	1,523	8,21	6,81	16,03
E3	0,179	0,25	1,07	0,179	1,09	4,68	0,537	1,09	1,17	0,245	1,09	5,88	5,76	12,80
E4	0,22	0,25	1,32	0,212	0,653	3,32	0,835	0,653	1,09	0,245	0,653	3,52	4,64	9,25
E5	0,137	0,25	0,82	0,227	0,218	1,19	1,277	0,218	0,56	0,245	0,218	1,18	2,01	3,74
TOTAL			5,07			17,83			4,13			22,98	22,90	50,00

PLEM. L	Plementeria			Relleno			Trespol			PESO TOTAL	
	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>	BÓVEDA <i>kN</i>	(+) TRESPOL <i>kN</i>
L1	0,24	0,37	2,11	1,10	0,37	0,81	0,23	0,37	1,86	2,11	4,78
L2	0,18	0,54	2,38	0,73	0,54	0,79	0,23	0,54	2,73	2,38	5,90
L3	0,16	0,71	2,73	0,48	0,71	0,68	0,23	0,71	3,60	2,73	7,02
L4	0,15	0,89	3,10	0,30	0,89	0,53	0,23	0,89	4,48	3,10	8,11
L5	0,15	0,89	3,10	0,30	0,89	0,53	0,23	0,89	4,48	3,10	8,11
L6	0,16	0,71	2,73	0,48	0,71	0,68	0,23	0,71	3,60	2,73	7,02
L7	0,18	0,54	2,38	0,73	0,54	0,79	0,23	0,54	2,73	2,38	5,90
L8	0,24	0,37	2,11	1,10	0,37	0,81	0,23	0,37	1,86	2,11	4,78
TOTAL			20,66			5,62			25,33	20,66	51,61

ARCO T	Arco			Plementeria			Relleno			Trespol		
	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>									
T1	0,14	0,53	1,78	0,17	0,18	0,73	0,83	0,18	0,30	0,23	0,18	0,90
T2	0,45	0,53	5,72	0,17	0,47	1,91	0,52	0,47	0,49	0,23	0,47	2,36
T3	0,37	0,53	4,71	0,15	0,76	2,72	0,32	0,76	0,48	0,23	0,76	3,83
T4	0,33	0,53	4,20	0,14	1,05	3,51	0,2	1,05	0,42	0,23	1,05	5,29
T5	0,32	0,53	4,07	0,14	1,11	3,74	0,2	1,11	0,45	0,23	1,11	5,64
T6	0,34	0,53	4,32	0,15	0,85	3,05	0,32	0,85	0,54	0,23	0,85	4,28
T7	0,4	0,53	5,09	0,17	0,58	2,36	0,52	0,58	0,60	0,23	0,58	2,93
T8	0,13	0,53	1,65	0,17	0,31	1,27	0,81	0,31	0,50	0,23	0,31	1,57
TOTAL			31,55			19,28			3,78			26,80

ARCO T	Muro N1			Muro N2		
	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>
T1	1,06	0,53	13,48	3,69	0,7	61,91
T2	0,75	0,53	9,54	3,69	0,7	61,91
T3	0,55	0,53	7,00	3,91	0,7	65,69
T4	0,43	0,53	5,47	0,90	-	-
T5	0,43	0,53	5,47	0,90	-	-
T6	0,55	0,53	7,00	3,91	0,7	65,69
T7	0,75	0,53	9,54	3,69	0,7	61,91
T8	1,04	0,53	13,23	3,69	0,7	61,91
TOTAL			70,72			379,01

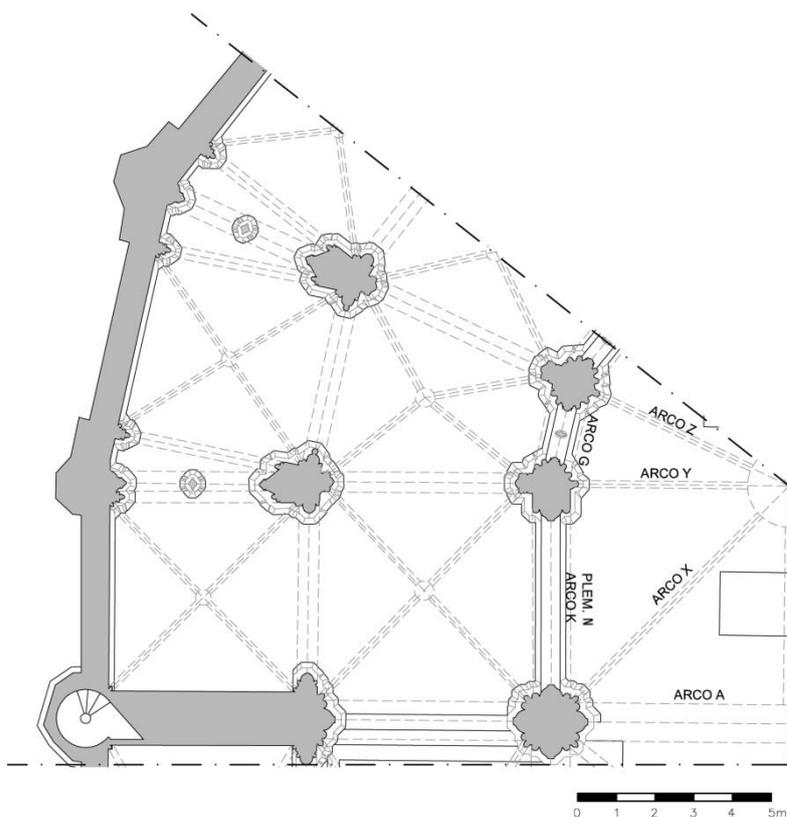
PESO TOTAL (T)	BÓVEDA	(+)TRASDOS	(+) MURO N1	(+) MURO N2	(+) PLEM.L
	<i>kN</i>	<i>kN</i>	<i>kN</i>	<i>kN</i>	<i>kN</i>
T1	2,51	3,70	17,19	79,09	83,88
T2	7,63	10,48	20,02	81,93	87,82
T3	7,43	11,74	18,73	84,42	91,44
T4	7,71	13,41	18,88	18,88	26,99
T5	7,81	13,90	19,37	19,37	27,48
T6	7,37	12,19	19,19	84,88	91,89
T7	7,45	10,98	20,52	82,43	88,33
T8	2,92	5,00	18,23	80,14	84,92
TOTAL	50,83	81,40	152,13	531,13	582,74

ARCO D	Arco			Plementeria			Relleno			Trespol			PESO TOTAL	
	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>	BÓVEDA <i>kN</i>	(+)TRASDOS <i>kN</i>									
D1	0,153	0,25	0,92	0,15	0,507	1,83	0,195	0,507	0,20	0,249	0,507	2,78	2,74	5,72
D2	0,17	0,25	1,02	0,16	1,071	4,11	0,327	1,071	0,70	0,249	1,071	5,87	5,13	11,70
D3	0,197	0,25	1,18	0,176	1,175	4,96	0,531	1,175	1,25	0,249	1,175	6,44	6,15	13,83
D4	0,246	0,25	1,48	0,207	0,709	3,52	0,827	0,709	1,17	0,249	0,709	3,88	5,00	10,05
D5	0,152	0,25	0,91	0,223	0,236	1,26	1,27	0,236	0,60	0,249	0,236	1,29	2,18	4,07
TOTAL			5,51			15,69			3,92			20,26	21,19	45,37

ARCO B'	Arco			Plementeria			Relleno			Trespol			PESO TOTAL	
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
B1	0,321	0,53	4,08	0,136	1,122	3,66	0,236	1,122	0,53	0,217	1,122	5,36	7,75	13,63
B2	0,345	0,53	4,39	0,146	0,912	3,20	0,382	0,912	0,70	0,217	0,912	4,35	7,58	12,63
B3	0,394	0,53	5,01	0,162	0,702	2,73	0,583	0,702	0,82	0,217	0,702	3,35	7,74	11,91
B4	0,497	0,53	6,32	0,193	0,493	2,28	0,859	0,493	0,85	0,217	0,493	2,35	8,61	11,81
B5	0,15	0,53	1,91	0,207	0,326	1,62	1,258	0,326	0,82	0,217	0,326	1,56	3,53	5,90
TOTAL			21,71			13,49			3,71			16,97	35,20	55,89

ARCO B	Arco			Plementeria			Relleno			Trespol			PESO TOTAL	
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	BÓVEDA kN	(+)TRASDOS kN
B1	0,321	0,53	4,08	0,136	2,558	8,35	0,236	2,558	1,21	0,217	2,558	12,21	12,43	25,85
B2	0,345	0,53	4,39	0,146	2,067	7,24	0,382	2,067	1,58	0,217	2,067	9,87	11,63	23,08
B3	0,394	0,53	5,01	0,162	1,577	6,13	0,583	1,577	1,84	0,217	1,577	7,53	11,14	20,51
B4	0,497	0,53	6,32	0,193	1,087	5,03	0,859	1,087	1,87	0,217	1,087	5,19	11,36	18,41
B5	0,15	0,53	1,91	0,207	0,686	3,41	1,258	0,686	1,73	0,217	0,686	3,27	5,32	10,32
TOTAL			21,71			30,17			8,22			38,07	51,88	98,17

Bóveda presbiterio



ARCO X	Arco			Plementeria			Relleno			Trespol			PESO TOTAL (+)TRASDOS kN
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN										
X1	0,43	0,33	3,43	0,23	1,58	8,62	0,00	1,58	0,00	0,38	1,58	13,17	25,21
X2	0,38	0,33	3,03	0,20	2,94	14,41	0,21	2,94	1,24	0,34	2,94	22,01	40,69
X3	0,40	0,33	3,16	0,21	3,58	18,23	0,46	3,58	3,30	0,34	3,58	26,80	51,49
X4	0,42	0,33	3,35	0,22	3,44	18,47	0,81	3,44	5,57	0,34	3,44	25,70	53,09
X5	0,46	0,33	3,64	0,24	2,73	15,78	1,26	2,73	6,88	0,34	2,73	20,41	46,71
X6	0,52	0,33	4,14	0,27	2,02	13,01	1,84	2,02	7,42	0,34	2,02	15,07	39,64
X7	1,38	0,33	10,89	-	-	-	2,18	1,30	5,66	0,34	1,30	9,72	26,27
X8	1,81	0,33	14,34	-	-	-	1,54	0,69	2,13	0,24	0,69	3,65	20,11
TOTAL			45,98			88,52			32,18			136,53	303,21

ARCO Y	Arco			Plementeria			Relleno			Trespol			PESO TOTAL (+)TRASDOS kN
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN										
Y1	0,22	0,33	1,75	0,14	0,75	2,51	0,04	0,75	0,06	0,22	0,75	3,62	7,94
Y2	0,25	0,33	1,94	0,16	1,17	4,37	0,20	1,17	0,47	0,24	1,17	6,15	12,92
Y3	0,26	0,33	2,05	0,16	1,61	6,29	0,41	1,61	1,31	0,24	1,61	8,41	18,06
Y4	0,28	0,33	2,21	0,17	2,04	8,52	0,65	2,04	2,67	0,24	2,04	10,68	24,08
Y5	0,31	0,33	2,43	0,19	2,47	11,22	0,95	2,47	4,71	0,24	2,47	12,95	31,31
Y6	0,76	0,33	6,02	-	-	-	1,12	2,50	5,62	0,24	2,50	13,09	24,72
Y7	1,34	0,33	10,63	-	-	-	1,12	2,12	4,76	0,24	2,12	11,10	26,49
Y8	1,97	0,33	15,60	-	-	-	0,99	1,76	3,50	0,21	1,76	8,13	27,23
TOTAL			42,63			32,90			23,09			74,13	172,75

ARCO Z	Arco			Plementeria			Relleno			Trespol			PESO TOTAL (+)TRASDOS kN
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	
Z1	0,23	0,33	1,81	0,14	0,49	1,64	0,04	0,49	0,04	0,04	0,49	0,43	3,91
Z2	0,25	0,33	1,94	0,16	0,76	2,81	0,20	0,76	0,30	0,20	0,76	3,32	8,37
Z3	0,26	0,33	2,05	0,16	1,03	4,01	0,41	1,03	0,84	0,41	1,03	9,19	16,09
Z4	0,58	0,33	4,63	-	-	-	0,52	1,30	1,36	0,52	1,30	14,92	20,91
Z5	0,93	0,33	7,34	-	-	-	0,52	1,57	1,64	0,52	1,57	18,04	27,02
Z6	1,36	0,33	10,78	-	-	-	0,52	1,84	1,92	0,52	1,84	21,16	33,86
Z7	1,94	0,33	15,38	-	-	-	0,52	2,13	2,23	0,52	2,13	24,48	42,09
Z8	2,50	0,33	19,80	-	-	-	0,46	2,36	2,18	0,46	2,36	24,01	45,99
TOTAL			63,72			8,46			10,50			115,55	198,24

ARCO A	Arco			Plementeria			Relleno			Trespol			PESO TOTAL (+)TRASDOS kN
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	
A1	0,85	1,00	20,33	0,25	2,66	15,81	0,06	2,66	0,33	0,39	2,66	23,03	59,51
A2	0,90	1,00	21,67	0,26	2,33	14,62	0,44	2,33	2,05	0,41	2,33	21,12	59,46
A3	1,00	1,00	24,00	0,29	1,98	13,51	1,02	1,98	4,04	0,41	1,98	17,94	59,49
A4	1,19	1,00	28,58	0,33	1,66	13,00	1,85	1,66	6,14	0,41	1,66	15,09	62,81
A5	1,89	1,00	45,34	1,17	1,32	37,21	2,46	1,32	6,51	0,41	1,32	12,02	101,08
TOTAL			139,92			94,15			19,07			89,21	342,36

Método de los cortes

ARCO X(b)	Plementeria			Relleno			Trespol			BÓVEDA kN	PESO TOTAL (+)TRASDOS kN
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN		
1b	0,22	0,61	3,25	0,00	0,61	0,00	0,36	0,61	4,76	3,25	8,01
2b	0,37	0,61	5,43	0,16	0,61	0,19	0,59	0,61	7,89	5,43	13,51
3b	0,53	0,61	7,74	0,50	0,61	0,61	0,84	0,61	11,21	7,74	19,56
4b	0,70	0,61	10,26	1,10	0,61	1,34	1,08	0,61	14,49	10,26	26,10
5b	0,89	0,61	13,09	2,02	0,61	2,46	1,32	0,61	17,77	13,09	33,32
6b	0,69	0,61	10,10	2,98	0,61	3,63	0,89	0,61	11,90	10,10	25,64
7b	0,69	0,61	10,13	2,08	0,61	2,54	0,37	0,61	4,98	10,13	17,65
TOTAL			60,01			10,78			73,01	60,01	143,79

ARCO X(c)	Plementeria			Relleno			Trespol			BÓVEDA kN	PESO TOTAL (+)TRASDOS kN
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN		
1c	0,14	0,59	1,98	0,00	0,59	0,00	0,23	0,59	2,93	1,98	4,92
2c	0,21	0,59	2,95	0,09	0,59	0,11	0,33	0,59	4,34	2,95	7,39
3c	0,31	0,59	4,38	0,30	0,59	0,35	0,47	0,59	6,09	4,38	10,81
4c	0,42	0,59	5,89	0,62	0,59	0,74	0,58	0,59	7,58	5,89	14,21
5c	0,55	0,59	7,72	1,10	0,59	1,30	0,70	0,59	9,07	7,72	18,09
6c	0,48	0,59	6,77	1,42	0,59	1,68	0,47	0,59	6,14	6,77	14,58
7c	0,42	0,59	5,89	1,22	0,59	1,44	0,25	0,59	3,19	5,89	10,53
TOTAL			35,57			5,61			39,34	35,57	80,52

ARCO X	Arco			Relleno			Trespol			PESO TOTAL (+) TRASDOS kN
	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	Sup. m ²	Prof. m	Peso kN	
X1	0,66	0,33	5,24	0,00	0,33	0,00	0,38	0,33	2,76	7,99
X2	0,59	0,33	4,65	0,21	0,33	0,14	0,34	0,33	2,47	7,26
X3	0,61	0,33	4,84	0,46	0,33	0,30	0,34	0,33	2,47	7,61
X4	0,65	0,33	5,12	0,81	0,33	0,53	0,34	0,33	2,47	8,13
X5	0,70	0,33	5,54	1,26	0,33	0,83	0,34	0,33	2,47	8,84
X6	0,79	0,33	6,27	1,84	0,33	1,21	0,34	0,33	2,47	9,96
X7	1,38	0,33	10,89	2,18	0,33	1,44	0,34	0,33	2,47	14,80
X8	1,81	0,33	14,34	1,54	0,33	1,02	0,24	0,33	1,74	17,09
TOTAL			56,89			5,48			19,31	81,68

Sistema de contrarresto

ESCALERA (pl.1)	Pilastra			Escalones			Ojo			PESO TOTAL
	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>	Peso <i>kN</i>
N1	11,15	1,62	433,51	0,25	6,51	39,1	11,15	0,02	6,15	478,74
N Remate	14,65	1,62	569,59	0,25	6,51	39,1	11,15	0,02	6,15	614,82

PILASTRA (pl.2)	Pilastra			Muro			Pináculo			PESO TOTAL
	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>	Peso <i>kN</i>
N1.1	11,15	2,10	561,96	-	-	-	-	-	-	561,96
N1.2	11,15	2,10	561,96	11,15	1,72	460,3	-	-	-	1022,23
N2	11,15	2,10	561,96	11,15	1,72	460,3	3,50	2,27	191,00	1213,23

PILASTRA (pl.3)	Pilastra			Muro			Pináculo			PESO TOTAL
	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>	Peso <i>kN</i>
N1	11,15	0,90	240,84	11,15	8,01	2143,5	-	-	-	240,84

CONTRAF.(N1)			
	Prof. <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>
1	1,00	5,30	127,20
2	1,40	11,23	377,33
3	1,40	21,21	712,66
4	1,40	41,92	1408,51
TOTAL			2625,70

PILARES CAPILLAS	p.1			p.2			p.3		
	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>
N1	11,15	1,70	454,92	11,15	1,70	454,92	11,15	1,70	454,92
N2	6,12	1,70	249,70	6,12	1,70	249,70	6,12	1,70	249,70
Pináculo	3,13	2,54	191,00	3,13	2,10	157,75	3,13	2,10	157,75
TOTAL			895,62			862,37			862,37

PILARES DEAMB.	p.4			p.5			p.6		
	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>	Altura <i>m</i>	Sup. <i>m2</i>	Peso <i>kN</i>
N2	17,27	2,45	1015,48	17,27	1,56	646,59	17,27	1,40	580,27
N3	6,55	2,45	385,14	6,55	1,56	245,23	6,55	1,40	220,08
TOTAL			1400,62			891,82			800,35

ARBOTANTES	ARBOT.1			ARBOT.2		
	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>	Sup. <i>m2</i>	Prof. <i>m</i>	Peso <i>kN</i>
ARB.1	0,62	0,58	8,63	0,71	0,58	9,88
ARB.2	0,46	0,58	6,40	0,54	0,58	7,52
ARB.3	0,43	0,58	5,99	0,61	0,58	8,49
ARB.4	0,57	0,58	7,93	1,01	0,58	14,06
ARB.5	0,91	0,58	12,67	1,76	0,58	24,50
TOTAL			41,62			64,45

A2.2.2. Resultado de los empujes en cada arco

C1 (MCO.01)							
	Tipo	Hipot.1	Res. Hor.1	Result.1	Hipot.2	Res. Hor.2	Result.2
				<i>kN</i>			<i>kN</i>
Arco F	sim.	e. min.	13,57	27,34	e. min.	13,57	27,34
Arco P	asim.	e. máx.	14,19	23,84	e. min.	14,19	27,47
Arco T	asim.	e. min.	19,1	33,26	e. máx.	19,1	30,35
Arco C	sim.	e. min.	6,44	13,62	e. min.	6,44	13,62

C1 (MCO.02)							
	Tipo	Hipot.1	Res. Hor.1	Result.1	Hipot.2	Res. Hor.2	Result.2
				<i>kN</i>			<i>kN</i>
Arco F	sim.	e. min.	3,17	61,5	e. min.	3,17	61,5
Arco P	asim.	e. máx.	3,04	51,83	e. min.	3,04	49,05
Arco T	asim.	e. min.	4,9	94,48	e. máx.	4,9	86,58
Arco C	sim.	e. min.	1,152	24,76	e. min.	1,152	24,76

C2							
	Tipo	Hipot.1	Res. Hor.1	Result.1	Hipot.2	Res. Hor.2	Result.2
				<i>kN</i>			<i>kN</i>
Arco F	sim.	e. min.	29,7	54,1	e. min.	29,7	54,1
Arco P	asim.	e. máx.	34,4	62,96	e. min.	34,4	63,17
Arco T	asim.	e. min.	49,02	94,48	e. máx.	49,02	86,58
Arco T+Muro	asim.	e. min.	128,67	142,31	e. máx.	128,67	177,88
Arco T+Muro+L	asim.	e. min.	152,82	190,15	e. máx.	152,82	178,83
Arco C	asim.	e. min.	17,02	38,38	e. med.	17,02	33,41
Arco C'	asim.	e. máx.	25,61	51,48	e. min.	25,61	45,85

G1							
	Tipo	Hipot.1	Res. Hor.1	Result.1	Hipot.2	Res. Hor.2	Result.2
				<i>kN</i>			<i>kN</i>
Arco J	sim.	e. min.	33,29	83,83	e. min.	33,29	83,83
Arco J+Contraf.	asim.	e.max	238,54	377,08	e.min	238,54	297,12
Arco K	asim.	e.min	47,03	78,4	e.max.	47,03	47,03
Arco K+Muro	asim.	e.max	165,29	244,7	e.min	165,29	215,51
Arco B'	sim.	e. min.	33,36	83,93	e. min.	33,36	83,93
Arco M	sim.	e. min.	24,93	46,3	e. min.	24,93	46,3
Arbotante 1	-	e.min	22,73	27,12	e.min.	22,73	27,24

G2							
	Tipo	Hipot.1	Res. Hor.1	Result.1	Hipot.2	Res. Hor.2	Result.2
				<i>kN</i>			<i>kN</i>
Arco G	sim.	e.min.	16,3	57,27	e.min.	16,3	57,27
Arco G+Muro	sim.	e.max	91,3	212,85	e.max	91,3	212,85
Arco B''	sim.	e.min.	24,66	61,08	e.min.	24,66	61,08
Arco B	sim.	e.min.	44,91	10,79	e.min.	44,91	10,79
Arco E	sim.	e.max.	38,01	62,81	e.max.	38,01	62,81
Arco D	sim.	e.min.	26,24	52,41	e.min.	26,24	52,41

Presbiterio							
	Tipo	Hipot.1	Res. Hor.1	Result.1	Hipot.2	Res. Hor.2	Result.2
				<i>kN</i>			<i>kN</i>
Arco A	sim.	e.max.	204,79	316,49	e.max.	204,79	316,49
Arco X	-	e.min.	226,34	390,31	-	-	-
Arco Y	-	e.min.	65,28	192,03	-	-	-
Arco Z	-	e.max.	73,62	216,87	-	-	-

A2.2.3. Resultantes en la base de los pilares

	MCO.02		MCO.03		MCO.05		MCO.07	
	Res. Hor. <i>kN</i>	Result. <i>kN</i>						
ARCO T								
p.1	54,07	54,07	71,33	583,38	136,59	982,44	-	-
p.2	553,18	546,13	5,46	702,79	102,37	924,38	-	-
ARCO C								
p.2	64,27	582,16	107,55	842,62	87,98	922,4	102,74	1462,81
pl.2	64,27	681,63	69,77	1153,18	69,77	1153,18	82,63	1378,15
pl.3	-	-	55,55	819,72	-	-	-	-
MCO.08 MCO.11 MCO.12								
	MCO.08		MCO.11		MCO.12			
	Res. Hor. <i>kN</i>	Result. <i>kN</i>						
ARCO K								
p.4	64,73	1226,14	136,6	1479,78	-	-	-	-
p.5	66,25	902,59	48,18	1392,29	-	-	-	-
ARCO J								
p.1	59,8	1334,45	238,54	1621,74	238,54	1621,74	-	-
p.4	59,8	1133,03	238,54	1621,74	105,14	2787,86	-	-
ARCOS C y B								
pl.2	82,63	1378,15	82,63	1378,15	82,63	1378,15	-	-
p.4	36,39	1685,24	19,48	1889,27	19,48	1889,27	-	-
p.5	51,62	941,7	62,15	1399,03	11,47	1601,68	-	-

BIBLIOGRAFÍA

- Abraham, P. (1934). *Viollet-le-Duc et le rationalisme médiéval*. Paris: Vicent, Fréal et Cie.
- Alkan, R. M., & Karsidag, G. (2012). Analysis of the Accuracy of Terrestrial Laser Scanning Measurements, (May 2012), 6–10;
- Almuni, V. (1991). *L'Obra de la Seu de Tortosa: 1345-1441*. Tortosa: Cooperativa Gràfica Dertosense.
- Almuni, V. (1997). Santa Maria de Tortosa, En: *Catalunya Romànica XXVI*. Barcelona: Enciclopedia Catalana.
- Almuni V. y Lluís i Ginovart, J. (2000). *Sancta Maria Dertosae. Catedral de Tortosa. Guia Històrica i Descriptiva* (pp. 30-32). Tortosa: Capítol Catedral de Tortosa-Bisbat de Tortosa.
- Almuni, V. (2004). La catedral románica de Tortosa. Aproximació documental a la seva historia. *Recerca*, 8, 211-250.
- Almuni, V. (2007). *La Catedral de Tortosa als segles del gòtic* (2 vols). Barcelona: Fundació Noguera.
- Alonso, B. y Jiménez, A. (2009). *La Traça de la iglesia de Sevilla*. Sevilla: Cabildo Metropolitano.
- Arias, P., Ordóñez, C., Lorenzo, H., & Herraéz, J. (2006). Methods for documenting historical agro-industrial buildings: a comparative study and a simple photogrammetric method. *Journal of Cultural Heritage*, 7(4), 350–354.
- Arias, P., Carlos Caamaño, J., Lorenzo, H., & Armesto, J. (2007). 3D Modeling and Section Properties of Ancient Irregular Timber Structures by Means of Digital Photogrammetry. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 22(8), 597–611.
- Arias, P., Armesto, J., Di-Capua, D., González-Drigo, R., Lorenzo, H., Pérez Gracia, V. (2007). Digital photogrammetry, GPR and computational analysis of structural damages in a mediaeval bridge. *Engineering Failure Analysis*, 14 (8), 1444–1457.
- Armesto, J., Lubowiecka, I., Ordóñez, C., Rial, F.I. (2009). FEM modeling of structures based on close range digital photogrammetry. *Automation in Construction* 18 (2009), 559-569.
- Armesto, J., Roca-Pardiñas, J., Lorenzo, H., Arias, P. (2010). Modelling masonry arches shape using terrestrial laser scanning data and nonparametric methods. *Engineering Structures* 32, 607-615.
- Aspinall, H.B. (1997). Twenty five years of archaeological prospection. En: *Archaeology in the age of the internet: CAA 97. Computer applications and quantitative methods in archaeology: proceedings of the 25th anniversary conference, volume 1*, (pp.13-18). Birmingham: University of Birmingham;

- Atkinson, R.J.C. (1963). Resistivity surveying in archaeology. En: Pyddoke E. (Ed.), *The scientist and Archaeology*, (pp. 1-30), London: Phoenix House.
- Aubert, M. (1934) Les plus anciennes croisées d'ogives. Leur role dans la construction. *Bulletin Monumetal*, 5-67, 137-237.
- Babcock, C. (1893). *Vaults, by Professor Charles Babcock*. Boston: Cornell University;
- Bassegoda i Amigó, B. (1925). *Santa María de La Mar. Monografía Histórica-Artística*. Llibre I. Barcelona: Fills de J. Thomas.
- Bassegoda i Musté, B. (1944). Racionalismo a ultranza en la arquitectura ojival. En *Separata Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona. Tercera época, núm. 564, vol. XXVII, núm. 4*. Barcelona: Sobs. De López Robert y C^a, Impresores.
- Bassegoda i Musté, B. (1946). Santa María del Mar ha de recobrar su prístino esplendor. *Cuadernos de Arquitectura 1946, Núm. 5*, 187-197.
- Bassegoda i Nonell, J. (1973). *La catedral de Barcelona: su restauración 1968-1972*. Barcelona: Editores Tecnicos Asociados S.A.
- Bassegoda i Nonell, J. (1977). Bóvedas medievales a la romana. In *Separata Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona. Tercera época núm. 782. Vol XLIII Núm. 8* (pp. 287-382). Barcelona: Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona.
- Bassegoda i Nonell, J. (1978). La cerámica popular en la arquitectura. Barcelona: E. Thor.
- Bassegoda i Nonell, J. (1983). Les Cobertes de la seo tortosina. *Revista Técnica de La Propiedad Urbana*, 33, 63-70.
- Bassegoda i Nonell, J. (1989). Construcción de bóvedas góticas catalanas. *Bolletí de La Societat Arqueològica Lul·liana. Revista d'Estudis Històrics., Any CV n°8* (Tom XLV. Tercera Època. Homentge a Gabriel Alomas Esteve, arquitecte.), 133-146.
- Bassegoda i Nonell, J. (1989). La construcción de las bóvedas góticas catalanas. *Boletín Académico. Escola Técnica Superior de Arquitectura Da Coruña*, 11, 30-38.
- Belidor, B. (1725). *Nouveau cours de Mathématique à l'usage de l'Artillerie et du Génie, où l'on applique les parties les plus utiles de cette science à la théorie et à la pratique de différents sujets qui peuvent avoir rapport à la guerre*.
- Beltrán J., Lorés I. (2005). La catedral romànica de Barcelona: revisió de les dades arqueològiques i de l'escultura. *Quarhis 1. Quaderns d'arqueologia i història de la ciutat de Barcelona*, 101-117
- Benito, M.A (2011). *La Catedral de Ávila: Evolución constructiva y análisis estructural*. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid. Universidad Politécnica de Madrid.
- Benouville, L. (1891-1892). Étude sur la cathédrale de Beauvais. *Encyclopédie d'Architecture 4*.

- Block, P., DeJong, M., Ochsendorf, J. (2006). As Hangs the Flexible Line: Equilibrium of Masonry Arches. *Nexus Network Journal*, 8(2), 38–47.
- Block, P. (2009). *Thrust Network Analysis. Exploring Three-dimensional Equilibrium*. PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- Bofill, R.M. (1977). Un Criteri Just Si No Fos Mancat. Objecions Catalanes a La Summa Catedralicia de Sedlmayer. *Lambard. Estudis D'art Medienal Col. IX-1996*, 39-49.
- Bonora, V., Colombo, L., Marana, B., Mattioli, V., & Marconi, V. (2005). Laser technology for cross-section survey in ancient buildings: a study for S.M. Maggiore in Bergamo. *Proceedings of the CIPA 2005 XX*.
- Boothby, T. (2001). Analysis of masonry arches and vaults. *Progress in Structural Engineering and Materials*, vol3, 3, 246-256.
- Borrego Colomer, M., & Saranova Zozaya, R. (1994). Envases cerámicos recuperados de las bóvedas de la Iglesia de Santa María: Alicante, importante enclave comercial mediterráneo en el bajo Medievo. *LQNT, Patrimonio Cultural de La Ciudad de Alicante*, (2), 181–198.
- Borromeo, C. (1859). S. Caroli Borromaei. Instructio Fabricae et Suppellectilis Ecclesiasticae Libri Duo. *Editio Revisa Novisque Aucta* (pp. 27-29). Tarracónae: Ex typographia Francisci Arís.
- Brito-Schimmel P., Carreras C. (2010). Metodología para la prospección geofísica en arqueología: Apuntes a partir de los trabajos de Iesso, Can Tacó, Molins Nous y el Goleró. *Lucentum*, 19, 9-22.
- Brutalis, G. (1920). A propos de la Théorie de l'architecture de M.A. Vaillant. *L'architecture*, 15 janv, 15.
- Carrasco, J. (2002). *La estructura gótica catalana: Sobre los conceptos de medida y espacio. El problema de la forma en la cubierta*. Tesis Doctoral. Departamento: Expresión Gráfica Arquitectónica I. Universidad Politècnica de Catalunya.
- Carreras i Candi, F. (1914). Les obres de la Catedral de Barcelona (1298-1445) (continuación). *Boletín de La Real Academia de Buenas Letras de Barcelona*, 50, 128–136.
- Choisy, A. (1899). *Histoire de l'Architecture* (pp. 176-184). Paris: G. Béranger.
- Costa Jover, A. (2012). *Condiciones de equilibrio en la Catedral de Tortosa*. Trabajo Final de Máster. Máster en Tecnología de la Arquitectura, Restauración y Rehabilitación Arquitectónica. Universitat Politècnica de Catalunya.
- Coste, A. (1997). *Architecture gothique, lectures et interprétations d'un modèle*. Saint-Étienne: Publications de l'Université de Saint-Étienne.
- Coste, A. (2003). Gothic vaults: A rationalist or a tectonic track for the role of the ribs?. *Proc. Of the 1st Int. Cong. On Construction History, Madrid, January 2003* (pp. 657-664). Madrid: Instituto Juan de Herrera.

- Cooper, M., Robson, S. (2001). Theory of Close Range Photogrammetry, En: Atkinson K.B. (Ed.), *Close Range Photogrammetry And Machine Vision* (pp. 9-51). Whittles Publishing, Caithness, Scotland.
- Coulomb, C.A. (1776). Essai sur une application de maximis et minimis a quelques problemes de statique, relatifs a l'Architecture. *Mémoires fe Mathematique et de Physique, Présentés à l'Academie des Sciences par divers Savans. Année 1773, Tome VII*, pp. 343-382.
- Dabas M. (1998). La prospection géophysique, La prospection, En Ferdière, A(Ed) Collection Archéologiques, (pp. 161-207). Paris : Errance.
- Dabas M., Camerlynck C., Freixas i Camps P. (2000). Case History: Simultaneous use of electrostatic quadrupole and GPR in urban context: Investigation of the basement of the Cathedral de Girona (Catalunya, Spain). *Geophysics*, 65(2), 526-532;
- Dabas M. (2000). Géophysique et archéologie. Comment construisait-on au moyen âge?. *Dossiers d'archéologie. Architectures Médiévales*, 25, 36-41.
- De La Hire, P. (1695). *Traite de mecanique de la Hire*. Paris: L'imprimerie royale.
- De La Hire, P. (1712). *Sur la construction de voutes dans les edifices* (L'imprimer). Paris.
- Domenge i Mesquida, J. (1999). *L'obra de la seu. El procés de construcció de la catedral de Mallorca en el tres-cents*. Palma: Institut d'Estudis Balearics.
- Durm, et.al (1901). *Handbuch der Architektur. Dritter Teil: Die Hochbau konstruktionen*. 2 Band. Raumbegrenzende Konstruktionen. Heft 3,b. Stuttgart. Arnold Bergsträsser, (3V.2b.H.3.b: 79-93)
- Dupuit, J. (1870). *Traité de l'équilibre des voûtes et de la construction des ponts en maçonnerie*. Paris: Dunod Editeur.
- Escarpa, F.J. (2011). *Introducción a los sistemas de medición tridimensional con láser*. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática. Universidad del País Vasco.
- Espinosa A.B., Garcia L.M., Aracil E. (2012, 21 de septiembre). Application of electromagnetic techniques (Georadar) to investigate Burgos Cathedral subsoil and foundation. En: *Proceedings of the 4th International Conference on Site Characterization 4, ISC-4*, (Volume 2, pp. 1403-1408), Brazil: Pernambuco.
- Fassi, F., Achille, C., & Fregonese, L. (2011). Surveying and modelling the main spire of Milan Cathedral using multiple data sources. *The Photogrammetric Record*, 26(136), 462-487.
- Fernie, E.C. (2000). Saint-Vincent de Cardona et la dimension méditerranéenne du premier art roman. *Cahiers de civilisation médiévale. 43e année (nº171), Juillet-septembre 2000. Regards croisés sur l'An Mil*, 243-256
- Freixas P. (2000). *La catedral de Girona, redescobrir la Seu Romànica. Els resultats de la recerca del Projecte Progres*. Girona: Ajuntament de Girona.
- Freixas, P. (2005-2006). La façana gòtica de la catedral de Girona. *Locvs Amoenvs*, 8, 123-132.

- Galera, M. (1998). *Antoon van den Wijngaerde, pintor de ciutats i de fets d'armes a l'Europa del Cinc- cents. Cartobibliografia raonada dels dibuixos i gravats, i assaig de reconstrucció documental de l'obra pictòrica*. Madrid-Barcelona: Fundación Carlos de Amberes - Institut Cartogràfic de Catalunya.
- García, S. (1990). *Compendio de arquitectura y simetría de los templos conforme a la medida del cuerpo humano con algunas demostraciones de Geometria 1681*. Ed. Facsimilar. Valladolid: COAV.
- García, L. M., (2002). La antigua catedral románica de Burgos. *Revista de Obras Públicas*, 51-57.
- Gaudet, J. (1901-1904). *Eléments et théorie de l'architecture. Paris: Librairie de la Construction modern*, 4vol., 323.
- Gelabert, J. (1977). *De l'art de picapedrer*. Palma de Mallorca: Diputació Provincial de Balears; Rabasa, E. (2011). *El manuscrito de cantería de Joseph Gelabert titulado Verdaderas traças del Art de picapedrer: transcripción, traducción, anotación e ilustración del texto y trazados, edición a cargo de Enrique Rabasa Díaz*. Torrejón de Ardoz: C.O.A de les Illes Balears. Fundación Juanelo Turriano.
- Gilman, R., (1920). The Theory of Gothic Architecture and the Effects of Shellfire at Reims and Soissons. *American Journal of Archaeology* 24, 37-72.
- González, E. (1987). La cerámica bajomedieval de la Catedral de Mallorca. In *II Congreso de Arqueología Medieval Española, Madrid. Tomo III* (pp. 469-482).
- González Moreno-Navarro, J.L. (2007). El caso de los arbotantes de la cabecera de la iglesia gòtica de Castelló d'Empuries (la llamada 'catedral del Ampurdán'). En *Actas del Quinto Congreso Nacional Historia de la Construcción. Burgos, 7-9 junio 2007* (pp. 479-488). Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Gregory, D. (1676). "Catenaria." In *Philosophical Transactions of the Royal Society, n°19* (pp. 637-652).
- Grussenmeyer, P., Landes, T., Voegtler, T., & Ringle, K. (2008). Comparison methods of terrestrial laser scanning, photogrammetry and tacheometry data for recording of cultural heritage buildings. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 37 (B5), 213-218.
- Guarnieri, A., Vettore, A., & Remondino, F. (2004). Photogrammetry and ground-based laser scanning: assessment of metric accuracy of the 3D model of Pozzovegiani Church. In *Working Week, The Olympic Spirit in Surveying*. Athens.
- Guerra, R.A. (2012). *Bóvedas y contraresto del Colegio de Nuestra Señora de la Antigua de Monforte de Lemos. Geometría, construcción y mecánica*. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid. Universidad Politécnica de Madrid.
- Haverkamp-Begemann, E. (1969). The Spanish Views of Anton van den Wyngaerde. *Master Drawings*, vol. 7.
- Heyman, J. (1966). The Stone Skeleton. *International Journal of Solids and Structures*, 2, 249-279.

- Heyman, J. (1977). *Equilibrium of Shell Structures*. Oxford: clarendon Press.
- Heyman, J. (1995). *The Stone Skeleton*. Cambridge: Cambridge University Press).
- Heyman, J. (1999). *El esqueleto de piedra*. Madrid: Instituto Juan de Herrera. (Traducción íntegra de la edición original:
- Heyman, J. (2003). Wren, Hooke and Partners. In *In HUERTA, S. (ed.) Proceedings of the First International Congress on Construction History* (pp. 1–11).
- Hooke, R. (1676). *A description of helioscopes, and some other instruments* (p.31). London.
- Huerta, S. (2004). Arcos, bóvedas y cúpulas. Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Huerta, S. (2005). Mecánica de las bóvedas de fábrica; El enfoque del equilibrio. *Informes de la Construcción, Vol. 56, nº 496, marzo-abril 2005, 73-89*.
- Huerta, S. (2008). The Analysis of Masonry Architecture: A Historical Approach. *Architectural Science Review, vol. 51, 4, 297-328*.
- Huerta, S. (2009). The debate about the Structural behaviour of gothic vaults: from Violet-le-Duc to Heyman. Proc. Of the 3rd Int. Cong. On Construction History, Cottbus, May 2009 (pp. 837-844).
- Huerta, S. (2013). Technical Challenges in the Construction of Gothic Vaults: The Gothic Theory of Structural Design. *Bautechnik des Historismus von den Theorien über gotische Konstruktionen bis zu den Baustellen des 19* (pp. 163-195). Jahrhunderts. München: Erschienen im Hirmer Verlag.
- Jiménez, Á. (2000). Rellenos cerámicos en las bóvedas de la Catedral de Sevilla. In Actas del Tercer Congreso Nacional de Historia de la Construcción, Sevilla, 26-28 octubre 2000 (pp. 561–567). Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Jover Flix, M. (1973). *Tortosa: testimonio histórico-gráfico*. Tortosa: Cooperativa Gráfica Dertosense.
- Kadobayashi, R., Kochi, N., Otani, H., & Furukawa, R. (2004). Comparison and evaluation of laser scanning and photogrammetry and their combined use for digital recording of cultural heritage. *International Archives of Photogrammetry*;
- Kagan, R.L. (1986). *Ciudades del Siglo de Oro. Las Vistas Españolas de Anton Van den Wyngaerde*. Madrid: El Viso.
- Karara, H. M. (1989). *Non Topographic Photogrammetry*. ASPRS, Falls Church, Virginia.
- Lampérez y Romea, V. (1909). *Historia de la Arquitectura Cristiana española en la Edad Media, según el estudio de los elementos y los monumentos*.. Madrid: Oficina tipográfica José Blass y Cia, 374.
- Lassus, J.B.A. (1858). *Album de Villard de Honnecourt. Architecte du XIIIe siècle*. Paris: Imprimerie impériale.

- Lasteyrie, R. de. (1926). *L'Architecture Religieuse en France. A L'Epoque Gothique*. Paris: Auguste Picard.
- Lavedan, P. (1935). *L'architecture Gothique Religieuse, en Catalogne, Valence et Baléares*. Paris: Henri Laureen.
- Lerma, J.L., Biosca, J.M. (2008). *3D RiskMapping: teoría y práctica del escaneado láser terrestre* (pp. 14-29). Universidad Politécnica de Valencia.
- Lluis, A., Almuni, V. (2011). La clave de la clau. El cierre constructivo del presbiterio gótico. *Actas del Séptimo Congreso Nacional Historia de la Construcción. Santiago de Compostela. 26-29 de octubre 2011* (pp.733-743). Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Lluis i Ginovart, J. y Llorca, A. (2000). *Pla Director Sancta Maria Dertosa. Tortosa*. Bisbat de Tortosa. Departament de Cultura Generalitat de Catalunya.
- Lluis i Ginovart, J. (2002). Geometría y diseño medieval en la catedral de Tortosa: la catedral no construida: tesis doctoral. Universitat Internacional de Catalunya (UIC).
- Lluis i Ginovart, J. (2009). La Scientia vero de ingeniis. El concepto de homogeneidad del material versus resistencia en los pilares de una catedral gótica. En *Actas del sexto Congreso Nacional Historia de la Construcción. Valencia, 21-24 octubre 2009* (pp. 753-761). Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Lluis i Ginovart, J. y Almuni, V. (2011). La clave de la clau. El cierre constructivo del presbiterio gótico. En *Actas del Séptimo Congreso Nacional Historia de la Construcción. Santiago de Compostela, 26-29 octubre 2011* (pp. 733-743). Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Lluis i Ginovart, J., Fortuny Anguera, G., Costa Jover, A., & Sola-Morales Serra, P. (2013). Gothic construction and the Traça of a heptagonal apse: The problem of the Heptagon. *Nexus Network Journal: Architecture and Mathematics*, 15, 325-348.
- Lluis i Ginovart, J., & Costa Jover, A. (2013). La bóveda y el trespol. Cobertura y estructura del gótico meridional. En *Actas del Octavo Congreso Nacional de Historia de la Construcción. Madrid, 9-12 de octubre de 2013*. (pp. 529-536). Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Lluis i Ginovart, J., Costa, A., Puche, J. M., & Coll, S. (2014). Assessment of the construction process of the Cathedral of Tortosa. *Journal of Architectural Conservation*, 20(3), 156-169.
- Lluis i Ginovart, J., & Costa Jover, A. (2014). Design and medieval construction: The case of Tortosa catedral (1345-1441). *Construction History*, 29(1), 1-24.
- Lluis i Ginovart, J., Costa-Jover, A., & Coll-Pla, S. (2014). La reconstrucción de un palimpsesto románico mediante técnicas no destructivas. *Informes de La Construcción*, 66, 536.
- Lluis i Ginovart, J. (2014). La proporción medieval en el diseño y construcción de la catedral de Tortosa. *Archivo Español de Arte*, 87(348).
- Lluis i Ginovart, J., Costa Jover, A., Coll Pla, S., & Toldrà Domingo, J. M. (2014). The restoration of the roof of the Gothic Cathedral of Tortosa. En *Proc. of the International Conference on Preservation, Maintenance and Rehabilitation of Historical Buildings and Structures. Tomar, Portugal. 19-21 March* (pp. 255-262).

- Lluis i Ginovart, J. (2014). La ciencia theorica speculativa en la construcción gótica. El promotor eclesiástico de la catedral medieval. *Hispania Sacra*, 66(Extra_1), 7-34.
- Lluis i Ginovart, J., Costa Jover, A., & Fortuny Anguera, G. (2015). Elementos auxiliares de construcción en la arquitectura gótica. El pilar mayor' de la catedral de Tortosa. *Informes de La Construcción*, 67(537).
- Lluis i Ginovart, J., Costa-Jover, A., & Coll-Pla, S. (2015). Placing the keystone of the vault over the presbytery in Tortosa Cathedral, Spain (1428-40). *Construction History*, 30(1), 1-21.
- Llunart Curto, A. (2013). Elementos y estructuras auxiliares en la construcción del ábside de la catedral de Tortosa (1374-1441). En Actas del Octavo Congreso Nacional de Historia de la Construcción. Madrid, 9-12 de octubre de 2013 (pp. 537-544). Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Lourenço, P. B. (1996). *Computational Strategies for Masonry Structures*. Delft: Delft University Press; Lourenço, P. B. (2001). Analysis of historical constructions: From thrust-lines to advanced simulations. *Proc. of Historical Constructions, Guimaraes 2001*, 91-116.
- Lourenço, P.B. (2001). Analysis of historical constructions: From thrust-lines to advanced simulations. *Proc. Of Historical Constructions* (p.98). P.B.Lourenço, P. Roca (Eds.), Guimaraes 2001.
- Macias J.M., Muñoz A., Teixell I. (2012). A la Recerca del Temple d'August, les intervencions arqueològiques a la catedral de Tarragona. *Plecs d'Historia Local*, 146, 3-5.
- Mambelli, F. (2004). Il problema dell'immagine nei commentari allegorici sulla liturgia: Dalla Gemma Animae di Onorio d'Autun (1120 ca.) al Rationale divinatorum officiorum di Durando di Mende (1286-1292). *Studi Medievali*, Vol.45, 1, 121-158.
- Mark, R. (1982). *Experiments in Gothic Structure* Cambridge: MIT Press
- Martín Lerones, P., Llamas Fernández, J., Melero Gil, Á., Gómez-García-Bermejo, J., & Zalama Casanova, E. (2010). A practical approach to making accurate 3D layouts of interesting cultural heritage sites through digital models. *Journal of Cultural Heritage*, 11(1), 1-9.
- Martínez, S., Ortiz, J., Gil, M. L., & Rego, M. T. (2013). Recording Complex Structures Using Close Range Photogrammetry: The Cathedral of Santiago De Compostela. *The Photogrammetric Record*, 28(144), 375-395.
- Matamoros, J. (1932). La Catedral de Tortosa: trabajos monográficos acerca de su construcción y de su contenido artístico y religioso. Tortosa: Editorial Católica.
- Maynou, J. (2001). Estudi estructural del pòrtic tipus de la Catedral de Mallorca mitjançant l'estàtica gràfica. Graduation Thesis. Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.
- Méry, E. (1840). *Mémoire sur l'équilibre des voûtes en berceau*. *Annales des Ponts et Chaussées*.
- Moseley H. (1833) On a new principle in statics, called the principle of least pressure. *Philosophical Magazine* 3, 285-288.

- Michon, P.F. (1857). *Instruction sur la stabilité des voûtes et des murs de revêtement*. Metz: Lithographie de l'École de Metz.
- Murcia, J. (2008). *Seismic analysis of Santa Maria del Mar church in Barcelona*. Master's Thesis. Advanced Master in structural analysis of monuments and historical constructions. UPC
- Navier, C.L.M.H. (1826). *Resumé des Leçons donnés à l'École des Ponts et Chaussées sur l'Application de la Mécanique à l'Etablissement des Constructions et des Machines*. Paris: Firmin Didot.
- Núñez, A., Buill, F., Regot, J., de Mesa, A. (2012). Generation of virtual models of cultural heritage. *Journal of Cultural Heritage* 13, 103-106;
- Núñez, A., Buill, F., Regot, J., & De Mesa, A. (2012). Levantamiento arquitectónico de la Puerta de Antioquía (Alepo). *Informes de La Construcción*, 64(528), 487-496.
- O'Callaghan, R. (1887). *Anales de Tortosa I*. Tortosa: Imprenta Católica de Gabriel Llasat.
- O'Callaghan, R. (1888). *Anales de Tortosa III*. Tortosa: Imprenta Católica de Gabriel Llasat.
- O'Callaghan, R. (1890). *La Catedral de Tortosa: descripción histórica de la misma relacionada con la historia de dicha ciudad*. Tortosa: Impr. Católica de Gabriel Llasat.
- Ochsendorf, J. (2002). *Collapse of masonry structures*. PhD Thesis, Department of Engineering, Cambridge University, Cambridge.
- Ochsendorf, J; Hernando, J.I.; Huerta, S. (2003). Análisis a rotura de estribos de fábrica. *Revista de obres públics, diciembre 2003, N°3.439, 27-41*.
- O'Dwyer, D. (1999). Funicular analysis of masonry vaults. *Computers and structures*, 73, 187-197.
- Pérez, V.; Canas, J.A.; Pujades, Ll.; Clapés, J.; Caselles, O.; Garcia, F.; Osorio, R. (2000). GPR survey to confirm the location of ancient structures under the Valencian Cathedral (Spain). *Journal of Applied Geophysics*, 43: 167-174.
- Planat, P. (1887). *Pratique de la mécanique appliquée a la resistance des matériaux*. Paris.
- Puig, P. (1918). *Santa Maria de la Seu d'Urgell*. Barcelona: Tallers d'Arts gràfiques Henrich i C^a.
- Puig i Cadafalch, J. (1921). *El Problema de La Transformació de La Catedral Del Nord Importada a Catalunya: Contribució a L'estudi de L'arquitectura Gòtica Meridional*. Separat Miscel.lània Prats de La Riba. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans.
- Poleni, G. (1748). *Memorie storiche della gran cupola del Vaticano* (Nella Stam). Padova.
- Porter, A.K., (1911) *The Construction of Lombard and Gothic Vaults*. New Haven: Yale University Press.
- Querol, A. (1992). *La Cuaresma del año Olimpico*. Tortosa: Programa Oficial de Setmana Santa
- Rabasa E. (2007). De l'art de picapedrer (1653) de Joseph Gelabert, un manuscrito sobre estereotomía que recoge tradiciones gòticas y renacentistas. En *Actas del 5º Congreso*

- Nacional de Historia de la Construcción, Burgos, 7-9 Junio, 2007* (pp. 745-754). Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Rankine, W.J.M. (1858). *A Manual of Applied Mechanics*. London: Charles Griffin.
- Reed, P. (2000), Structural Rationalism and the Case of Sant Vicenç de Cardona. *Architectural History* 4, 24-41; Reed P. (2000-2001). Racionalismo estructural y el caso de San Vicente de Cardona. *Lambard. Estudis d'Art Medieval*, 13, 163-184.
- Riveiro, B., González-Jorge, H., Varela, M., & Jauregui, D. V. (2013). Validation of terrestrial laser scanning and photogrammetry techniques for the measurement of vertical underclearance and beam geometry in structural inspection of bridges. *Measurement*, 46(1), 784-794.
- Riveiro, B., Caamaño, J. C., Arias, P., & Sanz, E. (2011). Photogrammetric 3D modelling and mechanical analysis of masonry arches: An approach based on a discontinuous model of voussoirs. *Automation in Construction*, 20(4), 380-388.
- Riveiro, B., Solla, M., de Arteaga, I., Arias, P., & Morer, P. (2013). A novel approach to evaluate masonry arch stability on the basis of limit analysis theory and non-destructive geometric characterization. *Automation in Construction*, 31, 140-148.;
- Rizzi, A., Voltolini, F., Remondino, F., Girardi, S., & Gonzo, L. (2007). Optical measurement techniques for the digital preservation, documentation and analysis of cultural heritage. *8th Conference on Optical 3D Measurement Techniques*, 16-24.
- Roca, P., Cervera, M., Gariup, G., Pelà, L. (2010). Structural Analysis of Masonry Historical Constructions. Classical and Advanced Approaches. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17(3), 299-325.
- Rubió y Bellver, J. (1912). Conferencia acerca de los conceptos orgánicos, mecánicos y constructivos de la Catedral de Mallorca. *Anuario de la Asociación de Arquitectos de Cataluña*, 87-140.
- Sabouret, V. (1928). Les voûtes d'arêtes nervurées. Rôle simplement décoratif des nervures. *Le Génie Civil* 92, 205-209.
- Sala, R. (2013). *Memòria d'Intervenció Prospecció geofísica a la catedral de Tortosa*. SOT Prospecció Arqueològica. Campaña realizada conjuntamente con, Roger Sala, Ekhine Garcia, Robert Tamba.
- Scheffler, H. (1857). *Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken*. Braunschweig: Verlag der Schullbuchhandlung.
- Schueremans, L., & Van Genechten, B. (2009). The use of 3D-laser scanning in assessing the safety of masonry vaults—A case study on the church of Saint-Jacobs. *Optics and Lasers in Engineering*, 47(3-4), 329-335.
- Sedlmayr, H. (1950). *Die Entstehung Der Kathedrale*. Zurich: Atlantis Verlag.

- Sobrino M., Bustos C. (2008, diciembre). Nueva hipótesis dibujada de la catedral románica de Barcelona. En: *Actas del XII Congreso Internacional de Expresión Gráfica Arquitectónica: Congreso Internacional de Expresión Gráfica Arquitectónica* (pp. 811-818). Madrid.
- Sternberg, H. (2006). Deformation measurements at historical buildings with terrestrial laserscanners, *XXXVI* (September), 303–308.
- Street, G. E. (1865). *The Gothic Architecture of Spain, with very beautiful drawings in his own hand*. London: John Murray.
- Simson, O.G. (1956). *The Gothic Cathedral: the origins of Gothic Architecture and the Medieval Concept of Order*. New York and Evanston: Harper&Row.
- Stirling, J. (1717). *Lineae Tertii Ordinis Neutoniana*.
- Sundt, R.A. (1989). The Jacobin Church of Toulouse and the Origin of Its Double-Nave Plan. *The Art Bulletin, Vol. 71, No. 2 (Jun., 1989)*, 185-207.
- Torres Balbás, L. (1939). Las teorías sobre la Arquitectura gótica y las bóvedas de ojivas. *Las Ciencias, Año IV, N° 1*. Madrid; Torres Balbás, L. (1945). Función de nervios y ojivas en las bóvedas góticas. *Investigación y Progreso*. Madrid.
- Ungewitter, G.G. (1890) *Lehrbuch der gotischen Konstruktionen: III Auflage neu bearbeitet von K. Mohrmann (3rd. ed, 2 vols.)* Leipzig: Weigel Nachfolger.
- Vaillant, A. (1919). *Théorie de l'architecture: économie architecturale, observations, critiques, apprentissage*. Paris: Nouvelle Librairie Nationale
- Vendrell, M., Giráldez, P., González R., Cavallé, F., Roca, P. (2008). *Santa Maria del Mar. Estudi històric-constructiu, amterials de construcció i estabilitat estructural*. Barcelona: UB-Patrimoni, Veclus, UPC.
- Viollet-le-Duc, E.E. (1844-1847). De la construction des édifices religieux en France, depuis le commencement du christianisme jusqu'au XVIe siècle. *Annales archéologiques* 1-7.
- Viollet-le-Duc, E. E. (1854-1868). *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle. 10 vols*. Paris: B. Bance (A. Morel).
- Vitruvio, M.P., Cesariano C. (ed) (1521). *Di Lucio Vitruvio Pollione de Architectura libri dece traducti di latino in Vulgare affigurati: Comentati & con mirando ordine insigniti. Gotardo da Ponte, Liber primus: 15r-15v*.
- Willis, R. (1835) *Remarks on the Architecture of the Middle Ages, especially of Italy*. Cambridge: Pitt Press.
- Willis, R. (1842). *On the construction of the vaults of the middle ages*. Transactions of the Royal Institute of British Architects Vol.1, part 2. London: Longman.
- Wittmann, W. (1879). Zur Theorie der Gewölbe. *Zeitschrift für Bauwesen* 29, 61-74.
- Yastikli, N. (2007). Documentation of cultural heritage using digital photogrammetry and laser scanning. *Journal of Cultural Heritage* 8, 423-427.

Zaragozá, A. (2000). *Arquitectura Gótica Valencia Siglos XIII-XV*. Valencia: Generalitat Valenciana. Conselleria e Cultura i Educació.

Zaragozá, A. (2008). A propósito de las bóvedas de crucería y otras bóvedas medievales. *Anales de Historia Del Arte, Volumen Extraordinario*, 99-126.

Zorn, E. (1933). *Statische Undershung der St Martinskirche in Landshut*. Dissertation: Technischen Hochschule Universität München.